



◎ 新课程学习能力评价课题研究资源用书

◎ 主编 刘德 林旭 编写 新课程学习能力评价课题组

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING
STUDY

配北师大版

数学 必修 2

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记



光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手. 数学. 2: 必修/刘德, 林旭主编. —北京: 光明日报出版社, 2009. 9
配北师大版

ISBN 978-7-5112-0169-0

I. 学… II. ①刘… ②林… III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 109022 号

学习高手

数学/必修 2(北师大版)

主 编: 刘 德 林 旭

责任编辑: 温 梦

策 划: 赵保国

执行策划: 聂电春

版式设计: 邢 丽

责任校对: 徐为正

责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市崇文区珠市口东大街 5 号, 100062

电 话: 010-67078249(咨询)

传 真: 010-67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbs@gmw.cn

法律顾问: 北京昆仑律师事务所陶雷律师

印 刷: 淄博鲁中晨报印务有限公司

装 订: 淄博鲁中晨报印务有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换。

开 本: 890×1240 1/32

字 数: 280 千字

印 张: 10.5

版 次: 2009 年 9 月第 1 版

印 次: 2009 年 9 月第 1 次

书 号: ISBN 978-7-5112-0169-0

定价: 17.90 元

版权所有 翻印必究

目录

第一章 立体几何初步 1

走近学科思想 1

本章要点导读 1

§ 1 简单几何体 2

高手支招 1 细品教材 2

高手支招 2 归纳整理 8

高手支招 3 综合探究 9

高手支招 4 典例精析 10

高手支招 5 思考发现 14

高手支招 6 体验成功 14

§ 2 直观图 17

高手支招 1 细品教材 17

高手支招 2 归纳整理 20

高手支招 3 综合探究 20

高手支招 4 典例精析 22

高手支招 5 思考发现 26

高手支招 6 体验成功 26

§ 3 三视图 30

高手支招 1 细品教材 30

高手支招 2 归纳整理 36

高手支招 3 综合探究 36

高手支招 4 典例精析 38

高手支招 5 思考发现 42

高手支招 6 体验成功 43

§ 4 空间图形的基本关系与公理

..... 47

高手支招 1 细品教材 47

高手支招 2 归纳整理 52

高手支招 3 综合探究 53

高手支招 4 典例精析 55

高手支招 5 思考发现 58

高手支招 6 体验成功 58

§ 5 平行关系 61

5.1 平行关系的判定 61

高手支招 1 细品教材 61

高手支招 2 归纳整理 63

高手支招 3 综合探究 63

高手支招 4 典例精析 64

高手支招 5 思考发现 67

高手支招 6 体验成功 68

5.2 平行关系的性质 71

高手支招 1 细品教材 71

高手支招 2 归纳整理 74

高手支招 3 综合探究 74

高手支招 4 典例精析 76

高手支招 5 思考发现 80

高手支招 6 体验成功 81

§ 6 垂直关系 84

6.1 垂直关系的判定 84

高手支招 1 细品教材 84

高手支招 2 归纳整理 89

高手支招 3 综合探究 89

高手支招 4 典例精析 91

高手支招 5 思考发现	95
高手支招 6 体验成功	95
6.2 垂直关系的性质	99
高手支招 1 细品教材	99
高手支招 2 归纳整理	101
高手支招 3 综合探究	102
高手支招 4 典例精析	103
高手支招 5 思考发现	108
高手支招 6 体验成功	108
§ 7 简单几何体的面积和体积	112
7.1 简单几何体的侧面积	112
高手支招 1 细品教材	112
高手支招 2 归纳整理	116
高手支招 3 综合探究	116
高手支招 4 典例精析	118
高手支招 5 思考发现	121
高手支招 6 体验成功	122
7.2 棱柱、棱锥、棱台和圆柱、圆锥、圆台的体积	126
高手支招 1 细品教材	126
高手支招 2 归纳整理	130
高手支招 3 综合探究	130
高手支招 4 典例精析	131
高手支招 5 思考发现	134
高手支招 6 体验成功	134

7.3 球的表面积和体积 ...	139
高手支招 1 细品教材	139
高手支招 2 归纳整理	142
高手支招 3 综合探究	143
高手支招 4 典例精析	143
高手支招 5 思考发现	147
高手支招 6 体验成功	147
本章总结	151
本章测试	158
第二章 解析几何初步	165
走近学科思想	165
本章要点导读	165
§ 1 直线与直线的方程	167
1.1 直线的倾斜角和斜率	167
高手支招 1 细品教材	167
高手支招 2 归纳整理	170
高手支招 3 综合探究	171
高手支招 4 典例精析	172
高手支招 5 思考发现	175
高手支招 6 体验成功	175
1.2 直线的方程	178
高手支招 1 细品教材	178
高手支招 2 归纳整理	182
高手支招 3 综合探究	183
高手支招 4 典例精析	184

高手支招 5 思考发现	187	2.1 圆的标准方程	218
高手支招 6 体验成功	188	高手支招 1 细品教材	219
1.3 两条直线的位置关系	191	高手支招 2 归纳整理	220
高手支招 1 细品教材	191	高手支招 3 综合探究	220
高手支招 2 归纳整理	192	高手支招 4 典例精析	221
高手支招 3 综合探究	193	高手支招 5 思考发现	225
高手支招 4 典例精析	193	高手支招 6 体验成功	225
高手支招 5 思考发现	196	2.2 圆的一般方程	227
高手支招 6 体验成功	197	高手支招 1 细品教材	227
1.4 两条直线的交点	199	高手支招 2 归纳整理	229
高手支招 1 细品教材	199	高手支招 3 综合探究	229
高手支招 2 归纳整理	200	高手支招 4 典例精析	230
高手支招 3 综合探究	200	高手支招 5 思考发现	235
高手支招 4 典例精析	201	高手支招 6 体验成功	235
高手支招 5 思考发现	204	2.3 直线与圆、圆与圆的位置 关系	237
高手支招 6 体验成功	204	高手支招 1 细品教材	238
1.5 平面直角坐标系中的距离 公式	207	高手支招 2 归纳整理	243
高手支招 1 细品教材	207	高手支招 3 综合探究	244
高手支招 2 归纳整理	211	高手支招 4 典例精析	245
高手支招 3 综合探究	211	高手支招 5 思考发现	250
高手支招 4 典例精析	212	高手支招 6 体验成功	250
高手支招 5 思考发现	215	§ 3 空间直角坐标系	254
高手支招 6 体验成功	216	3.1 空间直角坐标系的建立	254
§ 2 圆与圆的方程	218	3.2 空间直角坐标系中点的	

坐标	254
高手支招 1 细品教材	254
高手支招 2 归纳整理	257
高手支招 3 综合探究	258
高手支招 4 典例精析	259
高手支招 5 思考发现	263
高手支招 6 体验成功	263
3.3 空间两点间的距离公式	267
高手支招 1 细品教材	267

高手支招 2 归纳整理	269
高手支招 3 综合探究	269
高手支招 4 典例精析	270
高手支招 5 思考发现	273
高手支招 6 体验成功	273
本章总结	276
本章测试	284
附录 教材习题点拨	290

第一章 立体几何初步



走近学科思想

ZOUJINXUEKESIXIANG

数学转化思想 数学转化思想是“把问题从一种形式向另一种形式转化的思想”，具体来说，它可以从语言描述向图形表示转化，或从语言表达向符号形式的转化，或是每一种情况反面的转化，或是一种位置关系向另一种位置关系的转化。转化思想是解决数学问题的一种最基本的数学思想。在研究数学问题时，通常是将未知的问题转化为已知的问题，将复杂的问题转化为简单的问题，将抽象的问题转化为具体的问题，将实际问题转化为纯数学问题，也常常在不同的数学问题之间互相转化。转化思想在解决数学问题时几乎无处不在，其核心是把生疏的问题转化为熟悉的问题。本章的线线、线面、面面之间的平行与垂直关系，都可以通过相互转化实现问题的证明和计算。



本章要点导读

BENZHANGYAODIANDAODU

知识要点	课标要求	学习技术
柱、锥、台、球的结构特征	利用实物模型、计算机软件观察大量空间图形，认识柱、锥、台、球及其简单组合体的结构特征，并能运用这些特征描述现实生活中简单物体的结构	对柱、锥、台、球的理解要注重从实例入手，采取对比学习的方法理解概念，区分概念的异同
几何体的直观图和三视图	1. 会用斜二测画法画出物体的直观图； 2. 能画出简单空间图形的三视图； 3. 能识别三视图表示的立体模型； 4. 会利用三视图还原成实物图，能用材料制作模型	用斜二测画法画直观图的关键是在原图形中建立适当的直角坐标系，建系时应尽可能使较多的点落在坐标轴上，较多的边与坐标轴平行。 紧密结合实际，借助实物，通过观察旋转体、简单组合体的形状画出三视图，注意可见及不可见轮廓线的画法
空间图形的基本关系与公理	1. 结合长方体模型，掌握直线、平面的各种位置关系的分类及其有关概念； 2. 掌握平面的基本性质，即公理1、2、3； 3. 掌握公理4和等角定理，并会应用它们解决问题	联系实际从图形入手，加强由模型到图形，再由图形到模型的训练，有序地建立图形、文字、符号这三种数学语言的联系，由一种语言转换为另两种语言，准确理解三个公理

知识要点	课标要求	学习技术
平行关系与垂直关系	1. 掌握线面平行、面面平行的判定定理, 并会应用; 2. 掌握线面平行、面面平行的性质定理, 并会应用; 3. 掌握线面垂直、面面垂直的判定定理, 并会应用; 4. 掌握线面垂直、面面垂直的性质定理, 并会应用	找出定义、判定定理、性质定理之间的内在联系, 深化对概念与定理的认识和理解, 适当地联系平面几何知识, 采用联想、对比等方法认识平面几何和立体几何的异同, 准确地进行判定定理和性质定理间的转化, 即把线线、线面、面面的平行熟练地转化, 把线线、线面、面面的垂直熟练地转化
柱、锥、台、球的表面积和体积	1. 掌握柱、锥、台、球的表面积和体积计算公式(不要求记忆台体的体积公式); 2. 了解有关侧面积公式的推导过程及其主要思想	在柱、锥、台、球的面积和体积的计算中, 应重点把握侧面积公式, 把握将立体问题转化为平面问题的思想方法. 多利用身边非常浅显易懂的实例, 将问题的实际情景与具体物体结合起来, 强化实物的形象作用

§ 1 简单几何体



南京天文台位于钟山西面的第三峰天堡山上, 是我国最大的天文台. 天文台外形是一座银白色的圆拱形建筑, 包括小赤道仪室、大赤道仪室、子午仪室、变星仪室等. 根据左边图形, 你能想象天文台建筑中都有哪些几何体吗? 带着这个问题我们进入本节的学习.



高手支招 ① 细品教材

一、球

1. 球的有关概念

(1) 以半圆的直径所在的直线为旋转轴, 将半圆旋转所形成的曲面叫作球面. 球面所围成的几何体叫作球体, 简称球. 半圆的圆心叫作球心. 连接球心和球面上任意一点的线段叫作球的半径. 连接球面上两点并且过球心的线段叫作球的直径.

另外,球面还可用集合(或轨迹)的观点来定义,即空间中到一定点的距离等于定长的动点的集合(或轨迹)就形成球面,其中定点为球心,定长为球的半径.

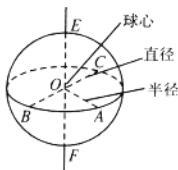
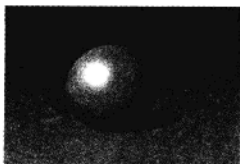


图 1.1-1

球与球面的区别:

球包括球面及所围的空间部分,球面是旋转形成的曲面,球是几何体,球面是曲面.

(2)球面被经过球心的平面截得的圆叫作球的大圆;被不经过球心的平面截得的圆叫作球的小圆.

技术提示

球和其他几何体一样,是占有一定空间的,它所占空间的大小叫体积.球面和其他曲面类似,它是由一条曲线移动形成的,它所占据面的大小叫面积,曲面没有厚度.

【示例】铅球和乒乓球都是球吗?

思路分析:球是一个几何体,它不仅包括球的表面,而且还包括球的内部,空心球应该理解为从一个大球里面挖掉一个与它共球心的小球形成的几何体.

解:铅球是球,而乒乓球不是球,这是因为铅球是实心球符合球的定义,而乒乓球是空心球不符合球的定义.

2. 旋转体

一条平面曲线绕着它所在的平面内的一条定直线旋转所形成的曲面叫作旋转面;封闭的旋转面围成的几何体叫作旋转体.显然,球面是旋转面,球体是旋转体.

【示例】分别将图 1.1-2 甲所示的扇形所对的弧 AB、扇形面 OAB 绕半径 OA 所在直线旋转一周所形成的图形各是什么?

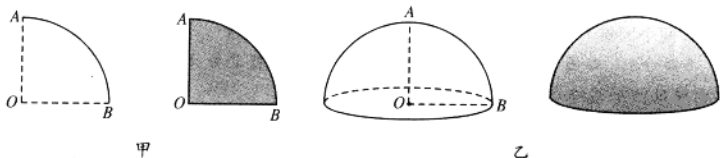


图 1.1-2

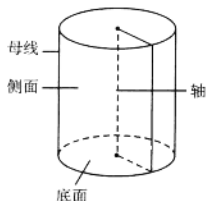
思路分析:根据旋转面和旋转体的概念可知,弧 AB 绕直线 OA 旋转一周后形成的图形是半个球面;而扇形面 OAB 绕直线 OA 旋转一周所形成的图形应是半个球体.

解：图形如图 1.1-2 乙所示。

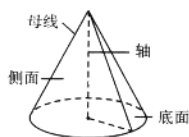
二、圆柱、圆锥、圆台

分别以矩形的一边、直角三角形的一条直角边、直角梯形垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴，其余各边旋转而形成的曲面所围成的几何体分别叫作圆柱、圆锥、圆台（如图 1.1-3）。

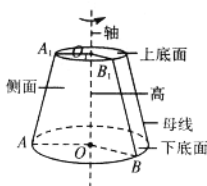
解决圆台问题时，经常使用“还台为锥”的方法。



圆柱



圆锥



圆台

图 1.1-3

在旋转轴上这条边的长度叫作它们的高，垂直于旋转轴的边旋转而成的圆面叫作它们的底面，不垂直于旋转轴的边旋转而成的曲面叫作它们的侧面，无论转到什么位置，这条边都叫作侧面的母线。

圆柱、圆锥、圆台和球都是由某个平面图形绕轴旋转得到的，所以它们都是旋转体。

圆台也可以看作是用平行于圆锥底面的平面截这个圆锥而得到的。

技术提示

圆柱、圆锥、圆台和球都是旋转体，立体几何所研究的旋转体主要是这四种，旋转体中的母线和轴要注意区分。

【示例】以一个等边三角形底边所在的直线为对称轴旋转一周所得的几何体是..... ()

- A. 一个圆柱
- B. 一个圆锥
- C. 两个圆锥
- D. 一个圆台

思路分析：如图 1.1-4，等边三角形底边的高线将其分成两个直角三角形，所以，旋转成两个圆锥，故选 C。

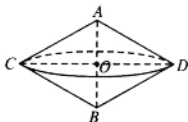


图 1.1-4

三、简单多面体

我们把若干个平面多边形围成的几何体叫作多面体. 其中棱柱、棱锥、棱台是简单多面体.

1. 棱柱

(1) 棱柱的定义

两个面互相平行, 其余各面都是四边形, 并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行, 这些面围成的几何体叫作棱柱.

(2) 棱柱的构成元素

在棱柱的定义中, 两个互相平行的面叫作棱柱的底面, 其余各面叫作棱柱的侧面, 棱柱的侧面是平行四边形; 两个面的公共边叫作棱柱的棱, 其中两个侧面的公共边叫作棱柱的侧棱, 底面多边形与侧面的公共点叫作棱柱的顶点, 与两个底面都垂直的直线夹在两底面间的线段长叫作棱柱的高.

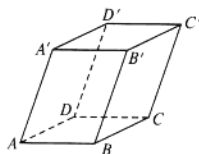
(3) 棱柱的分类

①按侧棱与底面的关系, 棱柱可分为斜棱柱和直棱柱两类; 侧棱不垂直于底面的棱柱叫作斜棱柱, 侧棱垂直于底面的棱柱叫作直棱柱, 底面是正多边形的直棱柱叫作正棱柱.

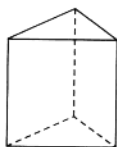
②按底面多边形的边数分类: 棱柱的底面可以是三角形、四边形、五边形……我们把这样的棱柱分别叫作三棱柱、四棱柱、五棱柱……

棱柱是立体几何中重要的模型, 许多线线、线面、面面之间的关系在棱柱中都得以很直观的体现, 其定义显得尤为重要, 如直棱柱, 明确给我们提供了侧棱垂直于底面的条件. 棱柱有两个本质特征:

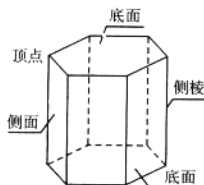
- ①有两个面互相平行;
- ②其余各面每相邻两面的公共边都互相平行.



斜棱柱(四棱柱)



直棱柱(三棱柱)



六棱柱

图 1.1-5

(4) 棱柱的结构特征

棱柱	底面	侧棱	侧面	截面
结构特征	底面是凸多边形; 两底面互相平行	侧棱互相平行且相等	侧面是平行四边形	与底面平行的截面是与底面全等的多边形; 与侧棱平行的截面是平行四边形

技术提示

平行六面体是一类特殊的棱柱,我们要特别注意它的分类以及各自的特征.

侧棱垂直于底面的平行六面体是直平行六面体,底面是矩形的直平行六面体是长方体,底面是正方形的长方体是正四棱柱,高和底边长相等的正四棱柱是正方体.另外,长方体是研究问题时经常用的几何体,它有许多重要的性质和结论,学习时要引起重视.

直棱柱、正棱柱的侧棱和侧面都垂直于底面,正棱柱的高通过上、下底面正多边形的中心,它们的侧棱都等于高的长.熟悉以上性质,有利于寻找多面体中各棱和面的位置关系,熟悉多面体的各棱长及各面的数量关系.

【示例】下列说法中正确的是..... ()

- A. 棱柱的各个侧面都是平行四边形
- B. 棱柱的两底面是全等的正多边形
- C. 有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱
- D. 有两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱

思路分析:根据棱柱和直棱柱的定义可知 A 正确,B、C、D 均不正确.因为 B 中两底面全等,但不一定是正多边形.C、D 均不能保证侧棱与底面垂直.

答案: A

2. 棱锥

(1) 棱锥及相关概念

有一个面是多边形,其余各面是有一个公共顶点的三角形,这些面围成的几何体叫作棱锥.这个多边形叫作棱锥的底面,其余各面叫作棱锥的侧面,相邻侧面的公共边叫作棱锥的侧棱,各侧面的公共点叫作棱锥的顶点,过顶点作底面的垂线,顶点与垂足间的线段长叫作棱锥的高.如图 1.1-6.

棱锥是多面体中较重要的一种,它有两个本质特征:
①有一个面是多边形.②其余各面是有一个公共顶点的三角形,二者缺一不可.注意“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥.

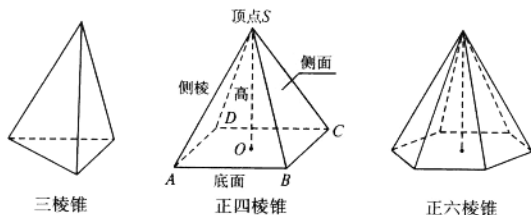


图 1.1-6

(2) 正棱锥

如果棱锥的底面是正多边形,且各侧面全等,就称作正棱锥.正棱锥的侧面是全等的等腰三角形,它的高叫作正棱锥的斜高.

(3) 棱锥的分类

根据棱锥底面多边形的边数来分类,若底面多边形是 n 边形,则相应的棱锥叫作 n 棱锥.其中三棱锥也叫作四面体.

(4) 棱锥的结构特征

棱锥	底面	侧面	顶点
结构特征	仅有一个底面且是一个多边形(三角形、四边形…)	侧面均为三角形,且各侧面有且仅有一个公共顶点	锥体仅有一个顶点,与底面多边形的顶点不同

技术提示

在正棱锥的计算和证明中经常用到棱锥的高、斜高和斜高在底面上的射影组成的直角三角形及棱锥的高、侧棱和侧棱在底面上的射影组成的直角三角形.

【示例】“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体一定是棱锥吗?

思路分析:举例说明,如图 1.1-7 所示的几何体满足各面都是三角形,但这个几何体不是棱锥.

解:不一定.

3. 棱台

(1) 棱台的定义及相关概念

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫作棱台.原棱锥的底面和截面叫作棱台的下底面和上底面,其他各面叫作棱台的侧面,相邻侧面的公共边叫作棱台的侧棱,与两个底面都垂直的直线夹在两底面间的线段长叫作棱台的高.

(2) 正棱台

用正棱锥截得的棱台叫作正棱台.正棱台的侧面是全等的等腰梯形,它的高叫作正棱台的斜高.

(3) 棱台的分类

根据棱台底面多边形的边数来分类,若底面多边形是 n 边形,则相应的棱台叫作 n 棱台.

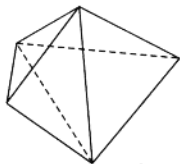


图 1.1-7

棱台是由棱锥截得的,所以棱台应该能够复原出截得此棱台的棱锥,若不能,则此几何体不是棱台.

在解决棱台问题时,常采用“还台为锥”的方法.

(4) 棱台的结构特征

棱台	底面	侧面	顶点
结构特征	上下两个底面相互平行, 且是两个相似的多边形	侧面均为梯形且侧棱的延长线交于一点	上下底面多边形的顶点

技术提示

棱台是一种重要的几何体, 判断一几何体是否为棱台, 除利用棱台的本质特征外, 还可以进一步由下面的性质判断: ①两底面的对应边平行; ②这些对应边成比例.

【示例】下列三个命题, 其中正确的有 ()

- ① 用一个平面去截棱锥, 棱锥底面和截面之间的部分是棱台
- ② 两个底面平行且相似, 其余各面都是梯形的多面体是棱台
- ③ 有两个面互相平行, 其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

思路分析: 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥, 底面与截面之间的部分叫作棱台, ①中的平面不一定平行于底面, 故①错; ②③可用反例(如图 1.1-8)去检验, ②③错.

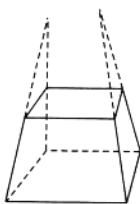


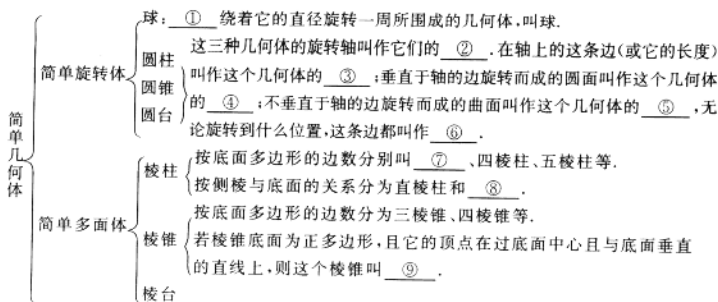
图 1.1-8

答案: A



高手支招② 归纳整理

本节的主要内容是简单几何体, 包括简单旋转体和简单多面体两大部分. 在简单旋转体部分, 主要研究了球体、圆柱、圆锥和圆台, 圆柱、圆锥、圆台和球都是由某个平面图形绕轴旋转得到的, 所以它们都是旋转体. 一定要弄清圆柱、圆锥、圆台、球分别是由哪一种平面图形旋转而成的, 从而可掌握旋转体中各基本元素的关系; 在简单多面体部分主要研究棱柱、棱锥和棱台, 对棱柱、棱锥和棱台的本质特征要加深理解, 还要理解构成它们的各个面的特征.



答案

- ①半圆 ②轴 ③高 ④底面 ⑤侧面 ⑥侧面的母线 ⑦三棱柱 ⑧斜棱柱
⑨正棱锥



高手支招③ 综合探究

1. 对于圆柱的性质, 要注意以下两点: 一是连心线垂直于底面; 二是三个截面的性质——平行于底面的截面与底面全等, 轴截面是一个由上、下底面圆的直径和母线所组成的矩形, 平行于轴线的截面是一个以上、下底面圆的弦和母线组成的矩形.

2. 对于圆锥的性质, 要注意以下两点: 一是两类截面——平行于底面的截面是与底面相似的圆面; 圆锥的过顶点且与底面相交的截面是一个由两条母线和底面圆的弦组成的等腰三角形; 二是圆锥的母线 l 、高 h 和底面圆的半径 R 组成一个直角三角形, 圆锥的有关计算一般归结为解这个直角三角形, 特别是关系式 $l^2 = h^2 + R^2$.

3. 对于圆台的性质, 需要注意以下两点: 一是圆台的母线共点, 所以任意两条母线确定的截面为一等腰梯形, 但是与上、下底面都相交的截面不一定是梯形, 更不一定是等腰梯形; 二是圆台的母线 l 、高 h 和上、下两底面圆的半径 r 、 R 组成一个直角梯形, 且有 $l^2 = h^2 + (R-r)^2$ 成立, 圆台的有关计算问题, 常归结为解这个直角梯形.

“还台为锥”也是解决圆台问题的主要方法.

4. 对于球的有关问题:

①球面与球体是有区别的. 球面仅仅指球的表面, 而球体不仅包括球的表面, 也包括球面所包围的空间.

②用一个平面去截一个球, 截面是圆面, 球心与截面圆的圆心的连线垂直于截面.

③球是平面图形圆在空间的延伸, 因此在研究球的性质时, 应注意与圆的性质作类比. 球又是旋转体, 由于旋转体是轴对称几何体, 故解题时, 常利用它的轴截面图形, 从而化空间问题为平面问题.

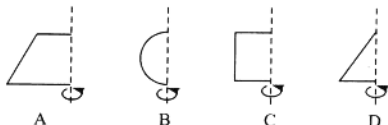


高手支招

原创精析

题型一 简单几何体的定义

【例 1】下列给出的图形中,绕虚线旋转一周,能形成圆台的是……………()



高手点睛 根据圆台的定义.

答案: A

技术总结

旋转体问题先定轴再旋转即可发现旋转体形状.

【例 2】判断图 1.1-9 所示几何体是不是锥体,为什么?

高手点睛 用棱锥的定义判断.

思维流程

棱锥 → 各侧面有一个公共点

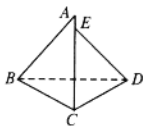


图 1.1-9

解: 不是锥体. 因为棱锥定义中要求: 各侧面有且只有一个公共顶点, 但图 1.1-9 中侧面 ABC 与 CDE 没有公共顶点, 故该几何体不是锥体.

技术总结

定义是学习的基础, 掌握几何体的特征是解决此类题的关键.

题型二 简单几何体的结构特征

【例 3】下列四个说法中, 正确的是……………()

- A. 棱柱的面中, 至少有两个面互相平行
- B. 棱柱中两个互相平行的平面一定是棱柱的底面
- C. 在平行六面体中, 任意两个相对的面均互相平行, 但平行六面体的任意两个相对的面不一定可当作它的底面
- D. 棱柱的侧面是平行四边形, 但它的底面一定不是平行四边形

高手点睛 根据棱柱的结构特征进行判断.

思维流程

正四棱柱的两个相对侧面可作底面 → B 错

平行六面体任意两个相对面可作底面 → C 错

棱柱(如长方体)底面可以是平行四边形 → D 错

【技术感悟】 解决简单几何体的问题,需要对简单几何体有关的结构特征熟练掌握,如侧棱与底面的关系,底面、侧面的形状,截面面积、形状等.

题型三 截面问题

【例 4】 圆台的一个底面周长是另一个底面周长的 3 倍,轴截面的面积等于 392 cm^2 ,母线与轴的夹角是 45° ,求这个圆台的高、母线长和两底面半径.

高手点睛 作出圆台的轴截面,将有关元素集中在轴截面上,列出关系.

思维流程

还原为圆锥 → 由相似比求边长 → 截面面积

解: 圆台的轴截面如图 1.1-10,设圆台上、下底面半径分别为 $x \text{ cm}$, $3x \text{ cm}$,延长 AA_1 交 OO_1 的延长线于 S .

在 $\text{Rt}\triangle SOA$ 中, $\angle ASO = 45^\circ$, 则 $\angle SAO = 45^\circ$,

$$\therefore SO = AO = 3x.$$

$$\therefore OO_1 = 2x.$$

$$\text{又 } S_{\text{轴截面}} = \frac{1}{2}(6x + 2x) \cdot 2x = 392, \therefore x = 7(\text{cm}).$$

$$\therefore \text{圆台的高 } OO_1 = 14 \text{ cm}, \text{母线长 } l = \sqrt{2}OO_1 = 14\sqrt{2} \text{ cm}.$$

两底面半径分别为 7 cm , 21 cm .

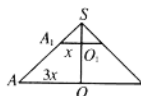


图 1.1-10

【技术感悟】 处理旋转体的有关问题一般要作出轴截面,在轴截面中寻找各元素的关系.

题型四 空间几何体的表面距离

【例 5】 如图 1.1-11 所示,侧棱长为 $2\sqrt{3}$ 的正三棱锥 $V-ABC$ 中, $\angle AVB = \angle BVC = \angle CVA = 40^\circ$,过 A 作截面 AEF ,求截面 $\triangle AEF$ 周长的最小值.

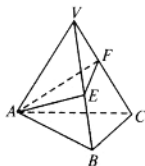


图 1.1-11

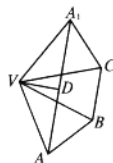


图 1.1-12