品质成就品牌　品牌创造奇迹

名师伴你行

新课标

同步创新版

- 教材知识与基本能力的完美链接
- 轻松课堂与快乐学习的绿色畅想
- 基础训练与综合测试的水乳交融
- 应试技巧与综合素质的立体渗透

丛书主编：

B版

高中数学

人教B版/必修①

天津人民出版社

品质成就品牌　　品牌创造奇迹

●教材知识与基本能力的完美链接
●轻松课堂与快乐学习的绿色畅想
●基础训练与综合测试的水乳交融
●应试技巧与综合素质的立体渗透

名师伴你行

B版

丛书主编：张连生

姓　名：________________

Q　　Q：________________

E-mail：________________

高中数学

【人教B版/必修①】

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

名师伴你行. 高中数学：B版. 1：必修/张连生主编.
天津：天津人民出版社，2009.6
ISBN 978-7-201-06256-3

Ⅰ. 名… Ⅱ. 张… Ⅲ. 数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ. G634

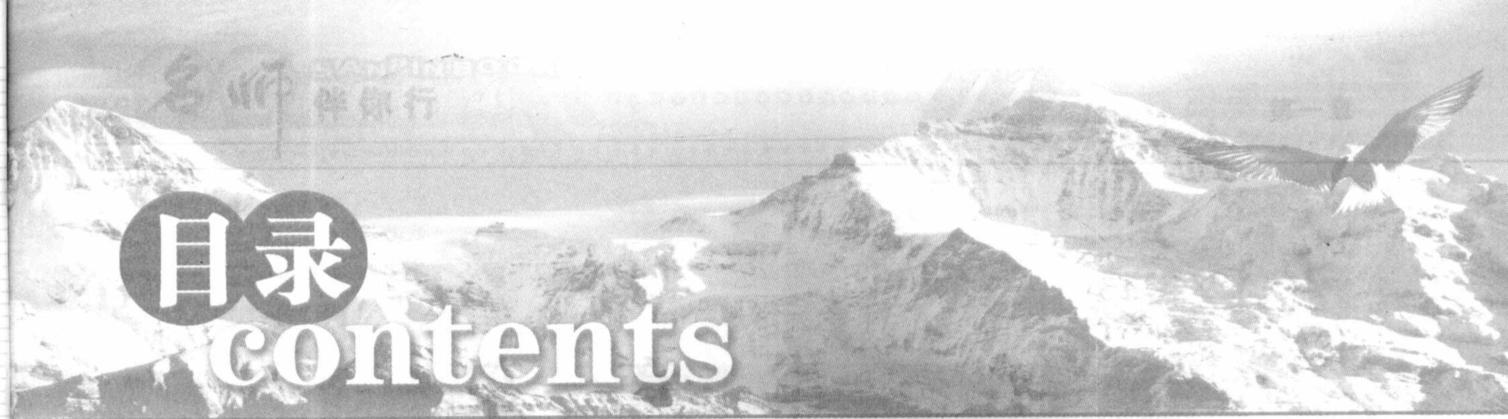
中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第101162号

天津人民出版社出版
出版人：刘晓津
（天津市西康路35号　邮政编码：300051）
网址：http: //www.tjrmcbs.com.cn
电子信箱：tjrmcbs@126.com
河间市华联印刷厂 印刷 新华书店 经销
*
2009年6月第1版　2009年6月第1次印刷
880×1230毫米　16开本　7印张
字数：224千字　印数：1-10，000
定价：20.00元

MINGSHIBANNIXING

名师伴你行

丛书主编：张连生
本册主编：孙长征
副 主 编：窦他石　孙向荣
编　　委：孙长征　窦他石　孙向荣　窦一鸣
聂方程　王如月　李洪广　卢一舟
蒋光晴　马辅堂



目录 contents

第一章 集 合

第二章 函 数

第三章 基本初等函数(Ⅰ)

参考答案

第一章 集 合

本章共包括两大节,分别为"集合与集合的表示方法"和"集合之间的关系与运算".第一大节包括集合的概念和集合的表示方法.教材根据小学和初中的数学知识,在学生对集合有了一定的感性认识的基础上给出了集合的描述性定义,进而给出了集合的两种表示方法:列举法和特征性质描述法.第二大节包括集合之间的关系和集合的运算.教材从实例入手,给出了子集的概念,从而对集合间包含、相等关系进行了研究,进而定义了集合之间的交、并、补运算.

集合语言是基本的数学语言,是初等数学的基础,是提高数学交流能力必备的知识,在中学数学中,集合语言和集合思想将贯彻始终,用集合的思想去揭示事物的内涵和外延,去研究其他数学问题,将成为认识事物、解决问题的重要思想方法.因此,本章是高中数学学习的起点.

集合的有关概念、集合的运算是本章学习的重点.有关集合的各个概念的含义以及这些概念间的联系与区别、集合的符号语言是本章的难点.学习本章内容要多联系现实生活中的例子,联系初中学过的代数、几何知识,以帮助我们认识和理解集合及集合间的关系,善于用类比的方法找出相关概念的区别与联系.Venn 图是帮助我们直观认识集合有关概念的有力工具.

本章学法如下:

1.注意和初中数学知识的衔接,这就需要重新整理初中数学知识,形成良好的知识基础,如一元二次方程、二元一次方程组、平面几何中常见的平面图形等,在此基础上,再根据本章特点,较快地吸收新知识,形成新的知识结构.

2.认真理解、反复推敲、思考本章各知识点的含义、各种表示方法,容易混淆的知识应仔细辨识、区别,达到熟练掌握,进而逐步建立与集合知识相适应的理论体系与思想方法.

3.本章常用的数学思想方法主要有:数形结合的思想(如常借助于数轴、Venn 图等解决问题)、分类讨论的思想(如一元二次方程根的讨论、集合间的包含关系等).逐步培养用集合的思想来分析问题、解决问题的能力.

学案 1 集合与集合的表示方法

要点大整合

知识清仓

1.一般地,把一些________看成一个整体,就说这个整体是由这些________构成的集合(或集).构成集合的________叫做这个集合的元素(或成员).

2.集合通常用________来表示,它们的元素通常用________来表示.如果 a 是集合 A 的元素,就说________,记作________;如果 a 不是集合 A 的元素,就说________,记作________.

3.一般地,我们把不含任何元素的集合叫做________,记作________.

4.集合中元素具有的性质是________、________、________.

5.按集合中元素的个数分类,含有有限个元素的集合叫做________,含有无限个元素的集合叫做________.

6.常用的数集:

(1)非负整数全体构成的集合,叫做______,记作______;

(2)在自然数集内排除 0 的集合叫做______,记作______;

(3)整数全体构成的集合,叫做________,记作________;

(4)有理数全体构成的集合,叫做______,记作______;

(5)实数全体构成的集合,叫做________,记作________.

7.列举法是指________________________.

8.一般地,如果在集合 I 中,属于集合 A 的任意一个元素 x 都具有性质 $p(x)$,而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$,则性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的一个________.

9.特征性质描述法的表示形式为________________.

基础演练

1.下列四个关系式中,正确的是 ( )

A. $a \in \{a,b\}$　　B. $\{a\} \in \{a,b\}$

C. $a \notin \{a\}$　　D. $a \leqslant \{a,b\}$

2.集合 $\{x \in \mathbf{N}^* \mid x-3<2\}$ 的另一种表示法是 ( )

A. $\{0,1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4,5\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

3.下列集合为空集的一个是 ( )

A. $\{x \in \mathbf{N} \mid x^2 \leqslant 0\}$

B. $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2-1=0\}$

C. $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+x+1=0\}$

D. 0

4.已知 x,y,z 为非零实数,代数式 $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+$

$\frac{|xyz|}{xyz}$的值所组成的集合是M,则下列判断正确的是（　　）

A. $0 \notin M$　　B. $2 \in M$

C. $-4 \notin M$　　D. $4 \in M$

5. 方程$x^2-2x+1=0$的解集中,有______个元素.

6. 用恰当符号填空:

(1)0 ____ $\mathbf{N}$;(2)0 ____ $\mathbf{N}_+$;(3)-6 ____ $\mathbf{Z}$;(4)$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{Q}$.

学点大展板

题型排雷

学点一　集合的概念

下列各组对象能否构成集合:

(1) 小于10的自然数:0,1,2,3,…,9;

(2) 满足$3x-2>x+3$的全体实数;

(3) 所有直角三角形;

(4) 到两定点距离的和等于两定点间的距离的点;

(5) 高一(1)班成绩好的同学;

(6) 参与中国加入WTO谈判的中方成员;

(7) 小于零的自然数;

(8) 小于等于零的正整数.

【分析】一组对象能否构成集合,关键在于是否具有确定性.

【解析】由于研究对象具有确定性,故(1),(2),(3),(4),(6)构成集合;(7),(8)中的元素不存在,故构成空集;而(5)中的对象无标准,故是否成绩好是不确定的,不能构成集合.

【评析】要构成集合,必须明确集合中的元素是确定的,模棱两可、似是而非的不确定对象不能构成集合.

变式探究

下面各组对象能否构成集合:

(1) 所有漂亮的人;

(2) 所有大于0的正整数;

(3) 不大于3且不小于0的有理数;

(4) 所有的正整数;

(5) 某校2009年在校的所有成绩好的同学.

学点二　元素与集合的关系

若A是由1和3两个数构成的集合,则下列表示方法正确的是（　　）

A. $3 \notin A$　　B. $1 \notin A$

C. $1 \in A$　　D. $1 \in A$且$3 \notin A$

【分析】如果a是集合A的元素,就说a属于集合A,记作$a \in A$;如果a不是集合A的元素,就说a不属于集合A,记作$a \notin A$.

【解析】注意集合与元素的关系,正确的使用符号“$\in$”与“$\notin$”.由已知$1 \in A$,$3 \in A$.

故应选C.

【评析】元素与集合之间只能是属于和不属于的关系,即对于集合A和某一个元素x,有一个明确的判断标准,即$x \in A$,或者$x \notin A$,两者必居其一,且仅居其一.

变式探究

给出下列命题:

①$\mathbf{N}$中最小的元素是1;

②若$a \in \mathbf{N}$,则$-a \notin \mathbf{N}$;

③若$a \in \mathbf{N}$,$b \in \mathbf{N}$,则$a+b$的最小值是2.

其中所有正确命题的个数为（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

学点三　集合中元素的性质

已知由$1,x,x^2$三个实数构成一个集合,求x应满足的条件.

【分析】$1,x,x^2$是集合中的三个元素,则它们是互不相等的.

【解析】根据集合中元素的互异性,得$\begin{cases} x \neq 1, \\ x^2 \neq 1, \\ x \neq x^2, \end{cases}$

所以$x \in \mathbf{R}$且$x \neq \pm 1$,$x \neq 0$.

【评析】这类问题的解决主要依据集合中元素的性质特征——互异性,列出任意两元素的关系式求解,通常要用到分类讨论.

变式探究

集合$\{3,x,x^2-2x\}$中,x应满足的条件是______.

学点四　集合的表示

用列举法表示下列集合:

(1)$A=\{x \mid x=|x|,x \in \mathbf{Z},且x<8\}$;

(2)$B=\left\{x \mid x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b},a,b为非零实数\right\}$;

(3)$C=\left\{x \mid \frac{6}{3-x} \in \mathbf{Z},x \in \mathbf{N}_+\right\}$.

【分析】(1)根据x的范围解方程;(2)根据绝对值的意义化简;(3)所求的x要满足两个条件:①x是正整数;②x使$\frac{6}{3-x}$是整数.

【解析】(1)$\because x=|x|$,$\therefore x \geq 0$,

又$\because x \in \mathbf{Z}$,且$x<8$,

$\therefore \{x \mid x=|x|,x \in \mathbf{Z}且x<8\}$用列举法表示为$\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$.

(2)当$a>0,b>0$时,$x=2$;当$a<0,b<0$时,$x=$

-2；当 a,b 异号时，$x=0$，

$\therefore B=\{-2,0,2\}$.

(3) 由题意知，$3-x=\pm1,\pm2,\pm3,\pm6$，$\therefore x=0,-3,1,2,4,5,6,9$，又 $x\in\mathbf{N}_+$，

$\therefore C=\{1,2,4,5,6,9\}$.

【评析】掌握集合的两种表示形式的关系和转化.

变式探究

用适当的方法表示下列集合：

(1) 方程组 $\begin{cases}2x-3y=14\\3x+2y=8\end{cases}$ 的解集；

(2)1 000 以内被 3 除余 2 的正整数所组成的集合；

(3) 直角坐标平面上在第二象限内的点所组成的集合；

(4) 所有正方形；

(5) 直角坐标平面上在直线 $x=1$ 和 $x=-1$ 的两侧的点所组成的集合.

学点五 数集的应用

用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

1 ____ $\mathbf{N}$，-3 ____ $\mathbf{N}$，0.5 ____ $\mathbf{N}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{N}$；1 ____ $\mathbf{Z}$，-3 ____ $\mathbf{Z}$，0.5 ____ $\mathbf{Z}$；1 ____ $\mathbf{Q}$，-3 ____ $\mathbf{Q}$，0.5 ____ $\mathbf{Q}$；1 ____ $\mathbf{R}$，-3 ____ $\mathbf{R}$，0.5 ____ $\mathbf{R}$，$\sqrt{2}$ ____ $\mathbf{R}$.

【分析】元素在集合中时，用符号“$\in$”，而元素不在集合中时，用符号“$\notin$”.

【解析】$1\in\mathbf{N}$，$-3\notin\mathbf{N}$，$0.5\notin\mathbf{N}$，$\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$；$1\in\mathbf{Z}$，$-3\in\mathbf{Z}$，$0.5\notin\mathbf{Z}$；$1\in\mathbf{Q}$，$-3\in\mathbf{Q}$，$0.5\in\mathbf{Q}$；$1\in\mathbf{R}$，$-3\in\mathbf{R}$，$0.5\in\mathbf{R}$，$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$.

【评析】数集的范围不明或数集的符号记忆错误是出错的主要原因.

变式探究

用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

(1) $2\sqrt{3}$ ____ $\{x\mid x<\sqrt{11}\}$；$3\sqrt{2}$ ____ $\{x\mid x>4\}$；

$\sqrt{2}+\sqrt{5}$ ____ $\{x\mid x\leqslant 2+\sqrt{3}\}$.

(2) 3 ____ $\{x\mid x=n^2+1,n\in\mathbf{N}^*\}$；

5 ____ $\{x\mid x=n^2+1,n\in\mathbf{N}^*\}$.

(3) $(-1,1)$ ____ $\{y\mid y=x^2\}$；

$(-1,1)$ ____ $\{(x,y)\mid y=x^2\}$.

学点六 集合的应用

已知集合 $A=\{x\mid ax^2+2x+1=0\}$.

(1) 若 $A=\varnothing$，求 a 的取值范围；

(2) 若 A 中只有一个元素，求 a 的取值范围；

(3) 若 A 中至少有一个元素，求 a 的取值范围；

(4) 若 A 中至多有一个元素，求 a 的取值范围.

【分析】了解空集的概念，理解“只有”“至少”“至多”的准确含义是解本题的关键.

【解析】(1) $\because A=\varnothing$，

$\therefore$ 方程 $ax^2+2x+1=0$ 无实根.

当 $a\neq0$ 时，$\Delta<0\Leftrightarrow a>1$；

当 $a=0$ 时，$x=-\dfrac{1}{2}$，$A\neq\varnothing$.

$\therefore a>1$.

(2)A 中只有一个元素 $\Leftrightarrow$ 方程 $ax^2+2x+1=0$ 只有一解，

若 $a\neq0$，则 $\Delta=0$，解得 $a=1$，此时 $x=-1$；

若 $a=0$，则 $x=-\dfrac{1}{2}$.

$\therefore a=0$ 或 $a=1$ 时，A 中只有一个元素.

(3)① 当 A 中只有一个元素时，由(2)知，$a=0$ 或 $a=1$.

② 当 A 中有两个元素时，$\begin{cases}a\neq0,\\\Delta>0.\end{cases}$

$\therefore a<1$，且 $a\neq0$.

综上 $a\leqslant1$.

(4)A 中至多有一个元素 $\Leftrightarrow$ 方程 $ax^2+2x+1=0$ 至多有一组解，

$\therefore\begin{cases}\Delta=4-4a\leqslant0\\a\neq0\end{cases}$ 或 $a=0$，

$\therefore a\geqslant1$ 或 $a=0$.

$\therefore$ 当 $a\geqslant1$ 或 $a=0$ 时，A 中至多有一个元素.

【评析】本题应用一元二次方程有关根的讨论，将集合语言转化为方程解的问题. 本题难点在于如何确定将集合中元素个数转化为方程系数所需要的条件.

变式探究

已知数集 A 满足条件：若 $a\in A$，则 $\dfrac{1}{1-a}\in A\ (a\neq1)$.

(1) 若 $2\in A$，试求出 A 中其他所有元素；

(2) 自己设计一个数属于 A，再求出 A 中其他所有元素；

(3) 从(1)，(2) 中你能发现什么规律，并论证你的发现.

难点清晰

1. 解题时如何用好集合中元素的性质？

集合中元素的确定性、互异性、无序性是集合的三个重要性质，要充分理解和认识三个性质，掌握其规律.如在解有关集合相等时，集合中元素间存在相等关系，元素顺序是一个重要因素，利用元素的无序性，可解决此问题.另外在解出了表示集合中元素的字母后，应代回集合中检验互异性.

2. 集合的列举法和描述法是如何转换的？

集合的表示形式主要有两种：列举法和特征性质描述法.当需要转换表示形式时，可这样实施，由特征性质描述法到列举法，只需把满足特征性质的所有元素一一写出来即可，而完成由列举法到特征性质描述法，需由列出的元素找规律，常常用归纳、猜测、计算等方法，同时要注意元素的一些限制条件.

规律指津

1. 空集就是不含任何元素的集合，空集对高中数学的“危害”不亚于数“0”对初中数学的“危害”，要处处设防，时刻提高警惕，才不至于掉进空集这一陷阱之中，另外还要注意 0，$\varnothing$，$\{0\}$ 三者之间的区别和联系.即 0 是元素，$\varnothing$，$\{0\}$ 是两个集合；$0\notin\varnothing$，$0\in\{0\}$，$\varnothing$ 和 $\{0\}$ 是两个不同的集合.

2. 解题时要特别关注集合中元素的三个特征，特别是互异性，要进行解题后的检验.

3. 注意将数学语言与集合语言进行相互转化.

4. 列举法与描述法各有优点，应该根据具体问题确定采用哪种表示法，列举法有直观、明了的特点，但有些集合是不能用列举法表示出来的，如满足 $x>3$ 的 x 的集合.特征性质描述法是把集合中元素所具有的特征性质描述出来，具有抽象、概括、普遍性的特点，表示一个集合可认为是进行如下的过程.

$$\text{列举法}\underset{\text{根据特征性质找出具体元素}}{\overset{\text{由对元素规律的观察概括出特征性质}}{\rightleftharpoons}}\text{描述法}.$$

精题大淘金

一、选择题

1. 给出三个命题：① 集合 $\{a,b\}$ 可以写成 $\{b,a\}$；② 方程 $4x^2-4x+1=0$ 的解集可表示为 $\left\{\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$；③“很小的数”构成一个集合.其中正确命题的个数是　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2. 由实数 $-x$，$|x|$，$\sqrt{x^2}$，x，$-\sqrt[3]{x^3}$ 组成的集合最多含有　(　　)

A. 4 个元素　B. 3 个元素　C. 2 个元素　D. 1 个元素

3. 由元素 1,2,3 组成的集合可记为　(　　)

A. $\{x=1,2,3\}$　　B. $\{x=1,x=2,x=3\}$

C. $\{x\mid x\in \mathbf{N}_+,x<4\}$　　D. {6 的质因数}

4. 集合 $M=\{(x,y)\mid xy<0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$ 是　(　　)

A. 第一象限内的点集　　B. 第三象限内的点集

C. 第四象限内的点集　　D. 第二、四象限内的点集

5. 已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的3个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长，那么 $\triangle ABC$ 一定不是　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

6. 若 $-3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$，则实数 a 等于　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 0 或 1　　D. ±1

7. 有下列结论：

①$\{\varnothing\}$ 是空集；

② 集合 $\{x\mid ax+b=0\}$ 是单元素集合；

③ 集合 $\{x\mid x^2-2x+1=0\}$ 有两个元素；

④ 集合 $\left\{x\mid \frac{100}{x}\in\mathbf{N},x\in\mathbf{Z}\right\}$ 为无限集.

其中正确的个数是　(　　)

A. 0　　B. 3　　C. 2　　D. 1

8. 如果方程 $ax^2+2x+1=0$ 有负根，则 a 的取值范围是　(　　)

A. $\{a\mid 0<a\leqslant1\}$

B. $\{a\mid a\leqslant1\}$

C. $\{a\mid 0<a\leqslant1$ 或 $a<0\}$

D. $\{a\mid 0\leqslant a\leqslant1\}$

二、填空题

9. 下列集合是有限集的为________.(填序号)

(1) 不超过 10 的非负偶数的集合；

(2) 大于 10 的所有自然数组成的集合；

(3) 方程 $x^2-4=0$ 的解集；

(4) 在平面上，到两定点 A,B 距离相等的点的集合.

10. 可以表示方程组 $\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$ 的解集的序号是________(填序号).

①$\{x=1,y=2\}$；②$\{1,2\}$；③$\{(1,2)\}$；④$\{(x,y)\mid x=1$ 或 $y=2\}$；⑤$\{(x,y)\mid x=1$ 且 $y=2\}$；

⑥$\left\{(x,y)\mid \begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\right\}$；

⑦$\{(x,y)\mid (x-1)^2+(y-2)^2=0\}$.

11. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+px+q=x\}$，集合 $B=\{x\mid (x-1)^2+p(x-1)+q=x+3\}$，当 $A=\{2\}$ 时，则集合 $B=$________.

12. 下列四个集合中，表示空集的是________.(填序号)

①$\{0\}$；

②$\{(x,y)\mid y^2=-x^2,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$；

③$\{x\mid |x|=5,x\in\mathbf{Z},x\notin\mathbf{N}\}$；

④$\{x\mid 2x^2+3x-2=0,x\in\mathbf{N}\}$.

三、解答题

13. 设 A 表示集合 $\{2,3,a^2+2a-3\}$，B 表示集合 $\{|a+3|,2\}$，已知 $5\in A$，且 $5\notin B$，求 a 的值.

14. 用列举法把下列集合表示出来：

(1)$A=\left\{x\in\mathbf{N}\mid\dfrac{6}{6-x}\in\mathbf{N}\right\}$；

(2)$B=\left\{\dfrac{6}{6-x}\in\mathbf{N}\mid x\in\mathbf{N}\right\}$；

(3)$C=\{y\mid y=-x^2+4,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$；

(4)$D=\{(x,y)\mid y=-x^2+4,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$；

(5)$E=\left\{x\mid\dfrac{p}{q}=x,p+q=5,p\in\mathbf{N},q\in\mathbf{N}_+\right\}$.

15. 已知集合 $P=\{p\mid x^2+2(p-1)x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，求一次函数 $y=2x-1,x\in P$ 的函数值的取值范围.

检测大阅兵

(20 分钟，30 分)

1. (5 分) 下列命题：

① 集合$\{2,3,4,2\}$是由四个元素组成的集合；

② 集合$\{0\}$表示仅由一个数“零”组成的集合；

③ 集合$\{1,2,4\}$与$\{4,1,2\}$是同一集合；

④ 集合{小于 1 的正有理数}是一个有限集.

其中正确的是 ( )

A. ③④　　B. ②③　　C. ①②　　D. ②

2. (5 分) 下列集合表示同一集合的是 ( )

A. $M=\{(3,2)\},N=\{(2,3)\}$

B. $M=\{3,2\},N=\{2,3\}$

C. $M=\{(x,y)\mid x+y=1\},N=\{y\mid x+y=1\}$

D. $M=\{1,2\},N=\{(1,2)\}$

3. (5 分) 在直角坐标系中，坐标轴上的点的集合可表示为 ( )

A. $\{(x,y)\mid x=0,y\neq0$ 或 $x\neq0,y=0\}$

B. $\{(x,y)\mid x=0$，且 $y=0\}$

C. $\{(x,y)\mid xy=0\}$

D. $\{(x,y)\mid x,y$ 不同时为 $0\}$

4. (5 分) 设 $5\in\{x\mid x^2-ax-5=0\}$，则集合$\{x\mid x^2-4x-a=0\}$中所有元素之和为________.

5. (10 分) 已知集合 $A=\{x\mid kx^2-8x+16=0\}$ 只有一个元素，试求实数 k 的值，并用列举法表示集合 A.

学案 2 集合之间的关系

要点大整合

知识清仓

1. 一般地，如果集合 A 中的_______元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作 A_______B 或 B_______A，读作“A_______B”，或“B_______A”.

2. 如果集合 P 中_______不是集合 Q 的元素，那么集合 P 不包含于 Q，或 Q 不包含 P. 分别记作 P_______Q 或 Q_______P.

3. 如果集合 A 是集合 B 的子集，并且 B 中_______不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的_______，记作_______.

4. 由子集、真子集的定义可推知：
对于集合 A,B,C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，则 A_______C；
对于集合 A,B,C，如果 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则 A_______C.

5. 空集是任意一个集合的_______，记作 $\varnothing$_______A；空集又是任何_______集合的_______.

6. 一般地，如果集合 A 的_______元素都是集合 B 的元素，反过来，集合 B 的_______元素也都是集合 A 的元素，那么我们就说集合 A_______集合 B，记作 A_______B.

7. 由相等的定义，可得：如果 $A\subseteq B$，又 $B\subseteq A$，则 A_______B；反之，如果 A_______B，则 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$.

基础演练

1. 设集合 $A=\{x\mid x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=2n-1,n\in\mathbf{Z}\}$，则集合 A 与 B 的关系为 ( )
A. $A\subsetneqq B$　B. $B\subsetneqq A$　C. $A=B$　D. 无法确定

2. 下列命题中，正确的是 ( )
A. 空集没有子集
B. 空集是任何一个集合的真子集
C. 空集的元素个数为零
D. 任何一个集合必有两个或两个以上的子集

3. 集合 $\{a,b\}$ 的子集有 ( )
A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

4. 设 $A=\{x\mid 1<x<2\}$，$B=\{x\mid x<a\}$，若 $A\subsetneqq B$，则 a 的取值范围是 ( )
A. $a\geqslant 2$　B. $a\leqslant 1$　C. $a\geqslant 1$　D. $a\leqslant 2$

5. 若集合 $A=\{1,3,x\}$，$B=\{x^2,1\}$，且 $B\subseteq A$，则满足条件的实数 x 的个数是 ( )
A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

6. 集合 M 满足 $\{a\}\subseteq M\subsetneqq\{a,b,c\}$，则集合 M 有_______个.

学点大展板

题型排雷

学点一 集合间的关系

集合 $A=\left\{(x,y)\mid y=\dfrac{x^2-1}{x+1}\right\}$，集合 $B=\{(x,y)\mid y=x-1\}$，集合 A,B 有什么关系？

【分析】本题主要考查集合与集合之间关系的判断能力.

【解析】集合 A 的元素是函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}=x-1(x\neq-1)$ 图象上的点，是一条直线上去掉了点 $(-1,-2)$ 后剩余的所有点，集合 B 的元素是函数 $y=x-1(x\in\mathbf{R})$ 图象上的所有点.

显然，集合 A 的所有元素都在集合 B 中，即有 $A\subseteq B$，而集合 $A\neq B$，所以有 $A\subsetneqq B$，即 A 是 B 的真子集.

【评析】判断 A 是否为 B 的真子集应严格执行两步：一是 $A\subseteq B$，即 A 的元素全在 B 中；二是 $A\neq B$，即 B 中至少有一个元素不在 A 中，两者缺一不可.

变式探究

判断下列集合 A 与 B 的关系：
(1) $A=\{x\mid 0<x<5\}$，$B=\{x\mid -1<x<5\}$；
(2) $A=\{(x,y)\mid xy>0\}$，$B=\{(x,y)\mid x>0,y>0\}$；
(3) $A=\{a\in\mathbf{R}\mid a\geqslant 0\}$，$B=\{a\in\mathbf{R}\mid$ 方程 $x^2+x-a=0$ 有实根$\}$.

学点二 子集

写出集合 $\{a,b,c\}$ 的子集.

【分析】按集合中元素的个数分类写，以防遗漏、重复.

【解析】(1) $\varnothing$；
(2) 一个元素的子集：$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$；
(3) 两个元素的子集：$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$；
(4) 三个元素的子集：$\{a,b,c\}$.

综上，$\{a,b,c\}$ 的子集有 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a,b\}$，$\{a,c\}$，$\{b,c\}$，$\{a,b,c\}$.

【评析】(1) 写出集合的所有子集时，一定按顺序、规律写出，避免遗漏或重复；(2) 一般地，如果一个集合有 n 个元素，则子集有 2^n 个，非空子集有 2^n-1 个.

变式探究

已知集合 $M=\{a,b,c,d\}$，$N=\{p\mid p\subseteq M\}$，则集合 N 的元素个数为 ( )
A. 4 个　B. 8 个　C. 16 个　D. 32 个

学点三 集合的相等

含有三个实数的集合可表示为$\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$，也可表示为$\{a^2,a+b,0\}$，求$a,b$.

【分析】依题意所给两个集合相等，故应根据集合相等的条件列式求解，但应注意元素的顺序可以不同.

【解析】由集合中元素的确定性，得

$$\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}=\{a^2,a+b,0\} \quad ①$$

从而有$0\in\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}$.

$\because a\neq 0$，

$\therefore \frac{b}{a}=0$，

$\therefore b=0$.

将$b=0$代入①得$\{a,0,1\}=\{a^2,a,0\}$.

进而有$a^2=1$，$\therefore a=\pm 1$.

当$a=1$时，$\left\{a,\frac{b}{a},1\right\}=\{1,0,1\}$与集合中元素互异性矛盾，舍去；

当$a=-1$时，$b=0$.

$\therefore a=-1,b=0$.

【评析】两集合相等不但要求元素个数相同，元素还必须完全相等，求解此类问题要注意集合性质的运用.

变式探究

已知$M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，且$M=N$，求a,b的值.

学点四 子集的应用

设集合$A=\{x\mid x^2+4x=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0,a\in\mathbf{R}\}$，若$B\subseteq A$，求实数$a$的值.

【分析】$B\subseteq A$可分为$B\subsetneqq A$，$B=A$两种情况，$A=\{0,-4\}$，因此，关键是对$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$的根的情况讨论.

【解析】$A=\{x\mid x^2+4x=0\}=\{-4,0\}$，

$\because B\subseteq A$，$\therefore$ 分$B=A$，$B\subsetneqq A$两种情况讨论.

(1) 当$A=B$时，$B=\{-4,0\}$，

即$-4,0$是方程$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$的两根，于是得$a=1$.

(2) 当$B\subsetneqq A$时，若$B=\varnothing$，则$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)<0$，解得$a<-1$；

若$B\neq\varnothing$，则

$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=0$，解得$a=-1$，

验证知$B=\{0\}$满足条件.

综上可知，所求实数a的值为$a=1$或$a\leqslant -1$.

【评析】(1) 当$B\subsetneqq A$时，要特别注意$B=\varnothing$的情况不能漏掉，否则就会得出$a=\pm 1$的错误结论.

(2) 分类讨论要结合实例，做到不重不漏. 此题既有集合的讨论又有一元二次方程根的讨论，有时还需对结果进行验证.

变式探究

设集合$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid ax-2=0\}$，若$B\subsetneqq A$，求实数a组成的集合.

难点清障

1. 本学案需要注意什么问题？

本学案在学习中应注意以下几个问题：

(1) 由于空集是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集，所以在看到类似“$A\subseteq B$”“$A\subsetneqq B$”“$B\neq\varnothing$”这种相关条件时，要注意讨论$A=\varnothing$和$A\neq\varnothing$的情况.

(2) 要注意区分一些容易混淆的符号：

①“$\in$”与“$\subseteq$”的区别：$\in$表示元素与集合之间的从属关系，例如$1\in\mathbf{N}$，$-1\notin\mathbf{N}$等；$\subseteq$表示集合与集合之间的包含关系，例如$\mathbf{N}\subseteq\mathbf{R}$，$\varnothing\subseteq\mathbf{R}$等.

②“a”与“$\{a\}$”的区别：一般地，a表示一个元素，而$\{a\}$表示只有一个元素a的集合.

③“$\{0\}$”与“$\varnothing$”的区别：$\{0\}$是含有一个元素0的集合，$\varnothing$是不含任何元素的集合，因此，$\varnothing\subseteq\{0\}$，不能写成$\varnothing=\{0\}$，$\varnothing\in\{0\}$.

(3) 子集、真子集的区别：

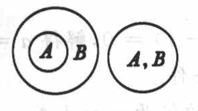
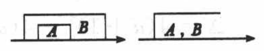
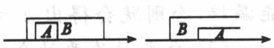
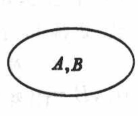
如果A是B的子集，即$A\subseteq B$，那么存在两种情况：一是$A=B$，一是$A\subsetneqq B$，两者必居其一；反之，若$A\subsetneqq B$，也可以说成$A\subseteq B$；$A=B$也可以说成$A\subseteq B$.

(4) 非空集合$A=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$有2^n个子集，有2^n-1个真子集，有2^n-2个非空真子集.

2. 怎样用Venn图和数轴来理解集合的关系？

用Venn图表示集合具有直观、形象的特点，这种方法严格地说应称为示意法，有一定的局限性，但它的直观性能帮助人们思考，是集合问题的一种解法，要在后面学习中不断体会它的重要性.

图示如下：

概念	Venn 图	数轴
子集		
真子集		
集合相等		

规律指津

1. 理解子集、真子集的概念，正确运用有关的术语、符号和图示方法；正确区分术语"包含于"与"包含"以及符号"$\subseteq$"与"$\subsetneqq$"的不同意义.

2. 掌握子集的有关性质：

(1) $\varnothing \subseteq A$（空集是任何集合的子集，当然也是空集的子集，且是任何非空集合的真子集）；

(2) $A \subseteq A$（任何非空集合 A 都有两个特殊的子集 $\varnothing, A$）；

(3) 传递性：若 $A \subseteq B, B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$；

(4) 相等：若 $A \subseteq B$，且 $B \subseteq A$，则 $A = B$（即相等的两个集合的元素完全相同）.

3. 有些集合问题比较抽象，解题时若借助 Venn 图进行数形分析，或利用数轴、图象采取数形结合的思想方法，往往可将问题直观化、形象化，使问题简捷地获解.

4. 对于和实数有关的集合问题，可以借助于数轴将集合语言转化为图形语言，观察图形使问题获解. 可见，数形结合思想是解决数学问题的重要思想方法.

精题大淘金

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid 2x^2 - x - 1 = 0\}$，则满足条件 $B \subseteq A$ 的所有集合 B 的个数为 (　　)

A. 1 个　B. 2 个　C. 3 个　D. 4 个

2. 设 $A = \{x \mid -1 < x \leqslant 3\}, B = \{x \mid x > a\}$，若 $A \subsetneqq B$，则 a 的取值范围是 (　　)

A. $\{a \mid a \geqslant 3\}$　B. $\{a \mid a \leqslant -1\}$

C. $\{a \mid a > 3\}$　D. $\{a \mid a < -1\}$

3. 已知集合 $A = \{x \mid -3 < x \leqslant 5\}, B = \{x \mid a+1 \leqslant x < 4a+1\}$，若 $B \subsetneqq A$，则实数 a 的取值范围是 (　　)

A. $0 < a \leqslant 1$　B. $a \leqslant 0$

C. $a > 0$　D. $a \leqslant 1$

4. 若 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}, B = \{x \mid x^2 > 0\}$，则 A 与 B 的关系是 (　　)

A. $A \not\subseteq B$　B. $B \subsetneqq A$　C. $A = B$　D. $A \subsetneqq B$

5. 集合 $A = \{x \mid 0 \leqslant x < 3, x \in \mathbf{N}\}$ 的真子集个数为 (　　)

A. 16　B. 8　C. 7　D. 4

6. 集合 A 满足 $\{1\} \subsetneqq A \subsetneqq \{1,2,3,4\}$，则集合 A 的个数为 (　　)

A. 5　B. 6　C. 8　D. 15

7. 已知集合 $A = \{(x,y) \mid y = |x|\}$，集合 $B = \{(x,y) \mid x \in \mathbf{R}, y > 0\}$，则 A 与 B 的关系是 (　　)

A. $A \subsetneqq B$　B. $A \subseteq B$

C. $B \subsetneqq A$　D. 以上答案都不对

8. 设集合 $P = \{m \mid -1 < m < 0\}, Q = \{m \in \mathbf{R} \mid mx^2 + 4mx - 4 < 0$，对任意实数 x 恒成立$\}$，则下列关系成立的是 (　　)

A. $P \subsetneqq Q$　B. $Q \subsetneqq P$

C. $P = Q$　D. $P \not\subseteq Q$

9. 数集 $M = \{x \mid x = (2n+1)\pi, n \in \mathbf{Z}\}$ 与数集 $N = \{x \mid x = (4k \pm 1)\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系是 (　　)

A. $M \subsetneqq N$　B. $M = N$　C. $N \subsetneqq M$　D. $M \not\subseteq N$

二、填空题

10. 若 $\{x \mid 2x - a = 0\} \subsetneqq \{x \mid -1 < x < 3\}$，则 a 的取值范围是________.

11. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 - 5x + 6 = 0\}$，若集合 A 至少有一个非空子集，则实数 a 的取值范围是________.

12. 已知 $A = \{x \mid x < 3\}, B = \{x \mid x < a\}$.

(1) 若 $B \subseteq A$，则 a 的取值范围是________；

(2) 若 $A \subsetneqq B$，则 a 的取值范围是________.

三、解答题

13. 若不等式 $|x| < 1$ 成立时，不等式 $1 < x - a < 4$ 也成立，求实数 a 的取值范围.

14. 设 $A = \{x, x^2, xy\}, B = \{1, x, y\}$，且 $A = B$，求 $x^{2009} + y^{2010}$ 的值.

15. 已知集合 $M=\{x \mid x=1+a^2, a\in \mathbf{N}^*\}$，$P=\{x \mid x=a^2-4a+5, a\in \mathbf{N}^*\}$，试判断 M 与 P 的关系.

检测大阅兵

（20分钟，30分）

1.（5分）如果集合 $A=\left\{x \mid x>\frac{1}{2}\right\}$，那么(1) $0\subseteq A$；(2) $\varnothing\subseteq A$；(3) $\{0\}\subsetneqq A$；(4) $\mathbf{N}\subseteq A$；(5) $\left\{\frac{1}{3}\right\}\subsetneqq A$，以上各式中正确的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2.（5分）设 $A=\{0,a\}$，且 $B=\{x \mid x\in A\}$，则集合 A 与集合 B 的关系是（　　）

A. $A\subsetneqq B$　　B. $A\subseteq B$　　C. $A=B$　　D. $A\in B$

3.（5分）已知 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2\}$. 定义集合 A，B 之间的运算"$*$"：$A*B=\{x \mid x=x_1+x_2, x_1\in A, x_2\in B\}$，则集合 $A*B$ 中最大的元素是________；集合 $A*B$ 的所有子集的个数为________.

4.（5分）集合 $A=\{x \mid x=a^2-4a+5, a\in \mathbf{R}\}$，$B=\{y \mid y=4b^2+4b+3, b\in \mathbf{R}\}$，则 A 与 B 的关系为________.

5.（10分）已知 $a\in \mathbf{R}$，$x\in \mathbf{R}$，$A=\{2,4,x^2-5x+9\}$，$B=\{3,x^2+ax+a\}$，$C=\{x^2+(a+1)x-3,1\}$，求：

(1) 使 $A=\{2,3,4\}$ 的 x 值；

(2) 使 $2\in B$，$B\subsetneqq A$ 的 a，x 的值；

(3) 使 $B=C$ 的 a，x 的值.

学案3　集合的运算

要点大整合

知识清仓

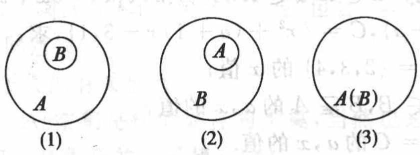
1.一般地,对于两个给定的集合 A,B,由________的所有元素构成的集合,叫做 A,B 的交集,记作________.

2.一般地,对于两个给定的集合 A,B,由两个集合的所有元素构成的集合,叫做 A 与 B 的________,记作________.

3.$A\cap B$ ________ $B\cap A$;$A\cap A=$________;$A\cap\varnothing$ ________ $\varnothing$;$\varnothing\cap A=$________.

4.$A\cup B$ ________ $B\cup A$;$A\cup A=$________;$A\cup\varnothing$ ________ A;$\varnothing\cup A=$________.

5.用集合语言描述下列几个图:



(1)A ________ B,$A\cap B=$________,$A\cup B=$________.

(2)A ________ B,$A\cap B=$________,$A\cup B=$________.

(3)A ________ B,$A\cap B=$________,$A\cup B=$________.

6.在研究集合与集合之间的关系时,如果所要研究的集合都是某一给定集合的子集,那么称这个给定的集合为________,通常用________表示.

7.如果给定集合 A 是全集 U 的一个子集,由 U 中________的所有元素构成的集合,叫做 A 在 U 中的________,记作________.

8.$A\cup(\complement_U A)=$________,$A\cap(\complement_U A)=$________;$\complement_U(\complement_U A)=$________.

基础演练

1.设集合 $A=\{x\mid-5\leqslant x<1\}$,$B=\{x\mid x\leqslant 2\}$,则 $A\cup B$ 等于　(　　)

A.$\{x\mid-5\leqslant x<1\}$　　B.$\{x\mid-5\leqslant x\leqslant 2\}$

C.$\{x\mid x<1\}$　　D.$\{x\mid x\leqslant 2\}$

2.若 $A=\{1,2,3\}$,$B=\{3,4,5\}$,则 $A\cap B=$　(　　)

A.3　　B.$\{3\}$

C.1,2,3,4,5　　D.$\{1,2,3,4,5\}$

3.设集合 $A=\{1,2\}$,则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是　(　　)

A.1　　B.3　　C.4　　D.8

4.设全集 $U=\{a,b,c,d,e\}$,$A=\{c,e\}$,$B=\{a,d\}$,则$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$　(　　)

A.$\{a,b,d,e\}$　　B.$\{a,b,c,e\}$

C.$\{a,b\}$　　D.$\{a,b,c,d,e\}$

5.设集合 $A=\{(x,y)\mid x+3y=7\}$,$B=\{(x,y)\mid x-y=-1\}$,则 $A\cap B=$________.

6.设全集 $U=\{1,3,5,7\}$,集合 $M=\{1,a-5\}$,$M\subseteq U$,$\complement_U M=\{5,7\}$,则 a 的值为________.

学点大展板

题型排雷

学点一　基本概念的考查

已知 $U=\{1,2,3,\cdots,8\}$,$A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{2,3,4,5\}$.求:

(1)$A\cap B$;　　(2)$A\cup(\complement_U B)$;

(3)$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$;　　(4)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

【分析】由集合的交、并、补的概念直接求解.

【解析】$\because U=\{1,2,3,\cdots,8\}$,$A=\{1,2,3,4\}$,$B=\{2,3,4,5\}$,

$\therefore \complement_U A=\{5,6,7,8\}$,$\complement_U B=\{1,6,7,8\}$.

$\therefore$(1)$A\cap B=\{1,2,3,4\}\cap\{2,3,4,5\}=\{2,3,4\}$.

(2)$A\cup(\complement_U B)=\{1,2,3,4\}\cup\{1,6,7,8\}=\{1,2,3,4,6,7,8\}$.

(3)$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{5,6,7,8\}\cap\{1,6,7,8\}=\{6,7,8\}$.

(4)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{5,6,7,8\}\cup\{1,6,7,8\}=\{1,5,6,7,8\}$.

【评析】集合的简单运算可由基本概念直接求解.

变式探究

已知集合 $S=\{x\mid 1<x\leqslant 7\}$,$A=\{x\mid 2\leqslant x<5\}$,$B=\{x\mid 3\leqslant x<7\}$.求:

(1)$(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$;

(2)$\complement_S(A\cup B)$;

(3)$(\complement_S A)\cup(\complement_S B)$;

(4)$\complement_S(A\cap B)$.

学点二 交集

已知集合 $M=\{x\mid y^2=x+1\}$，$P=\{x\mid y^2=-2(x-3)\}$，那么 $M\cap P=$（　　）

A. $\left\{(x,y)\mid x=\frac{5}{3},y=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}\right\}$

B. $\{x\mid -1<x<3\}$

C. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

D. $\{x\mid x\leqslant 3\}$

【分析】由集合的定义，集合 M 表示方程 $y^2=x+1$ 中 x 的范围，集合 P 表示方程 $y^2=-2(x-3)$ 中 x 的范围，故应先化简集合 M,P.

【解析】$\because M=\{x\mid y^2=x+1\}=\{x\mid x+1\geqslant 0\}$
$=\{x\mid x\geqslant -1\}$，
$P=\{x\mid y^2=-2(x-3)\}=\{x\mid x\leqslant 3\}$，
$\therefore M\cap P=\{x\mid x\geqslant -1,且\ x\leqslant 3\}$
$=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$.

故应选 C.

【评析】理解集合的表示形式，掌握其意义，利用交集定义可解决所给问题.

变式探究

设集合 $A=\{(x,y)\mid 2x+y=1,x,y\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(x,y)\mid a^2x+2y=a,x,y\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求 a 的值.

学点三 并集

设 $A=\{4,5,6,8\}$，$B=\{3,5,7,8\}$，下列集合与 $A\cup B$ 相等的是（　　）

A. $\{4,5,6,7,8\}$　　B. $\{3,4,6,7,10,16\}$

C. $\{3,4,5,6,7,8,9\}$　　D. $\{3,4,5,6,7,8\}$

【分析】注意到在集合 A 与集合 B 的并集的定义中：(1) 集合 $A\cup B$ 中的元素必须是集合 A 或集合 B 的元素，(2) 集合 $A\cup B$ 包含集合 A 与集合 B 中的所有元素.

【解析】A. $3\in B$，但 $3\notin\{4,5,6,7,8\}$，$\{4,5,6,7,8\}\subsetneqq A\cup B$；

B. $10\notin A$，$10\notin B$，$16\notin A$，$16\notin B$，$\{3,4,6,7,10,16\}\neq A\cup B$；

C. $9\notin A$，$9\notin B$，$A\cup B\subsetneqq\{3,4,5,6,7,8,9\}$；

D. 显然 $A\cup B=\{3,4,5,6,7,8\}$.

故应选 D.

【评析】在判定或书写集合 A 与集合 B 的并集时，既不能遗漏元素，也不能增添元素，要严格地理解、掌握并集的定义.

变式探究

已知 $A=\{x\mid x\leqslant -1或\ x\geqslant 3\}$，$B=\{x\mid a<x<4\}$，若 $A\cup B=\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $3\leqslant a<4$　　B. $-1<a<4$

C. $a\leqslant -1$　　D. $a<-1$

学点四 补集与全集

设 $A=\{0,2,4,6\}$，$\complement_U A=\{-1,-3,1,3\}$，$\complement_U B=\{-1,0,2\}$，求 B.

【分析】由 $A\cup(\complement_U A)=U$，确定全集 U，则 B 可求.

【解析】$\because A=\{0,2,4,6\}$，$\complement_U A=\{-1,-3,1,3\}$，
$\therefore U=\{-3,-1,0,1,2,3,4,6\}$，
又 $\complement_U B=\{-1,0,2\}$，$\therefore B=\{-3,1,3,4,6\}$.

【评析】解决与补集有关的问题时，应明确全集是什么，同时注意补集的有关性质：$\complement_U\varnothing=U$，$\complement_U U=\varnothing$，$\complement_U(\complement_U A)=A$ 等等.

变式探究

设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，且 $\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值.

学点五 交集的应用

已知集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x\mid m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$，若 $A\cup B=A$，求实数 m 的取值范围.

【分析】由 $A\cup B=A$ 得 $A\supseteq B$，故应从 $A\supseteq B$ 入手讨论，但考虑到 B 是 A 的子集，因此，不要忘记 $B=\varnothing$ 的情况.

【解析】由题意，$A\cup B=A$，$\therefore B\subseteq A$.

(1) 若 $B=\varnothing$，则 $m+1>2m-1$，即 $m<2$，此时总有 $A\cup B=A\cup\varnothing=A$ 成立.

(2) 若 $B\neq\varnothing$，则 $\begin{cases}m+1\leqslant 2m-1,\\-2\leqslant m+1,\\2m-1\leqslant 5,\end{cases}$

解得 $2\leqslant m\leqslant 3$.

综合(1)，(2)知，m 的取值范围是 $\{m\mid m<2\}\cup\{m\mid 2\leqslant m\leqslant 3\}=\{m\mid m\leqslant 3\}$.

【评析】由 $A\cup B=A$ 可得 $B\subseteq A$，而 $B\subseteq A$ 包括两种情况，即 $B=\varnothing$ 和 $B\neq\varnothing$. 本题常犯的错误是把 $B=\varnothing$ 漏掉而只讨论 $B\neq\varnothing$ 这一情况.

变式探究

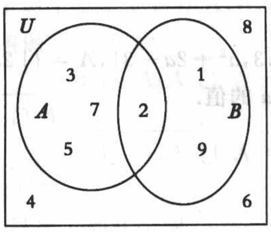
设集合 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，$A\cap B=\{-3\}$，求实数 a 的值.

学点六 Venn图的应用

若集合$U=\{x\mid x$是小于10的正整数$\}$，$A\subseteq U$，$B\subseteq U$，且$(\complement_U A)\cap B=\{1,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{4,6,8\}$，试求$A$与$B$.

【分析】关于集合的交、并、补的问题，通常可以由分析法找出集合中一定有或一定没有的元素，对它们逐一检验；或利用Venn图，把元素一一放入图中的相应位置，从而写出所求集合.

【解析】解法一：利用Venn图，在图中标出各个元素的相应位置，可以直接写出A和B来，$A=\{2,3,5,7\}$，$B=\{1,2,9\}$.



解法二：$\because A\cap B=\{2\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{1,9\}$，

$\therefore B=(A\cap B)\cup[(\complement_U A)\cap B]=\{1,2,9\}$；

$\because A\cup B=\complement_U[(\complement_U A)\cap(\complement_U B)]=\{1,2,3,5,7,9\}$，

又$B=\{1,2,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，

$\therefore A=\{2,3,5,7\}$.

【评析】事实上，在解决这类问题时，将Venn图的使用与分析法相结合更准确简捷.

变式探究

设A,B都是不超过9的正整数组成的全集U的子集，$A\cap B=\{2\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,9\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{4,6,8\}$，求集合$A,B$.

难点清障

1. 在解题时如何用好集合语言？

解集合问题，不仅仅是运用集合语言，更重要的是明确集合语言所蕴含的真实的数学含义，集合语言的转换过程，实质上就是在进行数学问题的等价转换时，向着我们熟悉的能够解决的问题转化.

2. 在学习时应注意什么问题？

(1) 对于交集、并集、全集、补集等概念的理解，要注意教材中的实例和Venn图的直观作用.

(2) 要善于将三者进行比较记忆，找出它们之间的联系与区别.

(3) 注意在集合运算中，运用Venn图，借助于数轴等几何方法直观理解.

(4) 学会集合语言的运用，并逐渐学会用集合的观点研究事物的内涵与外延.

3. 怎样理解全集和补集？

全集并非包罗万象，含有任何元素的集合，它仅仅含有我们所要研究的问题中所涉及的所有元素，如研究方程实根，全集取为$\mathbf{R}$；研究整数，$\mathbf{Z}$为全集. 同时要理解补集的定义的用法.

规律指津

1. 交集与并集是集合的两种不同运算，对它们概念的理解要特别注意“且”与“或”的区别. 交集和并集的符号“$\cap$”“$\cup$”既有相同的地方，但又完全不同，不要混淆.

2. 对于交集“$A\cap B=\{x\mid x\in A$，且$x\in B\}$”，不能简单地认为$A\cap B$中的任一元素都是A与B的公共元素，或者简单地认为A与B的公共元素都属于$A\cap B$，这是因为并非任何两个集合总有公共元素.

3. 对于并集“$A\cup B=\{x\mid x\in A$，或$x\in B\}$”，不能简单地理解为$A\cup B$是由A的所有元素与B的所有元素组成的集合，这是因为A与B可能有公共元素.

4. Venn图在研究集合与元素、集合与集合关系中有广泛的应用，它主要体现在用图示帮助我们加强对问题的理解，是数形结合在集合中的具体体现，特别是在解决列举法给出的集合运算中应用广泛.

5. 解决集合问题，应从元素入手进行分析处理.

在顺向思维受阻时，改用逆向思维，可能“柳暗花明”，从这个意义上讲，补集思想具有转换研究对象的功能，这是转化思想的又一体现.

精题大淘金

一、选择题

1. 已知集合$P=\{x\in\mathbf{N}\mid 1\leqslant x\leqslant 10\}$，集合$Q=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+x-6=0\}$，则$P\cap Q$等于 ( )

A. $\{2\}$ B. $\{3\}$ C. $\{-2,3\}$ D. $\{-3,2\}$

2. 设集合$A=\{x\mid |x-2|\leqslant 2,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x=-y^2,-1\leqslant y\leqslant 2\}$，则$\complement_{\mathbf{R}}(A\cap B)$等于 ( )

A. $\mathbf{R}$ B. $\{x\mid x\in\mathbf{R},x\neq 0\}$

C. $\{0\}$ D. $\varnothing$

3. 设全集$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，集合$S=\{1,3,5\}$，$T=\{3,6\}$，则$\complement_U(S\cup T)$等于 ( )

A. $\varnothing$ B. $\{2,4,7,8\}$

C. $\{1,3,5,6\}$ D. $\{2,4,6,8\}$

4. 已知全集$U=\mathbf{R}$，且$A=\{x\mid |x-1|>2\}$，$B=\{x\mid x^2-6x+8<0\}$，则$(\complement_U A)\cap B$等于 ( )

A. $\{x\mid -1\leqslant x<4\}$ B. $\{x\mid 2<x<3\}$

C. $\{x\mid 2<x\leqslant 3\}$ D. $\{x\mid -1<x<4\}$

5. 设集合$P=\{1,2,3,4,5,6\}$，$Q=\{x\in\mathbf{R}\mid 2\leqslant x\leqslant 6\}$，那么下列结论正确的是 ( )

A. $P\cap Q=P$ B. $P\cap Q\supsetneqq Q$

C. $P\cup Q=Q$ D. $P\cap Q\subsetneqq P$

6. 如图，U是全集，M,P,S是U的3个子集，则阴影部分所表

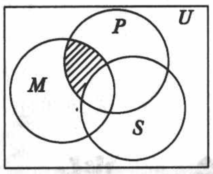
示的集合是　(　　)

A. $(M\cap P)\cap S$

B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap(\complement_U S)$

D. $(M\cap P)\cup(\complement_U S)$



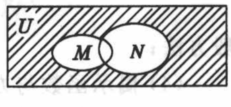
7. 已知 M,N 都是 U 的子集，则图中的阴影部分表示为　(　　)

A. $M\cup N$

B. $\complement_U(M\cup N)$

C. $(\complement_U M)\cap N$

D. $\complement_U(M\cap N)$



8. 设 P,Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b\mid a\in P,b\in Q\}$. 若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是　(　　)

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

9. 已知 $A=\{y\mid y=x^2-6x+10,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid y=2x+3,x\in\mathbf{R}\}$，则 $A\cap B$ 是　(　　)

A. $\{y\mid y\geqslant 10\}$　　B. $\mathbf{R}$

C. $\{y\mid y\in\mathbf{R}\}$　　D. $\{y\mid y\geqslant 1\}$

二、填空题

10. 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<5\}$，$A\cap B=\{x\mid 1\leqslant x<5\}$，$A\cup B=\{x\mid -3<x<5\}$，则集合 $B=$________.

11. 设 $U=\mathbf{R}$，$M=\{x\mid |x|<3\}$，$N=\{y\mid y\neq 2\}$，则 $M\cap(\complement_U N)=$________.

12. 设集合 $A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，$C=\{x\mid x\geqslant a\}$. 若 $(A\cup B)\cap C=\varnothing$，则 a 的取值范围是________.

三、解答题

13. 已知 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid ax-2=0\}$，且 $A\cup B=A$，求由实数 a 的值组成的集合 C.

14. 已知 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+2x+p=0\}$，且 $A\cap\{x\in\mathbf{R}\mid x>0\}=\varnothing$，求 p 的取值范围.

15. 设 A,B 是两个非空集合，定义 A 与 B 的差集：

$$A-B=\{x\mid x\in A\text{ 且 }x\notin B\}$$

(1) 试举出两个数集 A,B，求它们的差集；

(2) 差集 $A-B$ 与 $B-A$ 是否一定相等?说明你的理由；

(3) 已知 $A=\{x\mid x>4\}$，$B=\{x\mid |x|<6\}$，求 $A-(A-B)$ 及 $B-(B-A)$，由此你可以得到什么更一般的结论?(不必证明)

检测大阅兵

(20 分钟，30 分)

1. (5 分) 已知全集 $I=\{x\in\mathbf{N}_+\mid -2<x<9\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{1,3,6\}$，那么 $\{2,7,8\}$ 是　(　　)

A. $A\cup B$　　B. $A\cap B$

C. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)$　　D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)$

2. (5 分) 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，则 $P\cap(\complement_U Q)=$　(　　)

A. $\{1,2\}$　　B. $\{3,4,5\}$

C. $\{1,2,6,7\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

3. (5 分) 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $M=\{x\mid x\geqslant 2\}$，$N=\{x\mid x\geqslant 0\}$，则 $\complement_U M$ 与 $\complement_U N$ 的包含关系是 $\complement_U M$________$\complement_U N$.

4. (5 分) 若全集 $U=\{x\mid x\leqslant 9,x\in\mathbf{N}_+\}$，$M=\{1,7,8\}$，$P=\{2,3,5,7\}$，$S=\{1,4\}$. 则 $(M\cup P)\cap(\complement_U S)=$________.

5. (10 分) 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，$P=\left\{x\,\middle|\,x\leqslant 0\text{ 或 }x\geqslant\frac{5}{2}\right\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$，$(\complement_U B)\cup P$，$(A\cap B)\cap(\complement_U P)$.

复习至此，敬请使用《名师伴你行》同步质量检测卷

本内容单独装订成册!