跨越

黄冈金学案

浓缩教学精华

跨越学习障碍

探索知识海洋

传承黄冈学法

高中新课标

配人教A版

数学

必修1

延边教育出版社

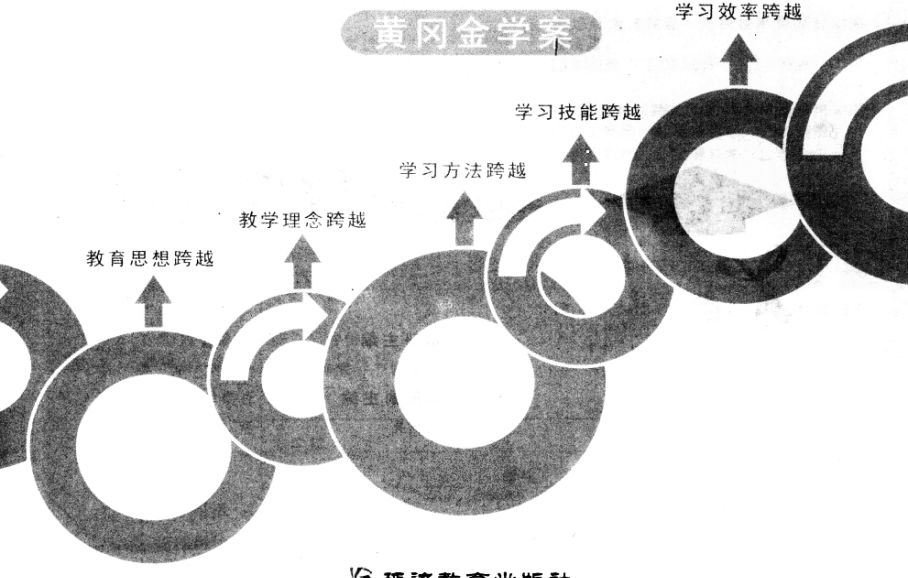
人生如旅——携经典跨越工具

书路如山——寻高效黄冈学法

跨越

刘雪荣

（黄冈市市长）



延边教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

跨越. 数学. 1:必修/韩明雄主编. —延吉:延边教育出版社,2009.7
ISBN 978-7-5437-8047-7

Ⅰ.跨… Ⅱ.韩… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 117241 号

□ 责任编辑:严今石　王欢欢
□ 法律顾问:北京陈鹰律师事务所(010—64970501)

与人教 A 版普通高中课程标准实验教科书同步
《跨越》　黄冈金学案　数学　必修 1

出版:延边教育出版社
地址:吉林省延吉市友谊路 363 号(133000)
北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003(100080)
网址:http://www.topedu.org
电话:0433—2913975　010—82608550
传真:0433—2913971　010—82608856
印刷:黄冈青年报印刷厂
开本:890×1240　16 开本
印张:11
字数:300 千字
版次:2009 年 8 月第 1 版
印次:2009 年 8 月第 1 次印刷
书号:ISBN 978-7-5437-8047-7
定价:19.80 元

如印装质量有问题,本社负责调换

内封题字

刘雪荣（黄冈市市长）

丛书策划

徐冬鸿　张必东

丛书主编

韩明雄　王俊昌

丛书编委会

刘彩华　杨永刚
张以标　丁尧坚
徐建明　苗立国
姜　嘉　瞿　兵
肖树亮　张桂芬
孙淑莲　吴贤军
丁永华　程文亮
魏　铭　汤立明
廖三红　孙培建
禚照海　张平山
陈晓晖　张　庭

配人教A版 数学 必修1

本册主编

苗立国　徐建明

本册副主编

肖树亮

编　者

李　红　胡　乔
任康华　余序雨
蔡　阳　蔡春红
余　平　陈　晶

前言

为了适应湖北省实施高中新课标教学和未来新的高考模式的要求，黄冈市高中新课标教学课题研发组经黄冈市教育局领导的同意，多次到已实行高中新课标和新高考的省份，深入课堂听课、座谈，充分调查研究，在系统总结黄冈教法和学法的基础上，借鉴课改区已取得高考优异成绩的教法和学法，将外省先进课改经验与黄冈市教学实际有机结合，取长补短，去粗取精，探索形成一套高效的“自主学习→知识梳理→问题研讨→合作探究→跨越障碍→典例赏析→总结反思→即时检测→专题归纳→品味高考→学习延伸→单元测评”同步教学模式。其精华内容已全部融入《跨越》黄冈金学案系列丛书。

《跨越》黄冈金学案由黄冈市市长刘雪荣题写书名，由黄冈市教育局精心组织编写，由延边教育出版社悉心编辑出版，是唯一的一套适合黄冈高中新课标教学实际的黄冈品牌教辅。

本丛书具有以下特点：

●精心设计　全程优化

图书采用“课堂学案+课时训练+单元检测+独立答案+教师用书”产品组合模式。编者从宏观上科学安排，细节上全程优化，导学导练导考，以达到“课时达标、章节过关”的目标。

●求真务实　针对性强

丛书作者群体，既有来自先行实施高中新课标10多个省份的一线教师，又有来自黄冈市重点高中、普通高中的一线教师，根据课改试验区和黄冈市大多数教师的教学习惯，对课时进行科学划分，分层次、分标高、分难度设计例题和习题，充分体现黄冈人务实的教学风格。

●源于基础　跨越障碍

丛书在夯实基础，深入挖掘学科知识点的基础上，侧重采取独到的教学方法引导学生突破教材中重点、难点、疑点、易错点、易混淆点，总结学习方法、技巧、规律，让学生轻松跨越学习障碍，学会学习，享受学习的乐趣。

●紧扣课标　有的放矢

丛书依据国家教育部颁布的课程标准，以学案为载体，以导学为方式，引导学生在不断地思索与探究中获取新知。在探究过程中，特别注重培养学生思维的方法和技巧。注重典型例题讲透、讲出特色，突出例题的鲜活、示范的特点。精编与教材严格同步的最新高考题，密切关注课改试验区最新考试动态，从高一起步与高考零距离对接。

●科学训练　循序渐进

改编精典题，原创新颖题，逐级训练，是黄冈人多年的教学特点。丛书精编课改区精典题，结合黄冈教学实际原创新题，针对黄冈市重点中学、普通高中各个层次学生进行科学高效训练，一课一练，一节一练，每单元一测，引导学生练在关键点上，练在技巧点上，以达到“激活思维、开发潜能”的目的。

愿《跨越》黄冈金学案成就你的梦想，在人生道路上实现一次大跨越！

丛书编委会

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.

黄冈市教育局精心打造　正宗黄冈品牌教辅

高中新课标——黄冈金学案

跨越

单元测评卷

人教A版

数学

必修1

本册主编　苗立国　徐建明
本册副主编　肖树亮

延边教育出版社

学号 姓名 学科 学校 县(区)

单元测评卷(一)

时间:120 分钟　　分值:150 分

第Ⅰ卷(选择题　60 分)

一、选择题(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共 60 分,在每小题给出的 4 个选项中.只有一项是符合题目要求的.)

1. 设集合 $A=\{x|-\frac{1}{2}<x<2\}$,$B=\{x|x^2\leqslant 1\}$,则 $A\cup B=$　(　　)

A. $\{x|-1\leqslant x<2\}$　　B. $\{x|-\frac{1}{2}<x\leqslant 1\}$

C. $\{x|x<2\}$　　D. $\{x|1\leqslant x<2\}$

2. 判断下列各组中的两个函数是同一函数的为　(　　)

(1) $y_1=\frac{(x+3)(x-5)}{x+3}$,$y_2=x-5$;(2) $y_1=\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$,$y_2=\sqrt{(x+1)(x-1)}$;(3) $f(x)=x$,$g(x)=\sqrt{x^2}$;(4) $f(x)=x$,$F(x)=\sqrt[3]{x^3}$;(5) $f_1(x)=(\sqrt{2x-5})^2$,$f_2(x)=2x-5$.

A. (1)、(2)　　B. (2)、(3)

C. (4)　　D. (3)、(5)

3. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 3\}$,$B=\{x|x<-1$ 或 $x>4\}$,那么集合 $A\cap(\complement_U B)$ 等于　(　　)

A. $\{x|-2\leqslant x<4\}$　　B. $\{x|x\leqslant 3$ 或 $x\geqslant 4\}$

C. $\{x|-2\leqslant x<-1\}$　　D. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$

4. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$,则函数 $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是　(　　)

A. $[0,1]$　　B. $[0,1)$

C. $[0,1)\cup(1,4]$　　D. $(0,1)$

5. 函数 $f(x)=\frac{1}{1-x(1-x)}$ 的最大值是　(　　)

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{5}{4}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

6. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\leqslant 1,\\ x^2+x-2, & x>1,\end{cases}$ 则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为　(　　)

A. $\frac{15}{16}$　　B. $-\frac{27}{16}$

C. $\frac{8}{9}$　　D. 18

7. 设 A、B 是非空集合,定义 $A\times B=\{x|x\in A\cup B$ 且 $x\notin A\cap B\}$.已知 $A=\{y|y=\sqrt{3+2x-x^2}\}$,$B=\{y|y=x+1,x>0\}$,则 $A\times B$ 等于　(　　)

A. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1$ 或 $x>2\}$　　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 2\}$

C. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$

8. 设函数 $f(x)=x^2-x+a(0<a<\frac{1}{4})$,若 $f(m)<0$,则有　(　　)

A. $f(m-1)<0$　　B. $f(m-1)>0$

C. $f(m-1)=0$　　D. $f(m-1)$ 与 0 的大小关系不能确定

9. 已知定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 的函数 $f(x)$ 是偶函数,并且在 $(-\infty,0)$ 上是增函数,若 $f(2)=0$,则 $\frac{f(x)}{x}<0$ 的解集是　(　　)

A. $(-2,0)\cup(0,2)$　　B. $(-\infty,-2)\cup(0,2)$

C. $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-2,0)\cup(2,+\infty)$

10. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y=f(x)$ 满足下列三个条件:①对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+4)=f(x)$;②对于任意的 $0\leqslant x_1<x_2\leqslant 2$,都有 $f(x_1)<f(x_2)$;③$y=f(x+2)$ 的图象关于 y 轴对称,则下列结论中,正确的是　(　　)

A. $f(4.5)<f(6.5)<f(7)$　　B. $f(4.5)<f(7)<f(6.5)$

C. $f(7)<f(4.5)<f(6.5)$　　D. $f(7)<f(6.5)<f(4.5)$

11. 设 $f(x)$ 是连续的偶函数,且当 $x>0$ 时 $f(x)$ 是单调函数,则满足 $f(x)=f\left(\frac{x+3}{x+4}\right)$ 的所有 x 之和为　(　　)

A. -3　　B. 3

C. -8　　D. 8

12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$,满足 $f(x-4)=-f(x)$,且在区间 $[0,2]$ 上是增函数,则　(　　)

A. $f(-25)<f(11)<f(80)$　　B. $f(80)<f(11)<f(-25)$

C. $f(11)<f(80)<f(-25)$　　D. $f(-25)<f(80)<f(11)$

选择题答案栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

第Ⅱ卷(非选择题　90 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 4 分,满分 16 分;将答案写在答题纸相应题号的位置上.)

13. 某班共 30 人,其中 15 人喜爱篮球运动,10 人喜爱乒乓球运动,8 人对这两项运动都不喜爱,则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为_____.

14. 已知 $f(x-\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}$,则函数 $f(3)=$_____.

15. 已知 $f(x+1)$ 的图象过定点 $(3,2)$,那么函数 $f(x)$ 的图象关于 x 轴对称图形一定过点_____.

16. 已知函数 $f(x)=x^2-6x+8$,$x\in[1,a]$,并且函数 $f(x)$ 的最小值为 $f(a)$,则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题,共计 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤;字迹工整、清楚.)

17. (本小题满分 12 分)集合 $A=\{x|x^2-2ax+4a^2-3=0\}$,$B=\{x|x^2-x-2=0\}$,$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$.

(1)是否存在实数 a 使 $A\cap B=A\cup B$?若存在试求 a 的值,若不存在说明理由;

(2)若 $\varnothing\subsetneqq A\cap B$,$A\cap C=\varnothing$,求 a 的值.

18. (本小题满分 12 分)(1)已知二次函数 $h(x)$ 与 x 轴的两交点为 $(-2,0)$,$(3,0)$,且 $h(0)=-3$,求 $h(x)$;

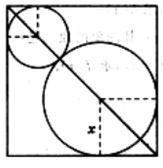
(2)已知二次函数 $F(x)$,其图象的顶点是 $(-1,2)$,且经过原点,求 $F(x)$;

(3)已知 $f(x+1)=x^2-2x$,求 $f(x)$.

19.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)$ 的图象与函数 $h(x)=x+\frac{1}{x}+2$ 的图象关于点 $A(0,1)$ 对称.（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若 $g(x)=f(x)+\frac{a}{x}$，且 $g(x)$ 在区间 $(0,2]$ 上为减函数，求实数 a 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）如图，在单位正方形内作两个互相外切的圆，同时每一个圆又与正方形的两相邻边相切，记其中一个圆的半径为 x，两圆的面积之和为 S，将 S 表示为 x 的函数，求函数 $S=f(x)$ 的解析式及 $f(x)$ 的值域.



21.（本小题满分 12 分）设 $f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的增函数，对一切 $m,n\in(0,+\infty)$，都有 $f(\frac{m}{n})=f(m)-f(n)$，且 $f(4)=1$，解关于 x 的不等式 $f(x+6)-f(\frac{1}{x})<2$.

22.（本小题满分 14 分）设函数 $f(x)=ax^2+bx+1(a,b\in\mathbf{R})$.

（1）若 $f(-1)=0$ 且对任意实数 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求 $f(x)$ 的表达式.

（2）在（1）的条件下，当 $x\in[-2,2]$ 时，$g(x)=f(x)-kx$ 是单调函数，求实数 k 的取值范围.

学号 姓名 学科 学校 年(级)

单元测评卷(二)

时间:120 分钟　　分值:150 分

第Ⅰ卷(选择题　60 分)

一、选择题(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共计 60 分,在每小题给出的 4 个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 化简$(a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}})\div(\frac{1}{3}a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{5}{6}})$的结果为　(　　)

A. $6a$　　B. $-a$

C. $-9a$　　D. $9a^2$

2. 已知 $x+x^{-1}=3$,则 $x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}$ 值为　(　　)

A. $3\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{5}$　　D. $-4\sqrt{5}$

3. 计算$\frac{1}{2}\log_3 12-\log_3 2=$　(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. 3

4. 若函数 $y=f(x)$是函数 $y=a^x(a>0$,且 $a\neq1)$的反函数,且 $f(2)=1$,则 $f(x)=$　(　　)

A. $\log_2 x$　　B. $\frac{1}{2^x}$

C. $\log_{\frac{1}{2}}x$　　D. 2^{x-2}

5. 已知 $f(x^6)=\log_2 x$,那么 $f(8)$等于　(　　)

A. $\frac{4}{3}$　　B. 8

C. 18　　D. $\frac{1}{2}$

6. 下列函数是幂函数的是　(　　)

A. $y=2x^2$　　B. $y=x^3+x$

C. $y=3^x$　　D. $y=x^{\frac{1}{2}}$

7. 下列函数中既是偶函数又在$(-\infty,0)$上是增函数的是　(　　)

A. $y=x^{\frac{4}{3}}$　　B. $y=x^{\frac{2}{3}}$

C. $y=x^{-2}$　　D. $y=x^{-\frac{1}{4}}$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^x(x\leqslant0),\\ \log_2 x(x>0),\end{cases}$ 那么 $f[f(\frac{1}{4})]$的值为　(　　)

A. 9　　B. $\frac{1}{9}$

C. -9　　D. $-\frac{1}{9}$

9. 已知 $a=\log_2 0.3$,$b=2^{0.3}$,$c=0.3^{0.2}$,则 a,b,c 三者的大小关系是　(　　)

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$

C. $a>b>c$　　D. $c>b>a$

10. 已知函数 $y=f(x)$的反函数 $f^{-1}(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x-\frac{1}{2})$,则方程 $f(x)=1$ 的解集是　(　　)

A. $\{1\}$　　B. $\{2\}$

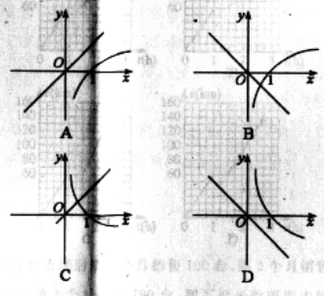
C. $\{3\}$　　D. $\{4\}$

11. 函数 $f(x)=a^x+\log_a(x+1)$在$[0,1]$上的最大值和最小值之和为 a,则 a 的值为　(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. 2　　D. 4

12. 当 $a>1$ 时,函数 $y=\log_a x$ 与 $y=(1-a)x$ 的图象只可能是　(　　)



选择题答案栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

第Ⅱ卷(非选择题　90 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 4 分,满分 16 分)

13. 幂函数 $f(x)$的图象过点$(3,\sqrt[4]{27})$,则 $f(x)$的解析式是_____.

14. 计算:$\sqrt{(\log_2 5)^2-4\log_2 5+4}+\log_2\frac{1}{5}=$_____.

15. 当 $a>0$ 且 $a\neq1$ 时,函数 $f(x)=a^{x-2}-3$ 必过定点_____.

16. 若函数 $y=\log_2(ax^2+2x+1)$的定义域为 R,则 a 的范围为_____.

三、解答题(本大题共 6 个小题,共计 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤;字迹工整、清楚.)

17.(本小题满分 12 分)求值:$(\sqrt[3]{2}\times\sqrt{3})^6+(\sqrt{2\sqrt{2}})^{\frac{1}{2}}-4(\frac{16}{49})^{-\frac{1}{2}}-\sqrt[4]{2}\times8^{0.25}-(-2\ 005)^0$.

18.(本小题满分 12 分)已知 $y=(m^2+2m-2)\cdot x^{\frac{1}{m^2-3}}+(2n-3)$是幂函数,求 m、n 的值.

19.(本小题满分 12 分)求函数 $y=2\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x+2)$的单调区间.

20.(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=(\frac{1}{3})^x$,如果 $x\in[-1,1]$,求函数 $y=f^2(x)-2af(x)+3$ 的最小值 $g(a)$.

21.(本小题满分 12 分)已知$\log_m 4<\log_n 4$,比较 m,n 的大小.

22.(本小题满分 14 分)已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-mx-m)$.

(1)若 $m=1$,求函数 $f(x)$的定义域;

(2)若函数 $f(x)$的值域为 $\mathbf{R}$,求实数 m 的取值范围;

(3)若函数 $f(x)$在区间$(-\infty,1-\sqrt{3})$上是增函数,求实数 m 的取值范围.

学号 姓名 学科 学校 县(区)

单元测评卷(三)

时间:120 分钟　　分值:150 分

第Ⅰ卷(选择题　60 分)

一、选择题(本大题共 12 个小题,每小题 5 分,共计 60 分,在每小题给出的 4 个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 函数 $f(x)=\ln x-\frac{3}{x}$ 的零点所在区间是　(　　)

A. $(1,2)$　B. $(2,3)$　C. $(3,4)$　D. $(4,5)$

2. 若函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的图象为连续不断的一条曲线,则下列说法正确的是　(　　)

A. 若 $f(a)f(b)>0$,不存在实数 $c\in(a,b)$ 使得 $f(c)=0$

B. 若 $f(a)f(b)<0$,存在且只存在一个实数 $c\in(a,b)$ 使得 $f(c)=0$

C. 若 $f(a)f(b)>0$,有可能存在实数 $c\in(a,b)$ 使得 $f(c)=0$

D. 若 $f(a)f(b)<0$,有可能不存在实数 $c\in(a,b)$ 使得 $f(c)=0$

3. 函数 $f(x)=x^2-3x-4$ 的零点是　(　　)

A. $(1,-4)$　B. $(4,-1)$　C. $1,-4$　D. $4,-1$

4. 某企业 2008 年 12 月份的产值是这年 1 月份的 p 倍,则该企业 2008 年度产值的月平均增长率为　(　　)

A. $\frac{p}{1-p}$　B. $\sqrt[11]{p}-1$

C. $\sqrt[11]{p}$　D. $\frac{p-1}{11}$

5. 若函数在区间 $(2,4)$ 内有零点,则下列说法正确的是　(　　)

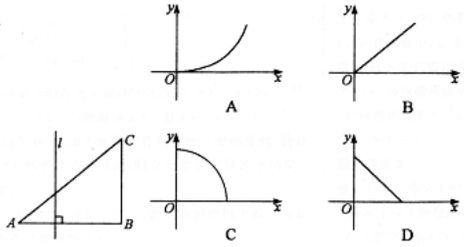
A. 在区间 $(2,3)$ 内有零点

B 在区间 $(3,4)$ 内有零点

C. 在区间 $(2,3)$ 或 $(3,4)$ 内有零点

D. 在区间 $(2,3]$ 或 $(3,4)$ 内有零点

6. 如下图,$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形,直线 l 与 AB 相交且 $l\perp AB$,直线 l 截这个三角形所得的位于直线左方的图形面积为 y,点 A 到直线 l 的距离为 x,则 $y=f(x)$ 的图象大致为　(　　)



7. 储油 30 m^3 的油桶,每分钟流出 $\frac{3}{4}$ m^3 的油,则桶内剩余油量 $Q(m^3)$ 以流出时间 t(min)为自变量的函数的定义域为　(　　)

A. $[0,+\infty)$　B. $[0,\frac{45}{2}]$

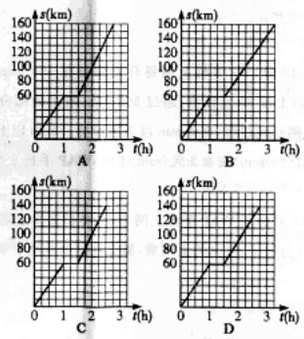
C. $(-\infty,40]$　D. $[0,40]$

8. 据报道,青海湖的湖水在最近 50 年内减少了 10%,如果按此规律,设 2008 年的湖水量为 m,从 2008 年起,过 x 年后湖水量 y 与 x 的函数关系式为　(　　)

A. $y=0.9^{\frac{x}{50}}$　B. $y=(1-0.1^{\frac{x}{50}})m$

C. $y=0.9^{\frac{x}{50}}m$　D. $y=(1-0.1^{50x})m$

9. 客车从甲地以 60 km/h 的速度匀速行驶 1 h 到达乙地,在乙地停留了半小时,然后以 80 km/h 的速度匀速行驶 1 h 到达丙地,下列描述客车从甲地出发经过乙地,最后到达丙地所经过的路程 s 与时间 t 之间关系的图象中,正确的是　(　　)



10. 某新品牌电视投放市场后第 1 个月销售 100 台,第 2 个月销售 200 台,第 3 个月销售 400 台,第 4 个月销售 790 台,则下列函数模型中能较好反映销量 y 与投放市场的月数 x 之间的关系的是　(　　)

A. $y=100x$　B. $y=50x^2-50x+100$

C. $y=50\times 2^x$　D. $y=100\log_2 x+100$

11. 某工厂生产甲、乙两种不同的产品,原来按成本价出售,由于市场销售发生变化,甲产品连续两次提价,每次提价 20%;同时乙产品连续两次减价,每次减价 20%,结果都以 92.16 元出售,此时厂家同时出售甲乙产品各一件,盈亏情况是　(　　)

A. 不亏不盈　B. 赚 23.68 元

C. 赚 47.32 元　D. 亏 23.68 元

12. 方程 $\lg^2 x-2a\lg x+2-a=0$ 的两根均大于 1,则 a 的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,1]$　B. $[1,2)$

C. $[1,2]$　D. $[3,+\infty)$

选择题答案栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

第Ⅱ卷(非选择题　90 分)

二、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 4 分,满分 16 分)

13. 已知关于 x 的方程 $3x^2+(m-5)x+7=0$ 的一个根大于 4,而另一个根小于 4,则实数 m 的取值范围为_____.

14. 长为 4,宽为 3 的矩形,当长增加 x,且宽减少 $\frac{x}{2}$ 时,面积最大,此时 $x=$_____,面积 $S=$_____.

15. 1992 年度世界人口达到 54.8 亿,若人口的年平均增长率为 x%,2000 年底世界人口数为 y(亿),那么 y 与 x 的函数关系式是_____.

16. 国家规定个人稿费纳税办法为:不超过 800 元的不纳税;超过 800 元而不超过 4 000 元的按超过 800 元部分的 14%纳税;超过 4 000 元的按全稿酬的 11%纳税. 某人出版一书共纳税 420 元,这个人的稿费为_____元.

三、解答题(本大题共 6 小题,共计 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤;字迹工整、清楚.)

17. (本小题满分 12 分)关于 x 的二次方程 $x^2+(m-1)x+1=0$ 在区间 $[0,2]$ 上有解,求实数 m 的取值范围.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.

18.(本小题满分 12 分)求证方程 $3^x=\frac{2-x}{x+1}$ 在(0,1)内有且只有一个实根.

19.(本小题满分 12 分)用二分法求方程 $2^x-x^2=0$ 在区间(−1,0)内的实数解(精确度为 0.01).

20.(本小题满分 12 分)某蛋糕厂生产某种蛋糕的成本为 40 元/个,出厂价为 60 元/个,日销售量为 1 000 个.为适应市场需求,计划提高蛋糕档次,适度增加成本,若每个蛋糕成本增加的百分率为 $x(0<x<1)$,则每个蛋糕的出厂价相应提高的百分率为 $0.5x$,同时预计日销售量增加的百分率为 $0.8x$,已知日利润=(出厂价−成本)×日销售量,且设增加成本后的日利润为 y.

(1)写出 y 与 x 的关系式;

(2)为使日利润有所增加,问:x 应在什么范围内?

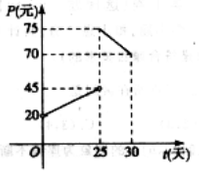
21.(本小题满分 13 分)3G 手机上网每月使用量在 500 min 以下(包括 500 min)60 分钟以上按 30 元计费;超过 500 min,超过的部分按 0.15 元/min 计费.假如上网时间过短,在 1 min 以下不计费,1 min 以上(包括 1 min)60 min 以下(包括 60 min)按 0.5 元/min 计费.WAP 手机上网不收通话费和漫游费.

问:(1)小周 12 月份用 WAP 手机上网 20 h,要付多少上网费?

(2)小周 10 月份付了 90 元的上网费,那么他这个月用手机上网多少小时?

22.(本小题满分 13 分)某种商品在 30 天内每件的销售价格 P(元)与时间 t(天)的函数关系如图,该商品在 30 天内日销售量 Q(件)与时间 t(天)之间的关系如下表:

第 t 天	5	15	20	30
销售量 Q(件)	35	25	20	10



(1)根据提供的图象,写出该商品每件的销售价格 P 与时间 t 的函数关系式;

(2)确定日销售量 Q 与时间 t 的函数关系式;

(3)求该商品的日销售额的最大值,并指出日销售额最大的一天是 30 天中的第几天(日销售额=每件的销售价格×日销售量).

参考答案

第一章　集合与函数概念

1.1　集　合

1.1.1　集合的含义与表示

第 1 讲　集合的概念(1 课时)

问题研讨

1. 并不是任意一组对象都能构成一个集合. 构成集合的对象必须是"确定"的且"不同"的. 其中"确定"是指构成集合的对象具有非常明确的特征,这个特征不是模棱两可的;"不同"是指构成集合的各个对象互不相同.

2. 能. 例如凤城中学高一年级有 10 个班,每个班的学生所组成的集合按班级序号记为 $A_1,A_2,A_3,\cdots,A_{10}$,而高一年级这 10 个班所组成的集合记作 B,由于 A_1 是高一(1)班这个整体,因而它是 B 中的元素. 因此存在以集合为元素组成一个新的集合.

随堂导练 1

两

随堂导练 2

A

随堂导练 3

$\in$

课后作业

1. C　2. A　3. D　4. D　5. 2

6. $\{4,0,-4\}$　7. 1　8. $x\neq0$ 且 $x\neq-1$ 且 $x\neq3$

9. $\because M=N$, $\therefore\{2,a,b\}=\{2a,2,b^2\}$.

$\therefore\begin{cases}a=2a\\b=b^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=b^2\\b=2a\end{cases}$ 解方程组,得 $\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$

或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4}\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$. 当 $a=0,b=0$ 时,集合 M 与 N 中有两元素均为 0,与集合元素的互异性矛盾.

$\therefore\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{1}{4}\\b=\frac{1}{2}\end{cases}$.

10. 解:由集合的互异性知:$k^2\neq1$,且 $k^2\neq k^2+k+2$,且 $k^2+k+2\neq1$,解得:$k\neq\pm1$ 且 $k\neq-2$.

11. 解:由题意知,四个数中有且只有两个是相等的,因此必须对四个数进行讨论,结合元素的互异性来确定 a 的值.

$\because M$ 中的元素仅有三个,$\therefore$ 题中给出的四个数中有且仅有两个数是相等的.

$\because a^2-a+1=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$,若 $a^2-a+1=3$,

则 $a^2-a-2=0$,此时 $a=-1$ 或 $a=2$.

由于 $a=-1$ 时,四个数的取值仅有 -1 和 3 两种,与已知矛盾,$\therefore a\neq-1$.

而 $a=2$ 时,$M=\{-1,2,3\}$;若 $a^2-a+1=a$,则 $a=1$,此时 $M=\{-1,1,3\}$;若 $a=3$,则 $a^2-a+1=7$,此时 $M=\{-1,3,7\}$. $\therefore a=1,2,3$.

故所求集合为 $\{1,2,3\}$.

12. 解:若 $x^2=0$,则 $x=0$,此时集合为 $\{1,0,0\}$,不符合集合中元素的互异性,舍去.

若 $x^2=1$,则 $x=\pm1$.

当 $x=1$ 时,集合为 $\{1,0,1\}$,舍去;

当 $x=-1$ 时,集合为 $\{1,0,-1\}$,符合;

若 $x^2=x$,则 $x=0$ 或 $x=1$,

由上面讨论可知,$x=0$ 和 $x=1$ 都舍去.

综上所述 $x=-1$.

第 2 讲　集合的表示方法(1 课时)

问题研讨

集合 $A=\{y\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$ 中,代表元素是"y",条件是"$y=x^2,x\in\mathbf{R}$",这个集合就是满足条件"$y=x^2,x\in\mathbf{R}$"的所有代表元素的集合,其实就是非负数集;而 $B=\{(x,y)\mid y=x^2,x\in\mathbf{R}\}$ 中,代表元素是"(x,y)",是有序实数对的形式,所以这个集合是满足条件"$y=x^2,x\in\mathbf{R}$"的所有有序实数对(x,y)的集合. 如果把有序实数对看成平面内点的坐标,那么这个集合实际上就是表示函数 $y=x^2$ 的图象,这是两个不同的集合. 因此,用描述法表示集合时"|"前面的代表元素才是一个集合的灵魂所在,它是一个集合特征的最直接体现.

随堂导练 1

解:(1)大于 4 小于 15 的自然数是 5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,其中能被 3 整除的有 6,9,12,因此能被 3 整除且大于 4 小于 15 的自然数所组成的集合是 $\{6,9,12\}$.

(2)在自然数中,除 1 外只能被 1 和本身整除的数叫做质数,1 既不是质数也不是合数,2 是质数,所以自然数中不大于 10 的质数所组成的集合是 $\{2,3,5,7\}$.

(3)所有正奇数是 $1,3,5,7,\cdots$,所以所有正奇数的集合是 $\{1,3,5,7,\cdots\}$.

随堂导练 2

解:(1)被 5 除余 1 的正整数可表示为 $5k+1,k\in\mathbf{N}$,所以被 5 除余 1 的正整数的集合是 $\{x\mid x=5k+1,k\in\mathbf{N}\}$;

(2)元素是坐标(x,y),元素所满足的条件是横、纵坐标同号,所以平面直角坐标系中第一、第三象限的点构成的集合是 $\{(x,y)\mid xy>0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$;

(3)元素是坐标(x,y),元素所满足的条件是 $y=2x^2-x+1$,所以函数 $y=2x^2-x+1$ 的图象上所有的点的集合是 $\{(x,y)\mid y=2x^2-x+1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$;

(4)元素是数,元素所满足的条件是 $\frac{n}{n+2},n\in\mathbf{N}^*,n\leqslant5$,所以用描述法表示为 $\left\{x\,\middle|\,x=\frac{n}{n+2},n\in\mathbf{N}^*,n\leqslant5\right\}$;

(5)被 3 整除的数可表示为 $3n,n\in\mathbf{Z}$,所以能被 3 整除的数的集合是 $\{x\mid x=3n,n\in\mathbf{Z}\}$.

课后作业

1. B　2. A　3. D　4. D　5. $\{2,4,5\}$

6. $\{(x,y)\mid x\neq0$ 且 $y\neq0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$

7. $\{(-2,3),(-1,0),(0,-1),(1,0),(2,3)\}$

8. $\{-4,0,4\}$

9. 解:(1)20 以内的质数有 2,3,5,7,11,13,17,19,因此 20 以内所有质数组成的集合为 $\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$.

(2)设立方后等于本身的实数为 x,则 $x^3=x$,解得 $x=0$ 或 $x=1$ 或 $x=-1$,因此立方后等于本身的实数的集合是 $\{-1,0,1\}$.

(3)解不等式 $-1<2x+3\leqslant5$ 可得 $-2<x\leqslant1$,又因为 x 是整数,所以 $x=-1,0,1$,所以不等式 $\{x\mid-1<2x+3\leqslant5\}$ 的整数解组成的集合为 $\{-1,0,1\}$.

10. 解:(1)集合 $\{0,1,2,3,4\}$ 中的元素是自然数,满足的特征是小于 5,所以用描述法可表示为 $\{x\mid x=n,n\in\mathbf{N}$ 且 $n\leqslant4\}$

(2)集合中的元素是正整数,满足的特征是 $3n,n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\leqslant33$,所以用描述法可表示为 $\{x\mid x=3n,n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n\leqslant33\}$

(3)$\{$由数字 1,2 组成可重复的所有一位数或两位数$\}$.

11. 解:当 $a=0$ 时,$A=\{x\mid2x+1=0\}=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$,适合题意;当 $a\neq0$ 时,$ax^2+2x+1=0$ 为一元二次方程,因 A 中只有一个元素,所以方程有两个相等的实数根,因此有 $\Delta=4-4a=0$,解得 $a=1$. 当 $a=1$ 时,$A=\{x\mid x^2+2x+1=0\}=\{-1\}$.

综上所述,当 $a=0$ 时,$A=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$;当 $a=1$ 时,$A=\{-1\}$.

12. 解:(1)因为集合 A 的元素只有一个,所以 $x=10-x$,解得 $x=5$,此时 $A=\{5\}$.

(2)因为集合 A 的元素只有两个,所以有 $x\neq10-x$,即 $x\neq5$,又因为 $x\in\mathbf{N}^*$,$10-x\in\mathbf{N}^*$,所以 $A=\{1,9\}$ 或 $A=\{2,8\}$ 或 $A=\{3,7\}$ 或 $A=\{4,6\}$.

(3)元素最多的集合 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

1.1.2　集合间的基本关系(2 课时)

问题研讨

$A\subseteq B$.

如 $A=\{x\mid x=4n,n\in\mathbf{Z}\}$,

$B=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$.

随堂导练 1

解:(1)显然 1,2 一定属于集合 M,因此 M 的个数等于集合 $\{3,4,5\}$ 的子集的个数,即 $2^3=8$ 个.

(2)注意到 $a\in P$,则 $(10-a)\in P$,有 $a+(10-a)=10$,所以两元素之和为 10,即 $1\in P$,则 $9\in P$. 反之,$9\in P$,则 $1\in P$,特殊地 $5\in P$,$(10-5)=5\in P$. 问题转化为求集合 $\{1,2,3,4,5\}$ 的子集的个数. 即 $2^5=32$ 个.

随堂导练 2

解:方法一:(列举法)对于集合 A,

取 $k=\cdots,0,1,2,3,\cdots$,得

$A=\left\{\cdots,\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},\frac{7}{2},\frac{9}{2},\cdots\right\}$;

对于集合 B,取 $k=\cdots,0,1,2,3,4,5,\cdots$,

得 $B=\left\{\cdots,0,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},2,\frac{5}{2},3,\frac{7}{2},4,\frac{9}{2},\cdots\right\}$.

故 $A\subsetneqq B$.

方法二:(通分法)集合 A:$x=\frac{2k+1}{2}(k\in\mathbf{Z})$,分子为奇数.

集合 B:$x=\frac{k}{2}(k\in\mathbf{Z})$,分子为整数.

故 $A\subsetneqq B$.

方法三:(特征性质分解比较法)对于集合 B,

令 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$,则 $x=n(n\in\mathbf{Z})$,

令 $k=2n+1(n\in\mathbf{Z})$,则 $x=n+\frac{1}{2}(n\in\mathbf{Z})$,

所以 $B=\left\{x\mid x=\frac{1}{2}k,k\in\mathbf{Z}\right\}$

$=\left\{x\mid x=n$ 或 $x=n+\frac{1}{2},n\in\mathbf{Z}\right\}$,

故 $A\subsetneqq B$.

随堂导练 3

解:$\because A=\{a,a+b,a+2b\}$,$B=\{a,ac,ac^2\}$,又 $A=B$,

$\therefore\begin{cases}a+b=ac,\\a+2b=ac^2,\end{cases}$ (1) 或 $\begin{cases}a+2b=ac,\\a+b=ac^2.\end{cases}$ (2)

由(1)消去 b,得 $a=2ac-ac^2$. $\because a\neq0$(若 $a=0$,则 $B=\{0,0,0\}$,与集合元素的互异性矛盾),

$\therefore c^2-2c+1=0$,$\therefore c=1$.

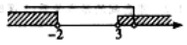
此时 $B=\{a,a,a\}$,与集合中元素的互异性矛盾,舍去.

由(2)消去 b,得 $a=2ac^2-ac$,仿上可得

$2c^2-c-1=0$,$\therefore c=1$(舍去)或 $c=-\frac{1}{2}$,$\therefore c=-\frac{1}{2}$.

随堂导练 4

解:将 A 及 B 两集合在数轴上表示出来,如图,



要使 $A\supseteq B$，则 B 中的元素必须都是 A 中元素，即 B 中元素必须都位于阴影部分内，

那么有 $x<-2$ 或 $x>3$ 及 $x<-\frac{m}{4}$，

解之得：$-\frac{m}{4}\leqslant-2$，即 $m\geqslant8$.

故实数 m 的取值范围是 $m\geqslant8$.

课后作业

1. B　2. B　3. A　4. B　5. 1

6. (4)　7. $A\subsetneqq C$　8. $0\leqslant a\leqslant1$

9. 解：由 $\{1\}$ 与 P 的关系 $\{1\}\subsetneqq P$，知 $1\in P$ 且 P 中至少有一个元素不在 $\{1\}$ 中，即 P 中除了 1 外还有其他元素；由 P 与 $\{1,3,5\}$ 的关系 $P\subseteq\{1,3,5\}$，知 P 中的其他元素必在 $\{1,3,5\}$ 中，至此可得集合 P 是 $\{1,3\}$ 或 $\{1,5\}$ 或 $\{1,3,5\}$.

10. 解：$A=\{x|x^2-x-6=0\}=\{-2,3\}$，

$\because A\subseteq B$，而 B 至多有两个元素，$\therefore A=B$，

即 $-2,3$ 是 $x^2+(1-2m)x+m^2-7=0$ 的两个根，

由韦达定理得：$-2+3=-(1-2m)$，

$\therefore m=1$.

(2) $\because B\subseteq A$，$\therefore B=\varnothing$ 或 $\{-2\}$ 或 $\{3\}$ 或 $\{-2,3\}$.

当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta=(1-2m)^2-4(m^2-7)<0$，

解得 $m>\frac{29}{4}$；

当 $B=\{-2\}$ 时，$\begin{cases}-2+(-2)=-(1-2m),\\-2\times(-2)=m^2-7.\end{cases}$

此时 m 不存在；

当 $B=\{3\}$ 时，$\begin{cases}3+3=-(1-2m),\\3\times3=m^2-7.\end{cases}$

此时 m 不存在；

当 $B=\{-2,3\}$ 时，$\begin{cases}-2+3=-(1-2m),\\-2\times3=m^2-7.\end{cases}$

此时 $m=1$.

综合可得，若 $B\subseteq A$，则 $m>\frac{29}{4}$ 或 $m=1$.

11. 解：(1) 当 $m+1>2m-1$ 即 $m<2$ 时，

$B=\varnothing$ 满足 $B\subseteq A$.

当 $m+1\leqslant2m-1$ 即 $m\geqslant2$ 时，要使 $B\subseteq A$ 成立，

需 $\begin{cases}m+1\geqslant-2,\\2m-1\leqslant5,\end{cases}$ 可得 $2\leqslant m\leqslant3$，

综上，$m\leqslant3$ 时有 $B\subseteq A$.

(2) 当 $x\in\mathbf{Z}$ 时，$A=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$，

所以，A 的非空真子集个数为：$2^8-2=254$.

(3) $\because x\in\mathbf{R}$，且 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant5\}$，

$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant2m-1\}$，又没有元素 x 使 $x\in A$ 与 $x\in B$ 同时成立，

则①若 $B=\varnothing$，即 $m+1>2m-1$，得 $m<2$ 时满足条件.

②若 $B\neq\varnothing$，则要满足的条件有：$\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\m+1>5,\end{cases}$

或 $\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\2m-1<-2,\end{cases}$ 解之得 $m>4$，

综上有 $m<2$ 或 $m>4$.

12. 解：$A=\{1,2\}$，

$B=\{x|(x-1)[x-(a-1)]=0\}$.

若 $a-1=1$ 时，$B=\{1\}$，满足条件 $B\subsetneqq A$，

$\therefore a=2$.

若 $a-1\neq1$ 时，$B=\{1,a-1\}$ 显然不满足 $B\subsetneqq A$. 又 $C\subseteq A$，

$\therefore C=\varnothing$ 或 $\{1\}$ 或 $\{2\}$ 或 $\{1,2\}$.

当 $C=\varnothing$ 时，$\Delta=b^2-8<0$，

即 $-2\sqrt{2}<b<2\sqrt{2}$；

当 $C=\{1\}$ 时，$\begin{cases}1+1=b,\\1\times1=2,\end{cases}$ 不成立；

当 $C=\{2\}$ 时，$2\times2=2$ 不成立；

当 $C=\{1,2\}$ 时，$\begin{cases}1+2=b,\\1\times2=2\end{cases}$ $\therefore b=3$.

综上所述，同时满足 $B\subsetneqq A$，$C\subseteq A$ 的实数为，$a=2$，$b=3$ 或 $b\in(-2\sqrt{2},2\sqrt{2})$.

1.1.3　集合的基本运算

第 1 讲　并集与交集(1 课时)

问题研讨

(1) $\because f(x)\cdot g(x)=0$，则 $f(x)=0$ 与 $g(x)=0$ 至少一个成立即可，A、B 集合中的所有元素均满足方程，所以解集为 $\{1,2,3,4\}$，即 $A\cup B$.

(2) $\because f^2(x)+g^2(x)=0$，则 $f(x)=0$ 与 $g(x)=0$ 必须同时成立，只有集合 A、B 中的公共元素才满足方程，所以解集为 $\{2,3\}$，即 $A\cap B$.

随堂导练 1

A

随堂导练 2

解：$C=\{-1,7\}$. $\because A\cap B=C$，

$\therefore\begin{cases}-1\in B\\7\in A\\7\in B\\2\notin B\\2,-1,a^2-a+1\text{ 互不相等}\\-4,a+4,2b\text{ 互不相等}\end{cases}$

$7\in A\Rightarrow a^2-a+1=7$，$a^2-a-6=0$，

$\therefore a=3$ 或 $a=-2$.

$a=3$ 时，$B=\{-4,7,2b\}$，$\because-1\in B$，

$\therefore b=-\frac{1}{2}$.

$a=-2$ 时，$B=\{-4,2,2b\}$，$\because-1\in B$，

$\therefore b=-\frac{1}{2}$. 但此时已违反 $2\notin B$ 之条件，

$\therefore a=-2$ 应舍去.

综上所述，$a=3$，$b=-\frac{1}{2}$，从而 $a+2b=2$.

随堂导练 3

解：由题意得，

$A=\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1,2\}$.

$\because A\cup B=A$，$\therefore B\subseteq A$.

当 $a=0$ 时，$ax-2=0$ 无解，此时 $B=\varnothing$，

满足 $B\subseteq A$；

当 $a\neq0$ 时，可得 $B=\{\frac{2}{a}\}$，由 $B\subseteq A$，得 $\frac{2}{a}=1$ 或 $\frac{2}{a}=2$，

$\therefore a=2$ 或 $a=1$，$\therefore C=\{0,1,2\}$.

课后作业

1. C　2. A　3. C　4. A

5. $a\leqslant1$　6. $\{2,3,-5,5\}$　7. ①②④

8. (1) $a<4$；(2) $a\geqslant1-2$；(3) $-2\leqslant a<4$.

9. 解：$\because A\cap B=\{9\}$，$A=\{-4,2m-1,m^2\}$，$B=\{9,m-5,1-m\}$，$\therefore 2m-1=9$ 或 $m^2=9$，

解得 $m=5$ 或 $m=3$ 或 $m=-3$.

若 $m=5$，则 $A=\{-4,9,25\}$，$B=\{9,0,-4\}$.

$\therefore A\cap B=\{-4,9\}$，与 $A\cap B=\{9\}$ 矛盾；

若 $m=3$，则 B 中元素 $m-5=1-m=-2$，与 B 中元素互异矛盾；

若 $m=-3$，则 $A=\{-4,-7,9\}$，$B=\{9,-8,4\}$，

满足 $A\cap B=\{9\}$，$\therefore m=-3$.

10. 解：由 $A\cap B=\{3\}$ 可知：$x=3$ 满足方程 $x^2+cx+15=0$，即 $3^2+3c+15=0$，解得 $c=-8$，所以 $B=\{x|x^2-8x+15=0\}=\{3,5\}$，又因为 $a\neq c$，$A\cup B=\{3,5\}$，

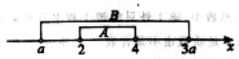
所以 $A=\{3\}$，由根与系数的关系可知：$\begin{cases}3+3=-a,\\3\times3=b,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=-6,\\b=9.\end{cases}$

综上可知，$a=-6$，$b=9$，$c=-8$.

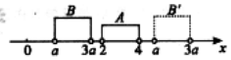
11. 解：集合 $A=\{x|2<x<4\}$，而集合 $B=\{x|a<x<3a\}$.

(1) 因为 $A\subsetneqq B$，如下图



虽然要求 $\begin{cases}3a>4\\2>a\end{cases}$，当 $a=2$ 时，$3a>4$ 仍然成立，从而 $A\subsetneqq B$ 成立，同理 $3a=4$ 也符合题意，所以 $\begin{cases}3a\geqslant4,\\a\leqslant2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a\geqslant\frac{4}{3},\\a\leqslant2,\end{cases}$ 故 a 的取值范围是 $[\frac{4}{3},2]$.

(2) 如下图，有两类情况，



一类是 $B\neq\varnothing\Rightarrow a>0$；①$B$ 在 A 的左边，②B 在 A 的右边.

B 或 B' 位置均使 $A\cap B=\varnothing$ 成立.

当 $3a=2$ 或 $a=4$ 时也符合题意，事实上，$2\notin A$，$4\notin A$，则 $A\cap B=\varnothing$ 成立.

所以，要求 $3a\leqslant2$ 或 $a\geqslant4$，

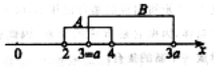
解得 $a\in(0,\frac{2}{3}]\cup[4,+\infty)$.

另一类是 $B=\varnothing$，$a\leqslant0$ 时，显然 $A\cap B=\varnothing$ 成立.

综上所述，a 的取值范围是 $(-\infty,\frac{2}{3}]\cup[4,+\infty)$.

(3) 因为 $A=\{x|2<x<4\}$，

$A\cap B=\{x|3<x<4\}$，如下图



集合 B 若要符合题意，位置显然为 $a=3$，

此时，$B=\{x|3<x<9\}$，所以，$a=3$ 为所求.

12. 解：由已知条件得 $B=\{2,3\}$. 又 $\because A\cup B=B$，

且 $A\neq B$，$\therefore A\subsetneqq B$.

又 $\because A\neq\varnothing$，$\therefore A=\{2\}$ 或 $A=\{3\}$.

当 $A=\{2\}$ 时，将 $x=2$ 代入方程 $x^2-ax+a^2-19=0$，

得 $a=-3$ 或 $a=5$.

若 $a=-3$，则 $A=\{2,-5\}$；若 $a=5$，则 $A=\{2,3\}$，均与 $A=\{2\}$ 矛盾.

$\therefore a\neq-3$ 且 $a\neq5$.

当 $A=\{3\}$ 时，将 $x=3$ 代入方程 $x^2-ax+a^2-19=0$

得，$a=-2$ 或 $a=5$.

若 $a=-2$，则 $A=\{3,-5\}$；若 $a=5$，则 $A=\{2,3\}$，均与 $A=\{3\}$ 矛盾.

$\therefore a\neq-2$ 且 $a\neq5$.

综上所述，满足条件的实数 a 不存在.

第 2 讲　补集(1 课时)

问题研讨

可以把这个公司的所有员工看做一个集合 U，持有汽车月票的员工看做集合 A，拥有私人汽车的员工看做集合 B，则二者都有的为集合 $A\cap B$，剩余的部分可以看做从全集 U 中除去上述情况的员工，人数为

$100-n(A)-n(B)+n(A\cap B)=100-78-52+37=7$(人).

随堂导练 1

解：对于 $ax^2-x+1=0$ 有实根，

当 $a=0$ 时，$x=1$.

当 $a\neq0$ 时，$\Delta=1-4a\geqslant0$，$a\leqslant\frac{1}{4}$.

$\therefore B=\{a|a\leqslant\frac{1}{4}\}$.

$\because A=\{a|a\geqslant2$，或 $a\leqslant-2\}$，

$\therefore A\cup B=\{a|a\leqslant\frac{1}{4}$，或 $a\geqslant2\}$，$A\cap B=\{a|a\leqslant-2\}$，

$A\cap(\complement_U B)=\{a|a\geqslant2\}$.

随堂导练 2

解：对于方程 $(x+1)^2=2a+1$，由 $\Delta\leqslant0$ 得 $a\leqslant-\frac{1}{2}$. 对于方程 $(x+2)^2=2ax$，由 $\Delta\leqslant0$ 得 $0\leqslant a\leqslant4$.

又 $\left\{a|a\leqslant-\frac{1}{2}\right\}\cap\{a|0\leqslant a\leqslant4\}=\varnothing$，

故所求实数 a 的范围为 $a\in\complement_{\mathbf{R}}\varnothing=\mathbf{R}$.

随堂导练 3

解：$\because A\cap B=\{-3\}$，$\therefore -3\in B$，

则有 $a-3=-3$ 或 $2a-1=-3$.

当 $a-3=-3$ 时，$a=0$，这时 $A=\{-3,0,1\}$，$B=\{-3,-1,1\}$，与 $A\cap B=\{-3\}$ 矛盾.

当 $2a-1=-3$ 时，$a=-1$，这时 $A=\{-3,1,0\}$，$B=\{-4,-3,2\}$，满足 $A\cap B=\{-3\}$.

$\therefore A\cup B=\{-4,-3,0,1,2\}$，

$\therefore \complement_U(A\cup B)=\{-2,-1,3,4\}$.

课后作业

1. B　2. A　3. D　4. D

5. $\{2,5\}$　6. $a\geqslant2$

7. $\{2,3,4,7\}$，$\{1,4,6,7\}$

8. $\{(2,3)\}$

9. 解：由已知，$A\subseteq U$，集合 A 代表方程 $x^2-5x+q=0$ 的解集.

当 $q=0$ 时集合 $A=\{0,5\}$，不是 U 的子集，所以 $q\neq0$.

当 $q\neq0$ 时，由韦达定理可知方程 $x^2-5x+q=0$ 的根只能是 1 或 4，2 或 3.

因此 $q=4$ 时，$A=\{1,4\}$，$\complement_U A=\{2,3,5\}$；

$q=6$ 时，$A=\{2,3\}$，$\complement_U A=\{1,4,5\}$.

综上，知 q 的值为 4 或 6. $q=4$ 时，$A=\{1,4\}$，$\complement_U A=\{2,3,5\}$；$q=6$ 时，$A=\{2,3\}$，$\complement_U A=\{1,4,5\}$.

10. 解：(1) $\because 1,4\in A$，$2\in\complement_U A$，

$\therefore a^2-1$，$a+3$ 必为 U 中除 1，2，4 外的其他数；

即：$\begin{cases}a^2-1=3,\\a+3=5\end{cases}$ ①，或 $\begin{cases}a^2-1=5,\\a+3=3\end{cases}$ ②，

解①式得 $a=2$，②式无解. 即 $a=2$.

(2) 这样 $A=\{1,3,4\}$，满足

$\{1,3,4\}\subseteq B\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 的集合 B 共有 3 个，

分别是：$\{1,3,4\}$ 或 $\{1,2,3,4\}$ 或 $\{1,3,4,5\}$.

11. 解：因为 $(\complement_U B)\cup B=A$，所以 $B\subseteq A$，

因而 $x^2=3$ 或 $x^2=x$，若 $x^2=3$，则 $x=\pm\sqrt{3}$.

当 $x=\sqrt{3}$ 时，

$A=\{1,3,\sqrt{3}\}$，$B=\{1,3\}$，$U=A=\{1,3,\sqrt{3}\}$，

此时 $\complement_U B=\{\sqrt{3}\}$；

当 $x=-\sqrt{3}$ 时，

$A=\{1,3,-\sqrt{3}\}$，$B=\{1,3\}$，$U=A=\{1,3,-\sqrt{3}\}$，

此时 $\complement_U B=\{-\sqrt{3}\}$；

若 $x^2=x$，则 $x=0$ 或 $x=1$.

当 $x=1$ 时，与 A 中的元素 1 重复，B 中的元素 x^2 与 1 也重复，不符合元素的互异性，故 $x\neq1$.

当 $x=0$ 时，$A=\{1,3,0\}$，$B=\{1,0\}$，$U=A=\{1,3,0\}$，

此时 $\complement_U B=\{3\}$；

综上所述：$\complement_U B=\{3\}$ 或 $\complement_U B=\{\sqrt{3}\}$ 或 $\complement_U B=\{-\sqrt{3}\}$.

12. 解：方法 1：设全集 $U=\{$高一(2)班学生$\}$，$A=\{$高一(2)班参加数学小组的学生$\}$，$B=\{$高一(2)班参加英语课外小组的学生$\}$，

由题意知 U 中有 50 个元素，A 中有 22 个元素，B 中有 18 个元素，$A\cap B$ 有 13 个元素.

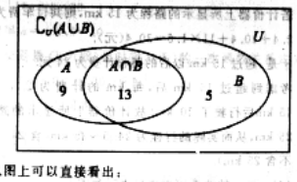
因为 $A\cap\complement_U B=\{$高一(2)班只参加数学课外小组的学生$\}$，有 $22-13=9$(个)元素；

$B\cap\complement_U A\{$高一(2)班只参加英语课外小组的学生$\}$，有元素 $18-13=5$(个)；

所以 $A\cup B=\{$数学和英语两个课外小组至少参加一个的学生$\}$，有元素 $13+9+5=27$(个)

所以 $\complement_U(A\cup B)=\{$数学和英语两个课外小组都不参加的学生$\}$，有元素 $50-27=23$(个)；

方法 2：利用维恩图求解，首先根据题意画出图形，如下图，



从图上可以直接看出：

(1) 数学和英语两个课外小组至少参加一个的学生有 $9+13+5=27$(人).

(2) 数学和英语两个课外小组都不参加的学生有 $50-27=23$(人).

答案：(1) 数学和英语两个课外小组至少参加一个的学生有 27 人.

(2) 数学和英语两个课外小组都不参加的学生有 23 人.

1.2　函数及其表示

1.2.1　函数的概念

第 1 讲　函数的概念(1 课时)

问题研讨

1. 不是

2. 相等函数

3. $(-\infty,-2)\cup[1,6)\cup(0)$

随堂导练 1

B

随堂导练 2

D

随堂导练 3

(1) $(-1,1]\cup(3)$；(2) $[3n,3n+1)n\in\mathbf{N}_+$.

课后作业

1. C　2. D　3. B　4. B

5. 2　6. (2)　7. 31，31　8. 1 或 0

9. 解：(1) 由题意得：$f(2)=\frac{1}{1+2}=\frac{1}{3}$，$g(2)=2+2^2=6$；

(2) $f(g(2))=f(6)=\frac{1}{7}$.

10. 解：假设存在正数 a 满足条件，则 $f(\sqrt{2})=2a-\sqrt{2}$，

所以 $f(f(\sqrt{2}))=f(2a-\sqrt{2})=a(2a-\sqrt{2})^2-\sqrt{2}$

$=-\sqrt{2}$，解得 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以存在正数 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$，满足条件.

11. 解：由 $f(2)=1$ 得 $f(2)=\frac{2}{2a+b}=1$，即 $2a+b=2$①.

又 $f(x)=\frac{x}{ax+b}=x$ 有唯一解，即 $ax^2+(b-1)x=0$ 有唯一解，所以 $\Delta=(b-1)^2=0$，即 $b=1$，

代入①得 $a=\frac{1}{2}$，所以 $f(x)=\frac{x}{\frac{1}{2}x+1}=\frac{2x}{x+2}$.

12. 解：$\because f(3+x)=f(3-x)$，$\therefore f(x)$ 的图象关于直线 $x=3$ 对称，四个根中必有 $\frac{x_1+x_2}{2}=3$，

$\frac{x_3+x_4}{2}=3$，$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=12$.

第 2 讲　函数的定义域(1 课时)

问题研讨

$[2,4]$

随堂导练 1

D

随堂导练 2

解：因为矩形的一边长为 x，所以其邻边长为 $\frac{a-2x}{2}$，

$\therefore$ 面积 $S=x(\frac{a}{2}-x)$，且 $\begin{cases}x>0,\\\frac{a}{2}-x>0,\end{cases}$ 所以 $0<x<\frac{a}{2}$，

$\therefore$ 函数的定义域为 $(0,\frac{a}{2})$.

随堂导练 3

$[\frac{7}{4},\frac{5}{2}]$

课后作业

1. B　2. D　3. C　4. D

5. $[-3,1]$　6. $(-\frac{2}{3},0)$　7. $(-2,4)$　8. $(-3,3)$

9. 解：要使函数有意义，必须有 $\begin{cases}x+2\geqslant0,\\|x|-1\neq0.\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}x\geqslant-2,\\x\neq1 \text{ 且 } x\neq-1,\end{cases}$ 即 $[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$，

故所求函数的定义域为 $[-2,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$.

10. 解：因为函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2]$，所以对 $g(x)$，有 $0\leqslant2x\leqslant2$ 且 $x\neq1$，故 $x\in[0,1)$，所以函数 $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域为 $[0,1)$.

11. 解：因为养殖区与墙相对的一面长为 x，则另一邻边长为 $\frac{30-x}{2}$，则 $y=x\cdot\frac{30-x}{2}=-\frac{x^2}{2}+15x$，

由 $\begin{cases}\frac{30-x}{2}>0,\\x>0,\end{cases}$ 解得 $0<x<30$，所以函数的定义域为 $\{x|0<x<30\}$.

12. 解：问题转化为：求使 $k^2x^2+3kx+1\neq0$ 成立的 k 的值. 即 (1) $k=0$ 时，$y=\frac{-8}{1}=-8$，定义域为 $\mathbf{R}$，$\therefore k=0$ 符合题意.

(2) $k\neq0$ 时，$k^2>0$，$\therefore k^2x^2+3kx+1\neq0$，

即判别式 $\Delta=9k^2-4k^2<0$，此时 $5k^2<0$，无解.

综上，$k=0$ 时函数 $y=\frac{2kx-8}{k^2x^2+3kx+1}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

第 3 讲　函数的值域(1 课时)

问题研讨

$\{y|y\neq2\}$.　略.

随堂导练 1

$\{-3,0,1\}$

随堂导练 2

解：因为 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1\geqslant-1$，所以所求函数的值域为 $[-1,+\infty)$.

随堂导练 3

解：设 $t=\sqrt{2x-1}(t\geqslant0)$，则 $x=\frac{t^2+1}{2}$，

$\therefore y=\frac{t^2+1}{2}-t=\frac{1}{2}(t-1)^2$，因为 $t\geqslant0$，所以当 $t=1$ 时，$y_{\min}=0$，$\therefore$ 函数 $y=x-\sqrt{2x-1}$ 的值域为 $[0,+\infty)$.

课后作业

1. C　2. B　3. B　4. C

5. $\{x \mid x\neq 0\}$　6. $[-4,+\infty)$　7. $[0,+\infty)$　8. 2

9. 解：$y=\frac{2x+1}{x-3}=\frac{2(x-3)+7}{x-3}=2+\frac{7}{x-3}$，$\because \frac{7}{x-3}\neq 0$，

$\therefore 2+\frac{7}{x-3}\neq 2$，即这个函数的值域为$\{y \mid y\neq 2\}$.

10. 解：设 $t=\sqrt{x-1}(t\geqslant 0)$，则 $x=t^2+1$，

$\therefore y=t^2+t+1=\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$，

因为 $t\geqslant 0$，所以当 $t=0$ 时，$y_{\min}=1$，

$\therefore$ 函数 $y=x+\sqrt{x-1}$ 的值域为$[1,+\infty)$.

11. 解：要使函数 $y=\frac{\sqrt{|x|-x}}{x-1}$ 有意义，

只需 $\begin{cases}|x|-x\geqslant 0,\\ x-1\neq 0,\end{cases}$ 即 $x\neq 1$，所以 $A=\{x \mid x\neq 1\}$.

又因为 $y=\sqrt{x+1}+1\geqslant 1$，所以 $B=\{x \mid x\geqslant 1\}$，

所以 $A\cap B=(1,+\infty)$.

12. 解：设 $t=\sqrt{1-2f(x)}$，且 $f(x)\in\left[\frac{3}{8},\frac{4}{9}\right]$，

所以 $1-2f(x)\in\left[\frac{1}{9},\frac{1}{4}\right]$，即 $t\in\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$，

因为 $f(x)=\frac{1-t^2}{2}$，

$\therefore y=\frac{1-t^2}{2}+t=-\frac{t^2}{2}+t+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1$，

$\because t\in\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]$，$\therefore$ 当 $t=\frac{1}{3}$ 时，$y_{\min}=\frac{7}{9}$，

当 $t=\frac{1}{2}$ 时，$y_{\max}=\frac{7}{8}$，

$\therefore$ 函数 $y=f(x)+\sqrt{1-2f(x)}$ 的值域为$\left[\frac{7}{9},\frac{7}{8}\right]$.

1.2.2 函数的表示法

第 1 讲　函数的三种表示方法(1 课时)

问题研讨

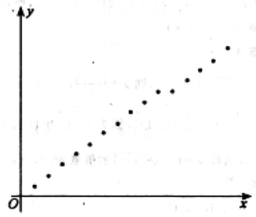
表格如下：

次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
费用	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	40	44	48	52	56

解析式为：

$c=\begin{cases}4n, n\leqslant 10, n\in\mathbf{N}_+,\\ 4(n-1), n\geqslant 11, n\in\mathbf{N}_+.\end{cases}$

图象如下：



随堂导练 1

解：当 $0\leqslant n\leqslant 150$ 时，图象是通过点$(0,-200)$和点$(100,0)$的线段，所以此时函数的解析式为 $P(n)=2n-200$；当 $150<n\leqslant 200$ 时，图象右端点$(200,200)$，左端接近于$(150,50)$，则此时函数的解析式为 $P(n)=3n-400$.

综上所述：函数解析式为

$P(n)=\begin{cases}2n-200, 0\leqslant n\leqslant 150,\\ 3n-400, 150<n\leqslant 200.\end{cases}$

随堂导练 2

解：(1)$\because f\left(\frac{x+1}{x}\right)=\frac{x^2+1}{x^2}+\frac{1}{x}=\left(\frac{x+1}{x}\right)^2-\frac{2x}{x^2}+\frac{1}{x}$

$=\left(\frac{x+1}{x}\right)^2-\frac{1}{x}=\left(\frac{x+1}{x}\right)^2-\frac{x+1}{x}+1$

$\therefore f(x)=x^2-x+1(x\neq 1)$.

(2)令 $t=\sqrt{x}+1$，则 $x=(t-1)^2(t\geqslant 1)$，

代入原式得 $f(t)=(t-1)^2+2(t-1)=t^2-1$.

$\therefore f(x)=x^2-1(x\geqslant 1)$.

(3)$\because f(x)$ 为一次函数，

设 $f(x)=ax+b(a\neq 0)$，

则 $f[f(x)]=af(x)+b=a(ax+b)+b=a^2x+ab+b$，

则由 $\begin{cases}f[f(x)]=2x-1,\\ f[f(x)]=a^2x+ab+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=2,\\ ab+b=-1,\end{cases}$

解之得 $\begin{cases}a=\sqrt{2},\\ b=1-\sqrt{2},\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-\sqrt{2},\\ b=1+\sqrt{2}.\end{cases}$

$\therefore f(x)=\sqrt{2}x+1-\sqrt{2}$，

或 $f(x)=-\sqrt{2}x+1+\sqrt{2}$.

课后作业

1. C　2. C　3. B　4. $y=-2(x+1)^2+2$　5. $-\frac{1}{5}$

6. 解：列表如下：

角度	0°	30°	45°	60°	90°
正弦	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
余弦	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

7. 解：设 $f(x)=ax$，$g(x)=\frac{b}{x}$，a,b 为比例常数，

则 $\varphi(x)=f(x)+g(x)=ax+\frac{b}{x}$，由 $\begin{cases}\varphi\left(\frac{1}{3}\right)=16,\\ \varphi(1)=8\end{cases}$，

得 $\begin{cases}\frac{1}{3}a+3b=16,\\ a+b=8,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=3,\\ b=5.\end{cases}$

$\therefore \varphi(x)=3x+\frac{5}{x}$.

8. 解：$f(x)=2f\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x}-1$　①，

用 $\frac{1}{x}$ 代换 x，又得

$f\left(\frac{1}{x}\right)=2f(x)\sqrt{\frac{1}{x}}-1$　②，

将②代入①消去 $f\left(\frac{1}{x}\right)$，

得 $f(x)=4f(x)-2\sqrt{x}-1$，

$f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x}+\frac{1}{3}$，又 $\because x\in(1,+\infty)$，

$\therefore f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{x}+\frac{1}{3}$，$x\in(1,+\infty)$.

9. 解法一：由 $f(0)=1$，

$f(x-y)=f(x)-y(2x-y+1)$，

得 $f(0)=f(x-x)=f(x)-x(2x-x+1)=1$，

$\therefore f(x)=x^2+x+1$.

解法二：令 $x=0$，

得 $f(0-y)=f(0)-y(-y+1)$，又 $f(0)=1$，

$\therefore f(-y)=1-y(-y+1)$，

又令 $-y=x$，

$\therefore f(x)=1+x(x+1)$，即 $f(x)=x^2+x+1$.

10. 解：(1)行驶 12 km，按题意应按 12.5 km 计价，车费为 $10.4+1.6\times(12.5-4)=24$(元).

等候 3 分钟，按题意应按 2.5 分钟计价，等候费为 $\frac{2.5}{5}\times 1.6=0.8$(元).

故合计应付车费 24.8 元.

(2)行驶 23.7 km，按题意应按 24 km 计价，车费为 $10.4+1.6\times(15-4)+2.4\times(24-15)=49.6$(元).

等候 7 分钟，按题意应按 5 分钟计价，等候费为 1.6 元.

故合计应付车费 51.2 元.

(3)停车等候 8.5 分钟，按题意应按 7.5 分钟计价，等候费为 $\frac{7.5}{5}\times 1.6=2.4$(元).

若计价器上所显示的路程为 15 km，则其付车费为 $2.4+10.4+11\times 1.6=30.4$(元).

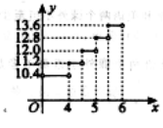
于是，超过 15 km 以后的路程计费为 24 元.

考虑到超过 15 km 后，每 km 的计费为 2.4 元，故 15 km后行驶了 10 km. 故计价器上所显示的路程为 25 km，从而实际的行程为 24.5～25 km(含 24.5 km，不含 25 km).

(4)x 与 y 的关系用表格可表示如下：

x	$(0,4)$	$[4,4.5)$	$[4.5,5)$	$[5,5.5)$	$[5.5,6)$
y	10.4	11.2	12.0	12.8	13.6

图象如图所示.

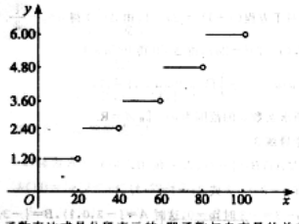


第 2 讲　分段函数(1 课时)

问题研讨

所求的函数解析式为：$y=\begin{cases}1.20, x\in(0,20],\\ 2.40, x\in(20,40],\\ 3.60, x\in(40,60],\\ 4.80, x\in(60,80],\\ 6.00, x\in(80,100].\end{cases}$

图象如下图：



这个函数表达式是分段表示的，即函数与自变量的关系不是只满足一个式子，而是在不同范围内有不同的对应关系，这样的函数关系是分段函数. 分段函数是一个函数，而不是几个函数.

随堂导练 1

解：$(-\infty,-1)$

点拨：当 $a\geqslant 0$ 时，$\frac{1}{2}a-1>a$，

解之得 $a<-2$ 与 $a\geqslant 0$ 矛盾.

当 $a<0$ 时，$\frac{1}{a}>a$，解之得 $a<-1$ 或 $a>1$.

随堂导练 2

解：当 $x\leqslant 0$ 时，图象过$(0,0)$，$(-1,1)$点，$\therefore f(x)=-x$；

当 $0<x<1$ 时，图象过$(0,0)$，$(1,2)$点，$\therefore f(x)=2x$；

当 $x\geqslant 1$ 时，图象过点$(1,2)$，且它是一条与 x 轴平行的射线，$\therefore f(x)=2$.

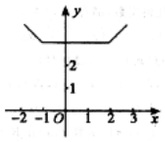
综上，$f(x)=\begin{cases}-x, x\leqslant 0,\\ 2x, 0<x<1,\\ 2, x\geqslant 1.\end{cases}$

随堂导练 3

解：将原函数解析式中的绝对值符号去掉，化为分段函数

$f(x)=\begin{cases}-2x+1, x\leqslant -1,\\ 3, -1<x\leqslant 2,\\ 2x-1, x>2.\end{cases}$

作出它的图象，如下图所示.



显然，函数值 $y\geqslant 3$. 所以函数的值域为 $[3,+\infty)$.

课后作业

1. C　2. C　3. D　4. A　5. $[0,2]\cup\{3\}$　6. $-x^2$

7. $f(x)=\begin{cases}x+1, x\in[-1,0],\\ -\frac{1}{2}x, x\in(0,2].\end{cases}$

8. $\{x\mid x\leqslant 1\}$（点拨：原不等式等价于 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x+x\leqslant 2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0,\\ -x+x\leqslant 2,\end{cases}$ 解得 $0\leqslant x\leqslant 1$ 或 $x<0$，即 $x\leqslant 1$.）

9. 解：(1) $f\left(-\frac{7}{4}\right)=-\frac{7}{4}+2=\frac{1}{4}$，$f\left(\frac{1}{4}\right)=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}=1$，$\therefore f\left\{f\left[f\left(-\frac{7}{4}\right)\right]\right\}=1$.

(2) 当 $a\leqslant -1$ 时，$f(a)=a+2\leqslant 1$，$\therefore f(a)=3$ 无解；

当 $-1<a<2$ 时，$f(a)=2a=3$，解得 $a=\frac{3}{2}$，符合题意；

当 $a\geqslant 2$ 时，$f(a)=\frac{a^2}{2}=3$，解得 $a=\sqrt{6}$ 或 $a=-\sqrt{6}$（舍去）. 综上所述，$a=\frac{3}{2}$ 或 $a=\sqrt{6}$.

10. 解：函数的定义域为

$[-1,0)\cup[0,1)\cup[1,2]=[-1,2]$.

(1) 因为 $-8\notin[-1,2]$，所以 $f(-8)$ 无意义.

因为 $-1\leqslant x<0$ 时，$f(x)=-x$，

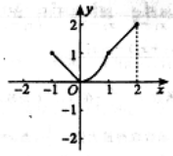
所以 $f\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$.

因为 $0\leqslant x<1$ 时，$f(x)=x^2$，

所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

因为 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时，$f(x)=x$，所以 $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}$.

(2) 在同一坐标系中分段画出函数图象，如图所示：



(3) 由(2)画出的图象可知，函数的值域为 $[0,2]$.

11. 解：作 $BH\perp AD$，H 为垂足，$CG\perp AD$，G 为垂足；依题意，则有 $AH=\frac{a}{2}$，$AG=\frac{3}{2}a$，如题图所示.

(1) 当 M 位于点 H 的左侧时，$N\in AB$，由于 $AM=x$，$\angle A=45^\circ$，$\therefore MN=x$，

$\therefore y=S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}x^2\left(0\leqslant x\leqslant\frac{a}{2}\right)$.

(2) 当 M 位于 HG 之间时，由于 $AM=x$，$MN=\frac{a}{2}$，

$BN=x-\frac{a}{2}$.

$\therefore y=S_{直角梯形AMNB}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\left[x+\left(x-\frac{a}{2}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}ax-\frac{a^2}{8}\left(\frac{a}{2}<x\leqslant\frac{3a}{2}\right)$.

(3) 当 M 位于点 G 的右侧时，由于 $AM=x$，

$MN=2a-x$.

$\therefore y=S_{梯形ABCD}-S_{\triangle MDN}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}(2a+a)-\frac{1}{2}(2a-x)^2$

$=\frac{3a^2}{4}-\frac{1}{2}(4a^2-4ax+x^2)$

$=-\frac{1}{2}x^2+2ax-\frac{5a^2}{4}\left(\frac{3}{2}a<x\leqslant 2a\right)$.

综上，$y=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2, x\in\left[0,\frac{a}{2}\right]\\ \frac{1}{2}ax-\frac{a^2}{8}, x\in\left(\frac{a}{2},\frac{3a}{2}\right]\\ -\frac{1}{2}x^2+2ax-\frac{5a^2}{4}, x\in\left(\frac{3a}{2},2a\right]\end{cases}$

12. 解：(1) $P=\begin{cases}\frac{1}{5}t+2, 0<t\leqslant 20, t\in\mathbf{N}^*,\\ -\frac{1}{10}t+8, 20<t\leqslant 30, t\in\mathbf{N}^*.\end{cases}$

(2) 设 $Q=at+b(a,b$ 为常数$)$，将 $(4,36)$ 与 $(10,30)$ 的坐标代入，

得 $\begin{cases}4a+b=36,\\ 10a+b=30,\end{cases}$

解得 $a=-1$，$b=40$.

日交易量 Q(万股)与时间 t(天)的一次函数关系式为 $Q=40-t$，$0<t\leqslant 30$，$t\in\mathbf{N}^*$.

(3) 由(1)(2)可得

$y=\begin{cases}\left(\frac{1}{5}t+2\right)\times(40-t), 0<t\leqslant 20,\\ \left(-\frac{1}{10}t+8\right)\times(40-t), 20<t\leqslant 30.\end{cases}$

即 $y=\begin{cases}-\frac{1}{5}t^2+6t+80, 0<t\leqslant 20, t\in\mathbf{N}^*,\\ \frac{1}{10}t^2-12t+320, 20<t\leqslant 30, t\in\mathbf{N}^*.\end{cases}$

当 $0<t\leqslant 20$ 时，当 $t=15$ 时，$y_{\max}=125$；

当 $20<t\leqslant 30$ 时，$y=\frac{1}{10}t^2-12t+320$ 在 $(20,30]$ 上结合二次函数图象知，$y(30)<y(20)<y(15)=125$.

所以，第 15 日交易额最大，最大值为 125 万元.

第 3 讲　函数与映射(1 课时)

问题研讨

映射是一种特殊的对应，只有满足"一对一"或"多对一"时，对应才是映射，而如果满足"一对多"，则该对应就不能称为映射. 如果 A，B 都是非空的数集，那么这个映射就叫 A 到 B 的函数，因此函数是一种映射，但映射并不一定是函数.

随堂导练 1

A

随堂导练 2

解：是映射但不是函数. 化简 A 得 $A=\{(0,0),(0,1),(0,2),(1,0),(1,1),(2,0)\}$，显然对于 A 中的每一个有序实数对，在 B 中都有唯一一个数与它对应. 所以是映射. 因为集合 A 不是数集是点集，所以不能叫函数.

随堂导练 3

解：集合 A 中的元素 $\sqrt{2}$ 对应集合 B 中的元素 $(\sqrt{2}+1,3)$；由 $\begin{cases}x+1=2\\ x^2+1=2\end{cases}$，解得 $x=1$，故集合 B 中的元素 $(2,2)$ 对应于集合 A 中的元素 1.

课后作业

1. C　2. A　3. A　4. C

5. $\frac{1}{(2x-1)^2+1}$

6. 12　7. 50　8. 4

9. 解：对于(1)，集合 A 中的元素在集合 B 中都有唯一的对应元素，因而能构成映射；对于(2)，集合 A 中的任一元素 x 在对应法则 f 之下在 B 中都有元素与之对应，因而能构成映射；对于(3)，由于当 $x=3$ 时，$f(3)=2\times 3-1=5$. 在集合 B 中无对应元素，因而不满足映射的定义，从而不能构成映射；对于(4)，满足映射的定义，能构成映射.

10. 解：以自己为象的元素 (a,b) 是方程组

$\begin{cases}3a+b-1=a,\\ a-2b+1=b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\frac{2}{7},\\ b=\frac{3}{7}.\end{cases}$

$\therefore$ 存在元素 $\left(\frac{2}{7},\frac{3}{7}\right)$ 使它的象仍是自己.

11. 解：(1) 由 $\begin{cases}-xy=3,\\ x-y=-4,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-1,\\ y=3,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-3,\\ y=1.\end{cases}$

$\therefore B$ 中元素 $(3,-4)$ 在 A 中的对应元素是 $(-1,3)$ 或 $(-3,1)$.

(2) 假设集合 B 中的元素 (a,b) 在集合 A 中存在对应元素 (x,y)，则 $\begin{cases}-xy=a\\ x-y=b\end{cases}(*)$，消去 $-x$，y 应是方程 $t^2+bt+a=0$ 的根，原问题等价于该方程有解，$\therefore b^2-4a\geqslant 0$，

$\therefore$ 集合 B 中满足 $b^2-4a\geqslant 0$ 的元素 (a,b)，$a\in\mathbf{R}$，$b\in\mathbf{R}$，在 A 中存在对应元素.

(3) B 中元素 (a,b) 在 A 中有且仅有一个对应元素等价于方程组 $(*)$ 有且仅有一解，等价于方程 $y^2+by+a=0$ 有且仅有一个实数根，$\therefore b^2-4a=0$.

12. 解：字母 s 在密码表中对应的数字是 19，即 $\frac{x+1}{2}=19$，则 $x=37$，但原明文中只对应 26 个整数，从而 $\frac{x}{2}+13=19$，所以 $x=12$，因此 s 的明文是 l.

同理可求 $h\to o$，$x\to v$，$c\to e$，因此 $shxc$ 的明文是 $love$.

第 4 讲　函数的图象(1 课时)

问题研讨

A 图能表达所述函数的关系. 由于圆锥形漏斗下小上大，故容量 V 随着深度 h 的变化幅度越来越快，故函数的图象应向下弯曲.

随堂导练 1

B

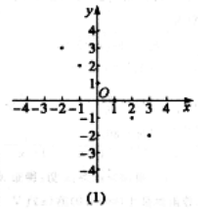
随堂导练 2

解：(1) 定义域为 $\mathbf{Z}$，所以图象为离散的点.

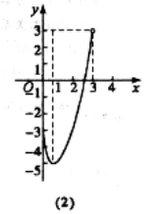
(2) 定义域不是 $\mathbf{R}$，因此图象不是完整的抛物线，而是从上面截取的一部分.

(3) 先根据绝对值的定义去掉绝对值号，写成 $y=\begin{cases}x-1 & x\geqslant 1,\\ 1-x & x<1.\end{cases}$

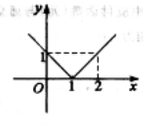
(4) 这个函数图象由两部分组成，当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，为抛物线 $y=x^2$ 上的一段；当 $-1\leqslant x<0$ 时，为直线 $y=x+1$ 上的一段. 所以所求的图象如下：



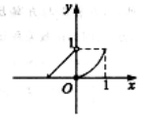
(1)



(2)



(3)



(4)

课后作业

1. D　2. A　3. B　4. D　5. B　6. 1 或 0　7. (3)

8. 解：先将 $y=x^2-4|x|+3$ 化简成为

$y=\begin{cases}x^2-4x+3, x\geqslant 0,\\ x^2+4x+3, x<0.\end{cases}$ 再作出图象如图所示.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.