



丛书主编：石军清 周广信

自主·互动·竞合

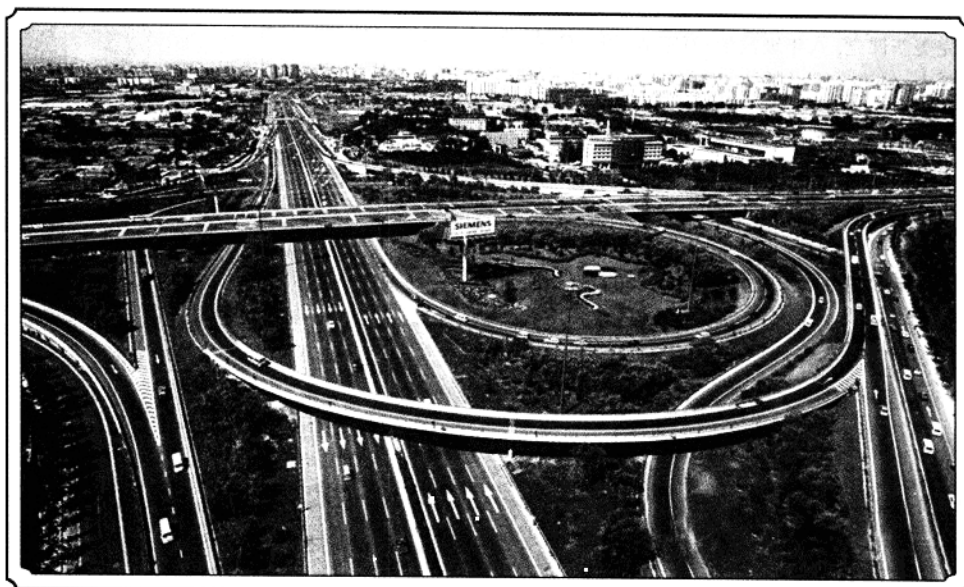
完美新课堂

Perfect New Class

八年级数学(上)



延边人民出版社



本册主编：陈召群 梁金英

自主·互动·竞合

完美新课堂

Perfect New Class

八年级数学(上)

人教课标本

延边人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

完美新课堂. 八年级数学/石军清,周广信主编.

—延吉:延边人民出版社,2009.6

ISBN 978-7-5449-0578-7

I.完… II.①石…②周… III.数学课-初中-教学参考资料

IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 062580 号

总 策 划:风雅颂

责任编辑:申明仙

封面设计:袁丰琳

完美新课堂(八年级)

石军清 周广信 主编

出 版:延边人民出版社

(吉林省延吉市友谊路 363 号, <http://www.ybebs.com>)

印 刷:山东鸿杰印务集团有限公司

发 行:延边人民出版社

开 本:880×1230 1/16

版 次:2009 年 7 月第 1 版

印 张:40

印 次:2009 年 7 月第 1 次印刷

字 数:1320 千字

印 数:1—15000 册

书 号:ISBN 978-7-5449-0578-7

全套定价:75.20 元(全 4 册)

如发现印装质量问题,请与印刷厂联系调换。

目录 CONTENTS

第十一章 全等三角形

11.1 全等三角形	(2)
11.2 三角形全等的判定	(6)
11.3 角的平分线的性质	(16)

第十二章 轴对称

12.1 轴对称	(23)
12.2 作轴对称图形	(29)
12.3 等腰三角形	(33)

第十三章 实数

13.1 平方根	(42)
13.2 立方根	(46)
13.3 实数	(50)

第十四章 一次函数

14.1 变量与函数	(56)
14.2 一次函数	(65)
14.3 用函数观点看方程(组)与不等式	(73)
14.4 课题学习 选择方案	(77)

第十五章 整式的乘除与因式分解

15.1 整式的乘法	(87)
15.2 乘法公式	(93)
15.3 整式的除法	(98)
15.4 因式分解	(103)



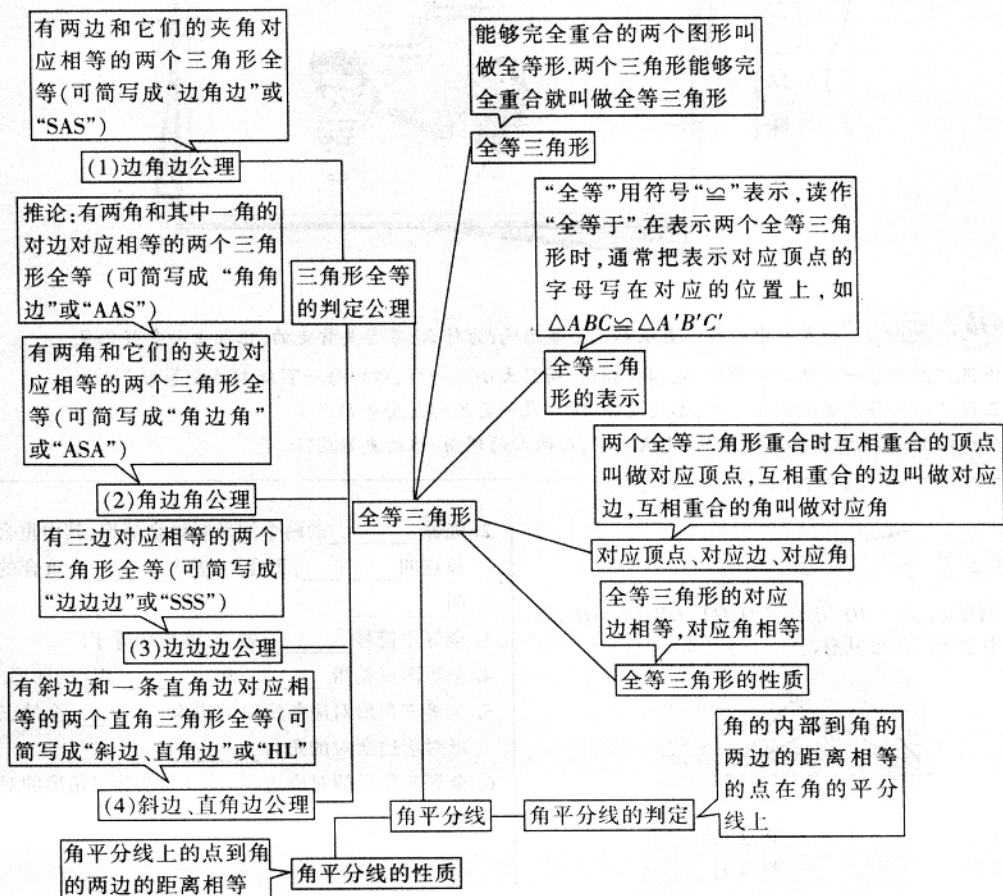
第十一章测试题	(109)
第十二章测试题	(113)
第十三章测试题	(117)
期中测试题	(121)
第十四章测试题	(125)
第十五章测试题	(129)
期末测试题	(133)
参考答案	(137)

第十一章

全等三角形

课标导学

知识体系





学法指导

1. 全等三角形的判定与性质是学习其他几何图形的基础,许多复杂图形的问题最终化归为全等三角形的问题加以解决.全等三角形知识主要用于证明有关线段或角相等的问题.判定两个三角形全等的基本思路是:

(1) 有两边对应相等时,找夹角相等或第三边对应相等.

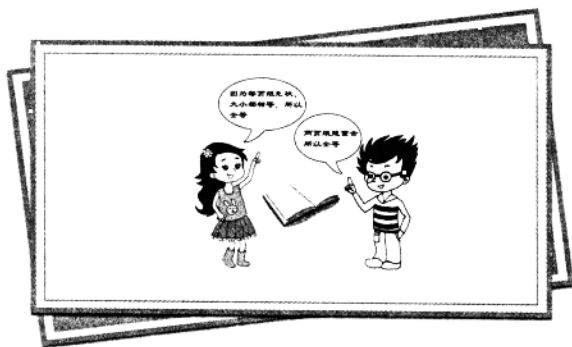
(2) 有一边和一角对应相等时,找另一角相等或夹角的另一边相等.

(3) 有两个角对应相等时,找一对对应边相等.在寻求全等条件时,还要善于挖掘图形中公共边、公共角、对顶角等隐含条件,如果它们所在的两个三角形不全等,就需要添加辅助线,构造全等三角形.

2. 证明线段相等时,当有角平分线这一条件时,常过角平分线上的点向角两边作垂线,根据角平分线上的点到角两边距离相等的性质来证明;同样,欲证明某射线为角平分线时,只须过其上一向角两边作垂线,再证两垂线段相等即可.

11.1 全等三角形

漫
画
释
义



情境

切入

一本书中的每一页纸都是全等形吗?为什么?答案是肯定的,但理由却各抒己见.

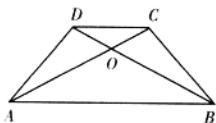
甲说:“因为每一页纸都是长方形,形状相同,而且大小也一样,所以每一页纸都是全等形.”

乙说:“因为每两页纸叠在一起,都能重合,所以每一页纸都是全等形.”

对于以上说法,你是怎样解释的?你认为甲、乙两人的理由,谁的更好些?

课前自主预习

1. 如图所示, AC, BD 交于点 O , $OA=OB, OC=OD$, 则图中全等三角形共有()



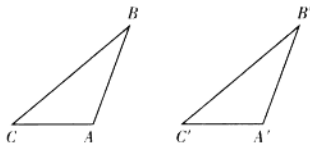
- A. 1 对
B. 2 对
C. 3 对
D. 4 对

2. 能够 _____ 的两个图形叫做全等形,其中重合的顶点叫 _____,重合的边叫 _____,重合的角叫 _____.
3. 全等用符号 _____ 表示,读作全等于.
4. 全等图形是指 _____ 和 _____ 相同的图形.
5. 全等三角形对应角所对的边为 _____,全等三角形对应边所对的角为 _____.
6. 全等三角形的对应边 _____,全等三角形的对应角 _____.

课堂同步互动

知能点一 全等三角形的概念

例 1 如图所示, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, 指出所有的对应边和对应角.



【思路分析】 观察图形, 将 $\triangle ABC$ 平移至 $\triangle A'B'C'$, 相重合的边与角就是对应边与角.

【解】 对应边: AB 与 $A'B'$, BC 与 $B'C'$, CA 与 $C'A'$.
对应角: $\angle A$ 与 $\angle A'$, $\angle B$ 与 $\angle B'$, $\angle C$ 与 $\angle C'$.

【规律总结】 此题较为简单, 很容易看出, 找的过程中, 根据重合后的点来找.

对应训练

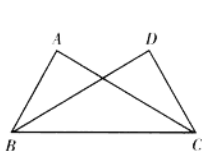
1. 下列命题: ①形状相同的三角形是全等三角形; ②面积相等的三角形是全等三角形; ③全等三角形的对应边相等, 全等三角形的对应角相等; ④经过平移得到的图形与原图形是全等形. 其中正确的命题有()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

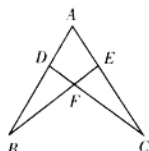
2. 下列说法中正确的是()

A. 全等三角形的角平分线长相等
B. 全等三角形的中线长相等
C. 全等三角形的高相等
D. 全等三角形的面积相等

3. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, $AC = DB$, 则对应角有 _____, 对应边有 _____.



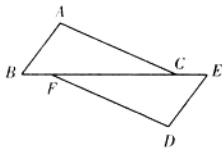
3 题图



4 题图

4. 如图, $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 且 $\angle B = \angle C$, 则对应角有 _____, 对应边有 _____.

5. 如图所示, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DFE$ 是全等三角形, 其中 A 和 D , B 和 E 是对应点.
(1) 用符号“ $\cong$ ”表示这两个三角形全等.(要求对应顶点写在对应位置上)



- (2) 写出图中相等的线段和相等的角.

- (3) 写出图中互相平行的线段, 并说明理由.

知能点二 全等三角形的性质

例 2 如图, 若 $\triangle ABC \cong \triangle EFC$, 且 $CF = 3\text{cm}$, $\angle EFC = 57^\circ$, 则 $\angle A =$ _____, $BC =$ _____.

【思路分析】 由 $\triangle ABC \cong \triangle EFC$, 进而将 $\triangle ABC$ 按顺时针方向旋转 90° 正好与 $\triangle EFC$ 重合, 因此 $BC = FC = 3\text{cm}$, $\angle ABC = \angle EFC = 57^\circ$, 于是 $\angle A = 90^\circ - \angle ABC = 33^\circ$.

【答案】 33° 3cm

【方法点拨】 本题的关键在于找全等三角形中的对应元素, 方法是把一个三角形适当旋转使其与另一个三角形重合.

例 3 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 52^\circ$, $\angle B = 31^\circ$, $DE = 10$, 则 $\angle F =$ _____, $AB =$ _____.

【思路分析】 利用 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 找到 $\angle C$ 与 $\angle F$ 为对应角, AB 与 DE 为对应边, 利用三角形内角和定理求 $\angle C$ 的度数即可求 $\angle F$ 的度数.

【解】 $\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,
 $\therefore \angle C = 180^\circ - 52^\circ - 31^\circ = 97^\circ$

又 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

$\therefore \angle F = \angle C = 97^\circ$

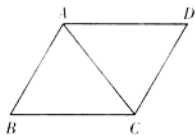
$AB = DE = 10$.

【方法点拨】 题目中不出现图形的; 一可画出图形; 二可利用对应点在对位位置找对应边, 对应角. 同时, 注意结合三角形的内角和定理及三角形周长来考虑, 而找准对应点是本题的关键.

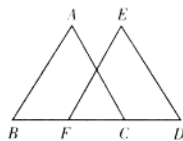
对应训练

6. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, $AB=5$, $BC=7$, $AC=6$, 则 AD 边的长为()

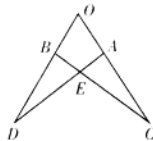
A. 5
B. 6
C. 7
D. 不确定



7. 如图所示, $\triangle ABC \cong \triangle EDF$, 若 $\angle ACB=50^\circ$, 则 $\angle$ _____ $=50^\circ$, $AC=$ _____, $BF=$ _____.



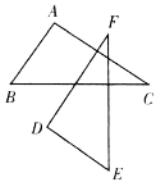
7 题图



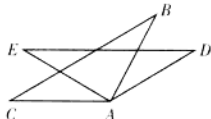
8 题图

8. [2008·南通] 如图, $\triangle OAD \cong \triangle OBC$, 且 $\angle O=70^\circ$, $\angle C=25^\circ$, 则 $\angle AEB=$ _____ 度.

9. 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=3\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$, 以斜边 BC 上距离 B 点 3cm 的点 P 为中心, 把这个三角形按逆时针方向旋转 90° 得 $\triangle DEF$, 则旋转后 $\triangle DEF$ 的面积是 _____.

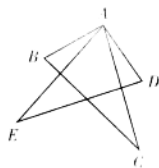


10. 已知: 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle EAC=30^\circ$, 求 $\angle BAD$ 的度数.

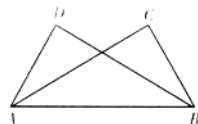


2. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle ABC$ 和 $\angle ADE$ 是对应角, 则与 $\angle DAC$ 相等的角是()

A. $\angle ACB$ B. $\angle CAE$
C. $\angle BAE$ D. $\angle BAC$



2 题图



3 题图

3. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle BAD$, A 和 B , C 和 D 分别是对应顶点, 如果 $AB=6\text{cm}$, $BD=7\text{cm}$, $AD=4\text{cm}$, 那么 BC 的长为()

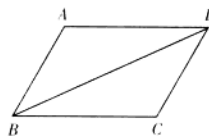
A. 6cm B. 5cm
C. 4cm D. 不能确定

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=\angle C$, 与 $\triangle ABC$ 全等的三角形有一个角是 100° , 那么在 $\triangle ABC$ 中与这个 100° 的角对应相等的角是()

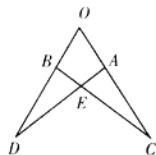
A. $\angle A$ B. $\angle B$
C. $\angle C$ D. $\angle B$ 和 $\angle C$

5. 如图, $\triangle ABD \cong \triangle CDB$, $\angle ABD=40^\circ$, $\angle CBD=30^\circ$, 则 $\angle C$ 等于()

A. 20° B. 100° C. 110° D. 115°



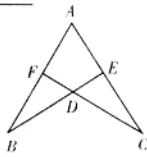
5 题图



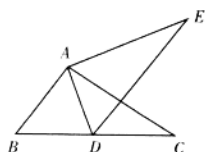
6 题图

6. 如图所示, 若 $\triangle OAD \cong \triangle OBC$, 且 $\angle O=65^\circ$, $\angle C=20^\circ$, 则 $\angle OAD=$ _____.

7. 如图, 若 $\triangle ABE \cong \triangle ACF$, $AE=AF$, 则对应边是 _____, _____, 对应角是 _____, _____, _____; 若 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$, 则对应边是 _____, _____, _____, 对应角是 _____, _____, _____.



7 题图



8 题图

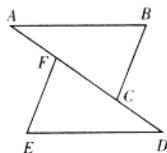
8. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle B=\angle ADE$, $\angle C=\angle E$, 则对应边是 _____, _____, _____, 对应角是 _____, _____, _____.

课后知能竞合

基础巩固

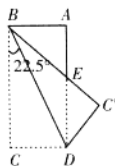
1. 下列说法错误的是()
- A. 全等三角形的对应边相等
- B. 全等三角形的对应角相等
- C. 若两个三角形全等且有公共顶点, 则公共顶点就是它们的对应顶点
- D. 若两个三角形全等, 则对应边所对的角是对应角

9. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 32^\circ$, $\angle B = 78^\circ$, $CD = 3\text{cm}$, 则 $\angle EFD =$ _____, $AF =$ _____.

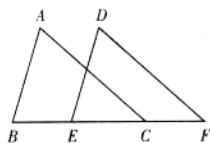


能力提速

10. 如图, 将矩形 $ABCD$ 纸片沿对角线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于 E , 若 $\angle DBC = 22.5^\circ$, 则在不添加任何辅助线的情况下, 图中 45° 的角 (虚线也视为角的边) 有 ()
- A. 6 个 B. 5 个
C. 4 个 D. 3 个

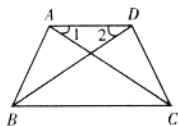


10 题图

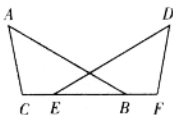


11 题图

11. 如图所示, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则图中相等的线段有 _____ (用等式表示出来)
12. 如图所示, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 且 $AD \parallel BC$, 试证明: $\angle 1 = \angle 2$.



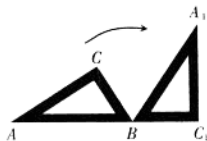
13. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $\angle A = 50^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $BF = 2$, 求 $\angle DFE$ 的度数与 EC 的长.



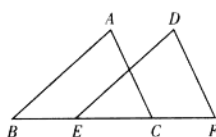
竞赛中考

14. (2008·宜昌) 如图, 将三角尺 ABC (其中 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$) 绕 B 点按顺时针方向转动一个角度到 A_1BC_1 的位置, 使得点 A, B, C_1 在同一条直线上, 那么这个角度等于 ()

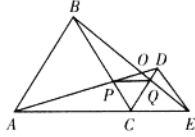
- A. 120°
B. 90°
C. 60°
D. 30°



15. (2009·云南双柏期末) 如图, $\triangle ABC$ 向右平移 5cm 之后得到 $\triangle DEF$, 如果 $EC = 3\text{cm}$, 则 $EF =$ _____ cm .

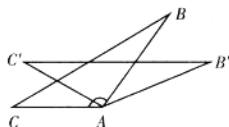


15 题图



16 题图

16. (2008·滨州) 如图, C 为线段 AE 上一动点 (不与点 A, E 重合), 在 AE 同侧分别作正三角形 ABC 和正三角形 CDE , AD 与 BE 交于点 O , AD 与 BC 交于点 P , BE 与 CD 交于点 Q , 连接 PQ . 以下五个结论: ① $AD = BE$; ② $PQ \parallel AE$; ③ $AP = BQ$; ④ $DE = DP$; ⑤ $\angle AOB = 60^\circ$. 恒成立的有 _____ (把你认为正确的序号都填上).
17. 如图所示, $\triangle ABC$ 绕顶点 A 顺时针旋转, 若 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 问:
- (1) 顺时针旋转多少度时, 旋转后的 $\triangle AB'C'$ 的顶点 C' 与原三角形 ABC 的顶点 B 和 A 在同一直线上?



- (2) 再继续旋转多少度时, C, A, C' 在同一直线上? (原 $\triangle ABC$ 是指开始位置)

数学与生活

古希腊三大几何问题

传说大约在公元前 400 年,古希腊的雅典流行疫病,为了消除灾难,人们向太阳神阿波罗求助,阿波罗提出要求,说必须将他神殿前的立方体祭坛的体积扩大 1 倍,否则疫病会继续流行,人们百思不得其解,不得不求教于当时最伟大的学者柏拉图,柏拉图也感到无能为力,这就是古希腊三大几何问题之一的倍立方体问题.用数学语言表达就是已知一个立方体,求作一个立方体,使它的体积是已知立方体的两倍.另外两个著名问题是三等分任意角和化圆为方问题.

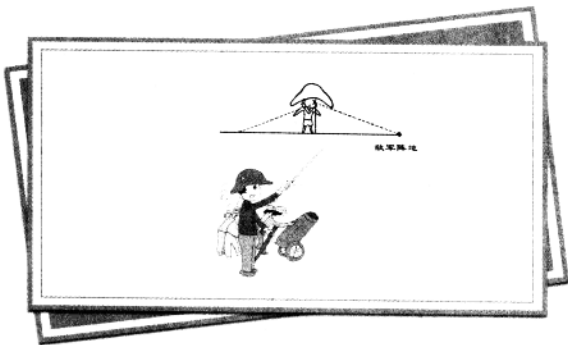
古希腊三大几何问题既引人入胜,又十分困难.问题的妙处在于它们从形式上看非常简单,而实际上却有着深刻的内涵,它们都要求作图只能使用圆规和

无刻度的直尺,而且只能有限次地使用直尺和圆规,但直尺和圆规所能作的基本图形只有:过两点画一条直线、作圆、作两条直线的交点、作两圆的交点、作一条直线与一个圆的交点.某个图形是可作的就是指从若干点出发,可以通过有限个上述基本图形复合得到.这一过程中隐含了近代数学的思想.经过 2000 多年的艰苦探索,数学家们终于弄清楚了这 3 个古典难题是“不可能用尺规完成的作图题”.认识到有些事情确实是不可能的,这是数学思想的一大飞跃.

然而,一旦改变了作图的条件,问题则就会变成另外的样子.比如直尺上如果有了刻度,则倍立方体和三等分任意角就都是可作的了.数学家们在这些问题上又演绎出很多故事.直到最近,中国数学家和一位有志气的中学生,先后解决了美国著名几何学家佩多提出的关于“生锈圆规”(即半径固定的圆规)的两个作图问题,为尺规作图添了精彩的一笔.

11.2 三角形全等的判定

漫画释义

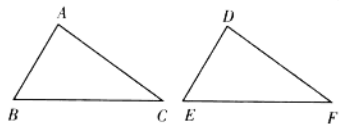


情境切入

1799 年,拿破仑发动政变建立了拿破仑帝国,他不仅是一位将军,同时也是一位数学天才.在一次战斗中,他指挥的部队与敌军在莱茵河两岸形成对峙,只见他站在岸边,面向敌军方向站好,调理帽子,使视线通过帽檐正好落在敌军的阵地上,然后他便测量出敌军阵地的距离,命令炮火攻击,炮弹像长了眼睛似的落在敌军的阵地上,打破了僵局,迎得了胜利.你知道拿破仑测出距敌军阵地距离的道理吗?

课前自主预习

1. (2008·四川成都) 如图,在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,已有条件 $AB=DE$,还需添加两个条件才能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,不能添加的一组条件是()



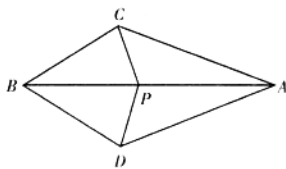
A. $\angle B = \angle E, BC = EF$

B. $BC = EF, AC = DF$

C. $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$

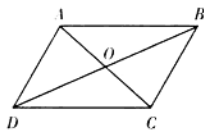
D. $\angle A = \angle D, BC = EF$

2. (2008·湖南邵阳) 如图,点 P 是 AB 上任意一点, $\angle ABC = \angle ABD$,还应补充一个条件,才能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$.从下列条件中补充一个条件,不一定能推出 $\triangle APC \cong \triangle APD$ 的是()



- A. $BC=BD$ B. $AC=AD$
C. $\angle ACB=\angle ADB$ D. $\angle CAB=\angle DAB$

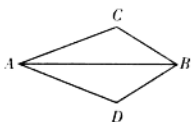
3. 一般三角形全等的判定方法有_____种,用字母可表示成_____.
4. 直角三角形全等的判定除上述几种方法外,还有_____定理,可表示成_____.
5. 两个三角形要全等,在三边和三角这六个条件中至少有_____个相等才行,但这些条件中至少有一个为_____.
6. 如图,点 O 是 $\square ABCD$ 的对角线交点, $\triangle AOB$ 绕 O 旋转 180° 可与_____重合,这说明 $\triangle AOB \cong \triangle$ _____. 这两个三角形的对应边是 AO 与_____, BO 与_____, BA 与_____, 对应角是 $\angle AOB$ 与_____, $\angle OBA$ 与_____, $\angle BAO$ 与_____.



课堂同步互动

知能点一 三角形全等的判定——SAS 公理

例 1 已知 $AC=AD$, AB 平分 $\angle CAD$, 求证: $\triangle ACB \cong \triangle ADB$.



【思路分析】 利用角平分线定义可知 $\angle CAB = \angle DAB$, 且 AB 为公共边, 又知 $AC=AD$, 即可证明两三角形全等.

【证明】 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADB$ 中, 因为

$AC=AD$ (已知)

$\angle CAB=\angle DAB$ (角平分线定义)

$AB=AB$ (公共边)

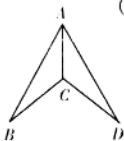
所以 $\triangle ACB \cong \triangle ADB$ (SAS).

【方法点拨】 欲证两个三角形全等, 已知一边及一角分别对应相等, 可再找夹角的另一边也对应相等, 再用“SAS”法证全等.

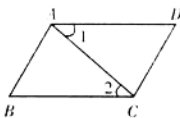
对应训练

1. 如图, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 则需要的条件是

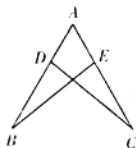
- A. $AB=AD, \angle B=\angle D$
B. $AB=AD, \angle ACB=\angle ACD$
C. $BC=DC, \angle BAC=\angle DAC$
D. $AB=AD, \angle BAC=\angle DAC$



2. 如图, $AD \parallel BC, AD=CB$, 求证: $\triangle ADC \cong \triangle CBA$.

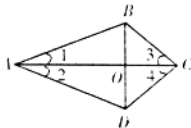


3. 已知, 如图, $AB=AC, AD=AE$. 求证: $\triangle ABE \cong \triangle ACD$.



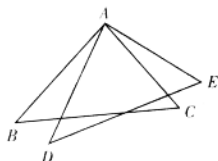
4. (2008·江苏苏州) 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $\angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4$, 求证:

(1) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$;

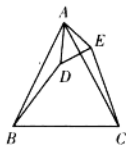


(2) $BO=DO$.

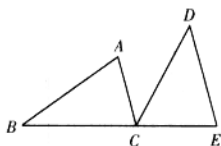
5. (2008·常州) 如图, $AB=AD$, $AC=AE$, $\angle BAD=\angle CAE$, 求证: $BC=DE$.



7. 如图, $\angle BAC=\angle DAE$, $\angle ABD=\angle ACE$, $BD=CE$. 求证: $AB=AC$, $AD=AE$.



8. (2008·陕西) 如图, B, C, E 三点在同一条直线上, $AC \parallel DE$, $AC=CE$, $\angle ACD=\angle B$, 求证: $\triangle ABC \cong \triangle CDE$.



知能点二

全等三角形的判定——ASA 公理和 AAS 推论

- 例 2 已知 $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, 那么 AB 与 CD 相等吗?

【思路分析】 我们只学习了三角形的有关知识, 而图形是四边形, 必须将它转化成三角形, 而后利用三角形的有关知识解决.

【解】 连接 AC . $\because AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ (已知)
 $\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (两直线平行, 内错角相等)

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

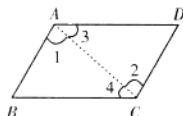
$$\angle 1 = \angle 2 \text{ (已证)}$$

$$AC = CA \text{ (公共边)}$$

$$\angle 4 = \angle 3 \text{ (已证)}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AB = CD \text{ (全等三角形对应边相等)}$$

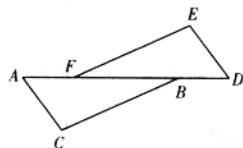


【方法点拨】 当题目中条件不足以证出结论时, 可添加辅助线, 构造全等三角形, 要注意学习添加辅助线的方法, 同时在题中若边不为两角的夹边时, 可选择利用 AAS 推论证明.

对应训练

6. 下列各组的三个条件中, 不能判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等的是 ()
- A. $AB=DE$, $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$
 B. $AC=DF$, $BC=EF$, $\angle C=\angle F$
 C. $AB=DE$, $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$
 D. $\angle A=\angle F$, $\angle B=\angle F$, $AC=DE$

9. (2008·乐山) 如图, $AC \parallel DE$, $BC \parallel EF$, $AC=DE$. 求证: $AF=BD$.

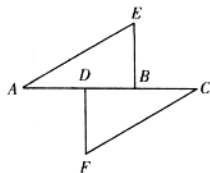


知能点三 全等三角形的判定——SSS 公理

- 例 3 如图, A, D, B, C 在同一直线上, 且 $AD=BC$, $AE=CF$, $BE=DF$, $\angle A=40^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数.

【思路分析】 由已知可知 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 有两条边对应相等, 还需找一条边对应相等.

由已知 $AD=BC$ 可得 $AB=CD$, 由三边对应相等, 就



可以证明两个三角形全等,进而容易证明 $\angle A=\angle C$,即可求出 $\angle C$ 的度数.

【解】 $\because AD=BC, \therefore AD+BD=BC+BD$,即 $AB=CD$,在

$$\triangle ABE \text{ 和 } \triangle CDF \text{ 中, } \begin{cases} AE=CF \\ BE=DF \\ AB=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF(\text{SSS})$,

$\therefore \angle A=\angle C$ (全等三角形对应角相等)

又 $\because \angle A=40^\circ, \therefore \angle C=40^\circ$

【方法点拨】当题目中告诉边的关系时,可设法利用三条边对应相等去证明三角形全等,当边为不完整边时,可利用等式性质加或减,使边变为完整边.

对应训练

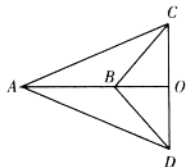
10. 如图, $AC=AD, BC=BD$,那么全等三角形的对数是 ()

A. 1

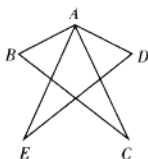
B. 2

C. 3

D. 4



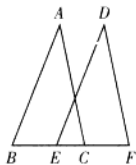
10 题图



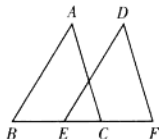
11 题图

11. 如图, $AB=AD, AE=AC$,请再添加一个条件: _____,使 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$.

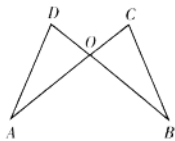
12. (2008·福建泉州)如图, E, C 两点在线段 BF 上, $BE=CF, AB=DE, AC=DF$,求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



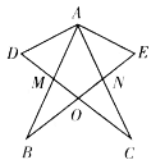
13. (2008·济南)已知:如图, $AB \parallel DE, AC \parallel DF, BE=CF$.求证: $AB=DE$.



14. (2008·宜宾)已知:如图, $AD=BC, AC=BD$.求证: $OD=OC$.



15. 如图,已知 $AB=AC, AD=AE, BE=CD$.求证: $\angle DAB=\angle EAC, \angle BMO=\angle CNO$.



知能点四 直角三角形全等的判定——HL 定理

- 【例 4】如图, $AB=AC, BD \perp AC$ 于 $D, CE \perp AB$ 于 E, BD, CE 相交于 $F, \angle BAF$ 与 $\angle CAF$ 相等吗?为什么?

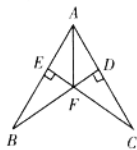
【思路分析】已知 $\angle ADB$ 与 $\angle AEC$ 都为直角,如果有 $AD=AE$,那么可得 $\text{Rt} \triangle ADF \cong \text{Rt} \triangle AEF$,而要得到 $AD=AE$,就应先考虑 $\text{Rt} \triangle ABD$ 与 $\text{Rt} \triangle ACE$ 能否全等,由题意知 $AB=AC, \angle BAC$ 又是公共角,可得 $\text{Rt} \triangle ABD \cong \text{Rt} \triangle ACE$.

【解】 $\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD=\angle CAE \\ \angle ADB=\angle AEC=90^\circ \end{cases}$
 $\Rightarrow \text{Rt} \triangle ABD \cong \text{Rt} \triangle ACE(\text{AAS})$

$\Rightarrow AE=AD$,又有 $\begin{cases} AF=AF \\ \angle AEF=\angle ADF=90^\circ \end{cases}$

$\Rightarrow \text{Rt} \triangle AEF \cong \text{Rt} \triangle ADF \Rightarrow \angle BAF=\angle CAF$.

【方法点拨】这种分析方法叫执果索因——即分析法,它的思路是若使 A_1 成立 $\xleftarrow{\text{需}} A_2$ 成立 $\xleftarrow{\text{需}} A_3$ 成立 $\xleftarrow{\text{需}} \dots \leftarrow$ 已知,逐步向已知条件逼近,当说明道理时,只需再把思路倒过来.



对应训练

16. 下列条件中,不能判定两个直角三角形全等的是 ()

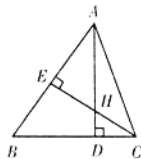
A. 两条直角边对应相等
B. 两个锐角对应相等
C. 一个锐角和一条直角边对应相等
D. 一条斜边和一条直角边对应相等

17. 下列条件中,不能保证两个直角三角形一定全等的是 ()

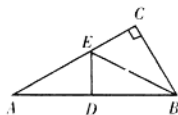
A. 一个锐角和这个锐角的对边对应相等
B. 一个锐角和斜边对应相等
C. 一条直角边和斜边对应相等
D. 有两条边分别相等

18. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $CE \perp AB$,垂足分别为 D 、 E , AD 、 CE 交于点 H ,已知 $EH=EB=3$, $AE=4$,则 CH 的长是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



18 题图



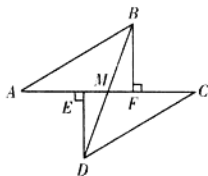
19 题图

19. 如图, $AE=BE$, $ED=EC$, $\angle C=90^\circ$, $ED \perp AB$ 于 D ,则 $\angle A=$ _____ ;若 $AB=6\text{cm}$,则 $BC=$ _____.

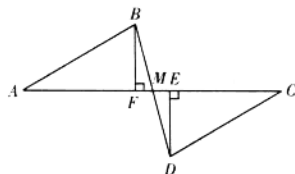
20. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle A'B'C'$, $\angle C'=\angle C=90^\circ$, $AB=5$, $BC=4$,则 $\triangle A'B'C'$ 的周长=_____,面积=_____,斜边上的高为_____.

21. 如图所示: E 、 F 分别为线段 AC 上的两个动点,且 $DE \perp AC$ 于 E 点, $BF \perp AC$ 于 F 点,若 $AB=CD$, $AF=CE$, BD 交 AC 于 M 点.

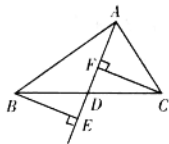
(1) $MB=MD$, $ME=MF$,为什么?



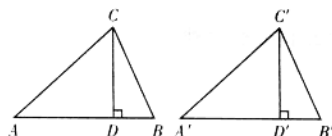
- (2)当 E 、 F 两点移动至如图所示的位置时,其余条件不变,上述结论能否成立?若成立,请给予证明.



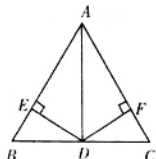
22. 如图,已知 $BE \perp AD$, $CF \perp AD$,且 $BE=CF$,请你判断 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线还是角平分线?请说明你判断的理由.



23. 如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, CD 、 $C'D'$ 分别是高,并且 $AC=A'C'$, $CD=C'D'$, $\angle ACB=\angle A'C'B'$.求证: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.



24. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线,且 $BD=CD$, DE 、 DF 分别垂直于 AB 、 AC ,垂足为 E 、 F .求证: $EB=FC$.



知能点五 综合考查三角形全等的判定及性质

例 5 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 则 $\angle AEB$ 是否与 $\angle AED$ 相等, 为什么?

【思路分析】 要证 $\angle AEB = \angle AED$, 需证 $\triangle ABE \cong \triangle ADE$, 但缺少全等的条件, 还需 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$, 得 $AB = AD$.

【解】 $\angle AEB = \angle AED$

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$AC = AC$$

$$\angle 3 = \angle 4$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC (\text{ASA}) \Rightarrow AB = AD$$

$$AB = AD$$

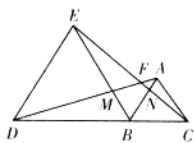
$$\angle 1 = \angle 2$$

$$AE = AE$$

$$\Rightarrow \triangle ABE \cong \triangle ADE (\text{SAS}) \Rightarrow \angle AEB = \angle AED$$

【规律总结】 此例利用三角形全等得到两角相等, 要注意观察图形, 发现公共边等条件.

例 6 如图所示, A, B, C, D, E, F, M, N 是某公园里的八个景点, D, E, B 三个景点间的距离相等, A, B, C 三个景点间的距离相等, 其中 D, B, C 三个景点在同一直线上, E, F, N, C 在同一直线上, D, M, F, A 在同一直线上, 游客甲从 E 点出发, 沿 $E \rightarrow F \rightarrow N \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow M$ 游览, 游客乙从 D 点出发, 沿 $D \rightarrow M \rightarrow F \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow N$ 游览. 若两人的速度相同, 且在各景点游览的时间相同, 甲、乙两人谁先游览完? 请说明理由.



【思路分析】 要比较甲、乙二人谁先游览完, 实则比较所走路程的远近, 而由题意我们发现 $\triangle EBC \cong \triangle DBA$, $\triangle EBN \cong \triangle DBM$, 因此问题便迎刃而解.

【解】 甲与乙同时游览完, 理由如下:

由题意, 得 $\triangle EBD$ 和 $\triangle ABC$ 都为等边三角形.
所以 $DB = EB$, $BC = BA$, $\angle EBN = \angle DBM = 60^\circ$,
 $\angle EBC = \angle DBA = 120^\circ$.

$$BE = DB,$$

在 $\triangle EBC$ 和 $\triangle DBA$ 中, $\angle EBC = \angle DBA$,

$$BC = BA,$$

所以 $\triangle EBC \cong \triangle DBA (\text{SAS})$

所以 $EC = DA$, $\angle CEB = \angle ADB$.

$$\angle DBM = \angle EBN,$$

在 $\triangle DBM$ 和 $\triangle EBN$ 中, $EB = DB$,

$$\angle NEB = \angle MDB,$$

所以 $\triangle DBM \cong \triangle EBN (\text{ASA})$. 所以 $BM = BN$.

所以 $EC + AC + AB + BM = DA + AC + BC + BN$.

所以两人所走的路程相等, 故同时游览完.

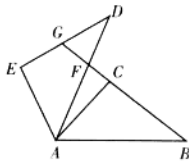
【解题归纳】 本题的解题关键是将实际问题转化为数学问题, 建立数学模型.

对应训练

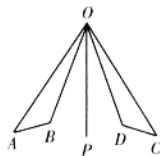
25. 下列判断正确的是()

- A. 有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形全等
- B. 有两边对应相等, 且有一角为 30° 的两个等腰三角形全等
- C. 有一角和一边对应相等的两个直角三角形全等
- D. 有两边和其中一边的对角对应相等的两个锐角三角形全等

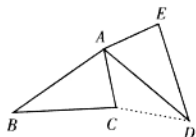
26. 已知, 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 且 $\angle CAD = 10^\circ$, $\angle B = \angle D = 25^\circ$, $\angle EAB = 120^\circ$, 求 $\angle DFB$ 和 $\angle DGB$.



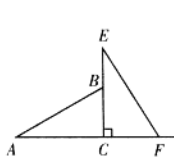
27. 如图, OP 是 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 的平分线, $OA = OC$, $OB = OD$, 求证: $AB = CD$.



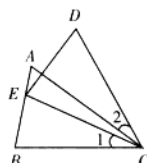
28. 如图是一个三角形工艺盒盒盖, $\triangle DAE$ 沿 A 点旋转后与盒口 $\triangle ABC$ 所形成的图形, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle CAD = 30^\circ$, $\angle B = \angle ADE = 35^\circ$, $\angle EAB = 170^\circ$, 求 $\angle E$ 的度数.



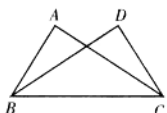
5. 如图, 若 $\triangle ABC \cong \triangle EFC$, 且 $CF = 3\text{cm}$, $\angle EFC = 57^\circ$, 则 $\angle A =$ _____, $BC =$ _____.



5 题图



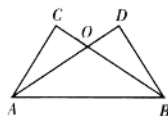
6 题图



7 题图

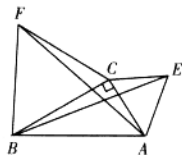
6. 如图所示, $AC = DC$, $\angle 1 = \angle 2$, 请添加一个适当的条件 _____, 使 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$.
7. 如图所示, 已知: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中, $AC = DB$, 若不增加任何字母与辅助线, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 则还需增加一个条件是 _____.
8. (2008·淄博) 已知: 如图, AD 与 BC 相交于点 O , $\angle CAB = \angle DBA$, $AC = BD$. 求证:

(1) $\angle C = \angle D$;



(2) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$.

9. 如图, 分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 、 BC 为边, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 外作两个等边三角形 $\triangle ACE$ 和 $\triangle BCF$, 连接 BE 、 AF . 求证: $BE = AF$.

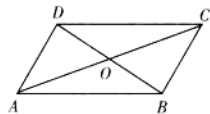


课后知能竞合

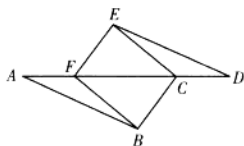
基础巩固

1. 下列条件中, 不能使两个三角形全等的是 ()
- 两边一角对应相等
 - 两角一边对应相等
 - 三边对应相等
 - 两边和它们的夹角相等

2. (2009·安庆期末) 如图所示, $OD = OB$, $AD \parallel BC$, 则全等三角形有 ()



3. 如图, 已知 $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $AF = DC$, 请问图中有哪几对全等三角形? _____、_____、_____.



4. 如图, 点 A, B, C, D 在同一直线上, $AB = CD$, $CE \parallel DF$, 要使 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$, 还需添加一个条件: _____, (只要求填写一个条件, 且不再添加其他字母或数字)

