六位对数表

地质出版社

六位对数表

C·布列米克尔 编

国家测绘总局 译

地质出版社

Bremiker, C.
SECHSTELLIGE
LOGARITHMISCHE
TAFELN
VEB VERLAG TECHNIK BERLIN
1852
* * *

六位对数表
国家测绘总局 译
*
国家测绘总局编辑
地质出版社出版
1205工厂印刷
新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售
*
1973年6月北京新一版·1973年6月北京第一次印刷
印数20,030册·定价2.70元
书号：15038·(测绘-2)

导　　言

第 I 表
自然数的对数

（1—185 页）

一个数的常用对数是以 10 为底数的一个指数，将 10 按此指数自乘，即得到这个数。如果 $10^a = A$，则 a 是 10 的对数。用数学式表示，即 $a = \log A$

用对数计算，适用下列定律：

乘积的对数等于其因数对数之和；

商的对数等于被除数对数与除数对数之差；

乘方的对数等于指数与底数对数的乘积；

根的对数等于被开方数的对数与根指数之商；或用公式表示为：

$$\log A \times B = \log A + \log B$$

$$\log \frac{A}{B} = \log A - \log B$$

$$\log A^n = n \log A$$

$$\log \sqrt[n]{A} = \frac{\log A}{n}$$

由此可见，应用对数可使计算程序大为简化，因为每一次乘法和除法可以化为加法和减法，而每一次乘方或开方可以化为乘法或除法。

只有底数为 10 的正整数方或负整数方的那些数值，其对数才是有理数，而且是一个整数。例如

$$\log 1000 = 3,\ \text{因为}\ 10^3 = 1000$$

$$\log\ 100 = 2 \qquad 10^2 = \ 100$$

$$\log 10 = 1 \qquad 10^1 = 10$$
$$\log 1 = 0 \qquad 10^0 = 1$$

$$\log 0.1 = -1 \quad 因为 10^{-1} = 0.1$$
$$\log 0.01 = -2 \qquad 10^{-2} = 0.01$$
$$\log 0.001 = -3 \qquad 10^{-3} = 0.001$$
$$\log 0.0001 = -4 \qquad 10^{-4} = 0.0001$$

但一般来说，一个数的对数是无理数，由两部分构成：一个整数，称为**指标**，和一个真小数，称为**尾数**。

根据以下方程：

$$\log (10 \times A) = \log A + \log 10 = \log A + 1$$
$$\log (100 \times A) = \log A + \log 100 = \log A + 2$$

....

一个数的10、100、1000等倍数的对数，其尾数部分完全相同，只有指标由于位数变换而彼此不同，所以在对数表中只给出尾数，而留给计算者自己去补写指标。在补写指标时须注意：1与10之间所有数的对数指标为0，10与100之间指标为1；100与1000之间指标为2，余类推。而1与0.1之间，0.1与0.01之间，0.01与0.001之间所有数的对数，其指标分别为−1，−2，−3，余类推。在后一情况，当指标为负时，通常仍保留正的尾数，并将其负指标用其正的十进余数代替，而在完全对数后面加上一个−10。例如0.01的对数，其指标为−2，尾数为0，于是写为8.000000−10。由于在实际运算中不容易遇到这种情况，即把一个数与它的10000000000倍数互相混淆，因此时常不写附加的−10。

由此可见，补写指标须按下列法则进行：

真数大于1的对数的指标等于其整数位数减去1，而真数小于1的对数的指标等于该数实际数字前面零的数目的十进余数，零的数目须包括小数点以前的一个零在内。在后一情况下，要在对数之后附加一个−10。

举例来说，下列数字

432、57896、32.467、0.6798、0.000573的相应对数，其指标按顺序为

2.……、4.……、1.……、9.……−10、6.……−10

给定一数，求其对数

如果此数为一、二、或三位，就在第Ⅰ表的前四页中查出其对数。此时在N栏中查出此数，而在其右方 log 栏中即为其对数的尾数，然后根据上述法则补出其指标。例如在数574之旁，标明尾数758912，前面须加上指标2，因此得出数574的完全对数为2.758912。

对四位或多于四位的数，须由6至185页的表中查取。

一个四位数的对数的查取方法与最高为三位数字的对数的查取方法完全相同。在N栏内查出此数，紧挨着旁边一栏，即上面标题为0的栏内即为此数的对数尾数。

但如果为五位数，则在N栏中查出其前四位数字，而第五位数字在表头一行查取。与第五位数字相应的竖栏和与前四位数字相应的横行相交处，即为对数尾数的后四位数字，而尾数的前二位数字则在同一行的0字竖栏内查取。尾数的前二位数字每隔5行才标出，因为对于一连串相连续的对数，它们是相同的。例如查取11677的对数，在第9页的1167那一行和7的一栏内，数字为7331，它们与0栏前面的06放在一起，就得出尾数为067331。在这前面还要加上五位数字应有的指标4，于是得到11677的对数为4.067331。

但是举例来说，如果查39813的对数，按上述方法在65页上得出后四位数字为0025。可是在这一情况下，这个数字要与下一行的前两位数字结合起来，因为在这一行内，前两位数字从59变为60，变化之后，在数字0之上加一横线来表示。所以求得的对数为4.600025。

如果求对数的数字多于五位，就要首先查出相应于前五位数的尾数，找出这个尾数与后面比它大一个单位的尾数之差（简称表差），然后根据小间隔的对数之差可以看作与真数之差成正比的定理，求出多位数的对数的尾数。例如要求11677697的对数，在第9页上查出11677和11678的尾数为067331和067368，其差（即表差）为第六位小数的37个单位。现在组成比例式1:0.697=37:X，就得到对11677的尾数067331的改正数为第六位小数的+26个单位，于是包括指

标，得出log 11677697＝7.067357。

为了在求比例部分时避免乘法，在上面标有PP.(比例部分）的一栏内，对每一出现的表差列一小表，表中给出差数的十分数。对于上面的例，可以利用上面标有37的小表，由其中查出0.697三位数：

对0.6 ……22.2
对0.09 …… 3.33
对0.007…… .259

对0.697……25.789

或对数最后一位的26个单位。这个求和可以心算，因为只要顾及影响到第六位的分数就行了。

给定一对数，求其相应之数

为了求出一个给定对数的相应之数，首先在顶上标有0的栏内找出尾数的前两位数字，然后在顶上标有0、1、2、3等的栏内，查出最接近而略小于给定对数的后四位数字。至此，查取这一行竖栏N中所求数的前四位数字，并以所在栏的顶上标数为第五位数字。以下位数的数字由对数之差与相应真数之差按比例求出，即将给定对数与仅略小于该对数的表列对数之差，用相邻两表列对数之差除之。例如给定对数为2.185249，求其相应之数。首先从16页上查出仅略小于此对数的185230，相应于真数15319。从给定对数减去此表列对数，得出19，用相邻两表列对数之差29除之。利用29的小表，查出0.6为17.4，其次对于19－17.4＝1.6，还有一个0.06，所以七位数字为1531966，小数点应点在第三位与第四位之间，因为对数的指标为2。因此所求数为153.1966。如果给定对数为8.185249，则求出其相应七位数字为1531966，但由于指标为8，属于9位的数，所以在求得的七位数字之后还要加上两个零，得到相应的真数为153196600。同理，如果给定对数为7.185249－10，则求出相应真数为0.001531966。

关于每页下面所列的S和T值，以及将秒值换算为度、分、秒值，参阅第Ⅵ页。

作为这部分表的附录，在186页上列有常用对数的模0.43429448，以及其倒数2.30258509的倍数，借以互相换算以10为底的常用对数和以2.71828183为底的自然对数。换算的公式在186页的下面给出。

第 Ⅱ 表

0°至5°正弦和正切的对数

每 秒 一 载

(187—262页)

这个表包括五度以下每一弧秒的正弦和正切对数，或85°与90°角度之间的余弦和余切对数。打开书本的左页上载着正弦和余弦的对数，而在右页上载着正切和余切的对数。每页顶上一行的度和分与第一竖栏所载的秒数相应，而最下一行的度和分则与最后一竖栏的秒数相应。表中给出对数的完全尾数；指标则从188页和189页的后半页起，仅在每页的第一个“分”数栏内列出，因为它对每一栏的对数尾数都是相同的。所有对数都要加上−10。

给定一角，求其正弦对数和正切对数

对每一整秒，都直接给出其正弦和正切的对数。例如，$\log\sin 2°58'12''$，在232页上查出为8.714439，这个数值同时也是$\log\cos 87°1'48''$。如果给定角有秒的小数，那就要按数的对数的比例部分同样方法计算。由对数表中查取给定角的整秒的对数，查出它与下一个表列对数之差，即相应于角度每增长一秒对数的增长数。然后计算这一差数与所给的秒的小数部分相对应的比例部分。把它加在由表中查得的对数上，就得到所求的对数。例如求$\log\sin 2°58'12''.34$，在232页上，$\log\sin 2°58'12''=8.714439$，相应表差为第六位的+41个单位。将它乘以0.34，得出比例部分为+14，与上

面查得的整秒对数加起来，即得所求对数 $\log\sin 2°58'12''.34=8.714453$。

给定一个正弦对数或正切对数，求其相应的角值

给定一个正弦对数或正切对数，求出其相应的角值，与给定一个对数求其相应的真数的方法完全相同。在表中首先查出最近较小于或最近较大于该对数的表列对数；较小还是较大，要看对数是随角度而增大还是减小。求出这个表列对数与给定对数之差，用相邻两表列对数之差除之，就求出了与最初查得的表列对数相应的整秒角值所应加上的秒的小数值，以便获得所求的角值。例如给定余弦对数为8.685163，略大于此值的表列对数为8.685188，与角度87°13′25″相应。此值与给定对数之差为第六位的25个单位，而表列对数之差为44个单位。25除以44，得0″.57，加在上面角度上，得出所求角为87°13′25″.57。

求小角正弦和正切的第二种方法，是使用2—185页底下所给出的 $S=\log\frac{\sin x}{x}$ 和 $T=\log\frac{\tan g x}{x}$ 值。这个方法的根据是下述定律：一角的正弦或正切对数，等于此角用秒表示的对数加上S或T值，而S和T可以角值为引数由2—185页下面查取。例如，求 $\log\sin 0°22'57''.708$，在13页上，角 $0°22'58''=1378''$，相应S值为 $S=4.685572$。把它加在 $1377''.708$ 的对数，即3.139157上，就得到 $\log\sin 0°22'57''.708=7.824729$。同样可求出 $\log \tan g 0°22'57''.708=4.685581+3.139157=7.824738$。

如果是反算问题，即给定正弦或正切对数，求相应角值，那就要应用下述定理：用秒表示的角度的对数，等于正弦或正切对数减去S或T，但在此情况下，要采取稍为不同的方法，因为要先从第Ⅱ表查出这个角度取舍到整秒的近似值，以便用以从第Ⅰ表中查取S或T值。例如给定 $\log \tan g=8.107831$，从199页上查出相应于近似角值 $0°44'4''$。用这个角值在38页上查出 $T=4.685599$，从给定的对数中减去它，得出3.422232，用它从对数查出真数，求出角度本身为

$0°44'3''.82$。

只有角度很小，第Ⅱ表相邻两对数之差很大时，应用这个方法，才比直接从第Ⅱ表查取三角函数的对数，或查取其所相应的角值，具有优点。

由于第Ⅰ表中的S和T值仅给到角度为 $10000''=2°46'40''$，所以只有当角度小于此值时，才能应用上述的方法。

为了角度在5°以内仍能应用与此类似的方法，在第Ⅲ表中264—293页上面标题为b的竖栏内，给出用半径为单位(即弧度)表示的角度的对数化为此角正弦对数的换算量，以第六位为单位。如果要根据这些数值求给定角的正弦对数或正切对数，须首先由第Ⅰ表查出这个角用秒表示时的对数，由它减去 ρ 的对数常数(参阅595页)，然后从得数中再减去弧度换算量以求正弦对数，或在得数中再加上二倍的弧度换算量以求正切对数。举例来说，对于角度为 $2°58'12''.34$：

$$\log 2°58'12''.34 = 4.029073$$
$$\log \rho \qquad = 5.314425$$
$$差 \qquad = 8.714648$$

正弦		正切	
	8.714648		8.714648
281页	$-b=-194.5$	281页	$+2b=+389.0$
$\log\sin 2°58'12''.34=8.714454$		$\log\mathrm{tang}\, 2°58'12''.34=8.715037$	

由这个例已可看出，这个方法与直接从第Ⅱ表查取对数或利用第Ⅰ表的S和T值相比，太麻烦了，以致不值得经常使用。

第 Ⅲ 表

三角函数的对数

每 10″ 一 载

(263—533页)

这个表包含一象限内每隔10″的三角函数正弦、余弦、

正切、余切的对数。从 0°到 45°，度数载在表顶，而分和秒载在左边的前两竖栏内。对于象限的这一部分，各栏的标题在表的顶部。与此相反，对于象限的另一半，即 45°到 90°，度数与标题在表的底部，而分和秒在右边的最后两竖栏内。表内相邻两对数之差，对于正弦和余弦，在靠函数对数右边的标题为 d.(差)的竖栏内列出，而对于正切和余切，则在两栏的中间标题为 d.c.(共差)的一栏内列出，因为此差数对这两栏是通用的。由于正弦和余弦在整个象限内，正切在 0°至 45°之间，都是真小数，所以表列对数，除去 45°至 90°的正切和 0°至 45°的余切以外，都要加上 -10。

给定一角，求其正弦对数、正切对数、余切对数或余弦对数

这时所用的方法与 V 页对第 II 表相应计算程序所给出的方法完全相同。只是须要注意，那里表值是每秒一载，而这里是十秒一载。例如，求 $\log\sin 7°17'32''.36$，首先在 307 页上查得 $\log\sin 7°17'30''=9.103531$，相应的表差为 $+165$ 个第六位单位。用 0.236 乘此表差，得出比例部分为 $+39$，把它加在上面的对数上，就得出结果：$\log\sin 7°17'32''.36=9.103570$。如果使用每页边上的差值小表，就可以不用乘法，而化为从小表中查取一些数值相加。在上面的例中，就可以从标题为 165 的小表中查取以下数值：

对	$2''$	……33.0
	0.3	…… 4.95
	0.06	…… 0.990
和		38.940

与上面直接乘得的比例部分 39 个单位一致。但是如果求 $\log\operatorname{cotg} 54°58'17''.9$，那就要从 474 页上查取 $\log\operatorname{cotg} 54°58'10''=9.845720$，表差 -45。从标题为 45 的小表中，查得 $7''.9$ 的比例部分为 -36 单位，与上面的对数结合，得出结果：$\log\operatorname{cotg} 54°58'17''.9=9.845684$。

给定正弦对数、正切对数、余切对数、或余弦对数，求相应的锐角

当对数随角值而增大时，象正弦和正切就是这样，在表中查出与之最近的较小的对数，从给定的对数中减去此值，用最近较小和最近较大的对数表差除此差数。设想这个分数为一个小数，把小数点向右移一位，就得出整秒和秒的小数，把它加在最近较小的表列对数所相应的10秒之后。在这种情况下应用差数小表，也可以完全不用除法。例如给定log sin =9.872574，在514页上查出48°13′10″相应于最近的较小的log sin =9.872565，与给定的对数之差为9，用表列对数差值19除之，得到0.47，把小数点向右移一位，即为4″.7，于是所求角为48°13′14″.7。

如果对数随角值的增大而减小，像余切和余弦就是这样，那末就要从与之最近的较大对数出发，从中减去给定的对数，用表列对数的表差除其差数。设给定log cos=9.710739，就从449页9.710751= log cos59°5′10″出发，用表差35除对数之差12，得0.34，于是得出所求角为59°5′13″.4。

如果查取一个大于90°的角的正弦、余弦、正切或余切对数，那就要先从角中减去其中所含的90°的最大倍数。如果所减去的90°的倍数为偶数，那就查其余数的正弦、余弦、正切或余切对数；如果所减去的90°的倍数为奇数，那就分别查其余数的余弦、正弦、余切、正切对数。此外还要顾及到，正弦在第3、4象限，余弦在第2、3象限，正切余切在第2、4象限是负值。这种关系从下面整理的表中可以一目了然，表中z表示一个锐角。

角　度	正　弦	余　弦	正　切	余　切
z	+ sin z	+ cos z	+ tang z	+ cotg z
90°+z	+ cos z	− sin z	− cotg z	− tang z
180°+z	− sin z	− cos z	+ tang z	+ cotg z
270°+z	− cos z	+ sin z	− cotg z	− tang z

此外，在查取大于 90° 的角度的三角函数对数时，也可以利用下表所指示的法则：

角　　度	正　　弦	余　　弦	正　　切	余　　切
z	$+\sin z$	$+\cos z$	$+\mathrm{tang}\ z$	$+\mathrm{cotg}\ z$
$180°-z$	$+\sin z$	$-\cos z$	$-\mathrm{tang}\ z$	$-\mathrm{cotg}\ z$
$180°+z$	$-\sin z$	$-\cos z$	$+\mathrm{tang}\ z$	$+\mathrm{cotg}\ z$
$360°-z$	$-\sin z$	$+\cos z$	$-\mathrm{tang}\ z$	$-\mathrm{cotg}\ z$

由上面的一览表中同时可以看出，对于每一给定的三角函数，在 0° 与 360° 之间有两个角度与之相应。如果别无他法确知其象限，或对其所在象限全无疑义，那末除去所给定的对数和其函数的正负号之外，还要同时知道其另一函数的正负号。但当给定的函数为余切或正切时，另外再知道正切或余切的符号还不够。举例来说，如果给定 log tang＝0.170923，还知道其正切为负，但余弦为正，则相应的角度必为 304°0′19″.8。通常进行对数计算时，为了求得一个角度，最后得到与此角正弦和余弦成比例的两个数，例如 log a sin A 和 log a cosA。两个对数相减，得出 log tang A。如果前两给定的对数都是正的或都是负的，则角度分别在第 1 和第 3 象限。对数为负时，在对数后面注一 n 字母来表示。当给定的两对数分别为正和负或负和正时，则角度分别在第 2 和第 4 象限。

第 Ⅳ 表之 1 和 2

加法和减法对数

（535—593 页）

加法和减法对数分为 1 和 2 两个部分。其中第 1 部分同时用于加法和减法，第 2 部分仅在对数之差大于 0.420000

时才用于减法。第 1 部分以 $\log x$ 为引数，列出 $\log(x+1)$ 的表值。第 2 部分以 $\log x$ 为引数，列出 $\log\left(1-\frac{1}{x}\right)$ 的表值。当给定两数的对数而求两数之和或差的对数时，应用此表是基于以下的方程式：

对于**加法**：当 a 大于 b 时：(535—565 页)

$$\log(a+b)=\log a+\log\left(\frac{b}{a}+1\right)$$

当 a 小于 b 时：(566—570 页)

$$\log(a+b)=\log b+\log\left(\frac{a}{b}+1\right)$$

对于**减法**：当 a 大于 b，但其对数之差不超过 0.420000：(535—570 页)

$$\log(a-b)=\log b+\log\left(\frac{a}{b}-1\right)$$

当 a 大于 b，但其对数之差超过 0.420000：(572—593 页)

$$\log(a-b)=\log a+\log\left(1-\frac{1}{\frac{a}{b}}\right)$$

加法时按下述方式进行：

如果给定两数的对数，求此两数之和的对数，则用 a 表示其中较大的数，用 b 表示较小的数，求差数 $\log b-\log a=A$。以此数为引数，在 535—565 页的表中，在标题为 A 的竖栏内和表顶一行，查取其相应的 B 值，其方法与按第 I 表从给定一数查取其对数完全相同。把表中查得的 B 值加在给定的较大数的对数上，就得出此两数之和的对数。

举例来说，给定对数 0.477121 和 1.230449，则计算如下进行：

$$\log b=0.477121$$
$$\log a=1.230449$$

$$\log b-\log a=9.246672-10=A$$

由 550 页，

$$B=0.070581$$
$$\log a=1.230449$$

$$\log(a+b)=1.301030$$

再设给定的对数为 0.131089 和 8.753210－10，计算如下：

$$\log b = 8.753210 - 10$$
$$\log a = 0.131089$$

$$\log b - \log a = 8.622121 - 10 = A$$

由 539 页：$B = 0.017822$

$$\log a = 0.131089$$

$$\log(a+b) = 0.148911$$

但是对于**减法**，适用以下法则：

还是用 a 表示较大，用 b 表示较小的数，求出其差 $\log a - \log b = B$。如果这个数小于 0.420000，则以此数为表值，查 535-570 页的表，与用第 I 表从给定对数查取其相应数的方法一样，查出其相应的 A 值。把它加在给定的较小数的对数上，就得出所求的两数之差的对数。但是如果 B 大于 0.420000，那就要从对减法适用的 572—593 页的表中查取相应的 C 值，查表的方法与加法时所用的方法相同。将 C 值加在给定的较大数的对数上，以求两数之差的对数。

设给定对数为 1.230449 和 0.477121，则计算如下进行：

$$\log a = 1.230449$$
$$\log b = 0.477121$$

$$\log a - \log b = 0.753328 = B$$

由 579 页　$C = 9.915679$

$$\log a = 1.230449$$

$$\log(a-b) = 1.146128$$

又设给定对数为 3.001750 和 2.854171，求差数的对数，则计算如下：

$$\log a = 3.001750$$
$$\log b = 2.854171$$

$$\log a - \log b = 0.147579 = B$$

由 558 页　$A = 9.607117 - 10$

$$\log b = 2.854171$$

$$\log(a-b) = 2.461288$$

为了便利计算人员，在这个表每页的底部都重复给出有关的公式。

目　录

第Ⅰ表　自然数的对数……………………………………1～185

0.434294 的倍数及 2.302585 的倍数　…………186

第Ⅱ表　0°至5°正弦和正切的对数(每秒一载)……187～262

第Ⅲ表　三角函数的对数(每 10″ 一载)……………263～533

半径为 1 的圆弧长　………………………………534

第Ⅳ表　加法和减法的对数……………………………535～593

角度换算为时间　…………………………………594

常数表　…………………………………………………595

第 I 表

自然数的对数