



XUEHAIDAOHANG

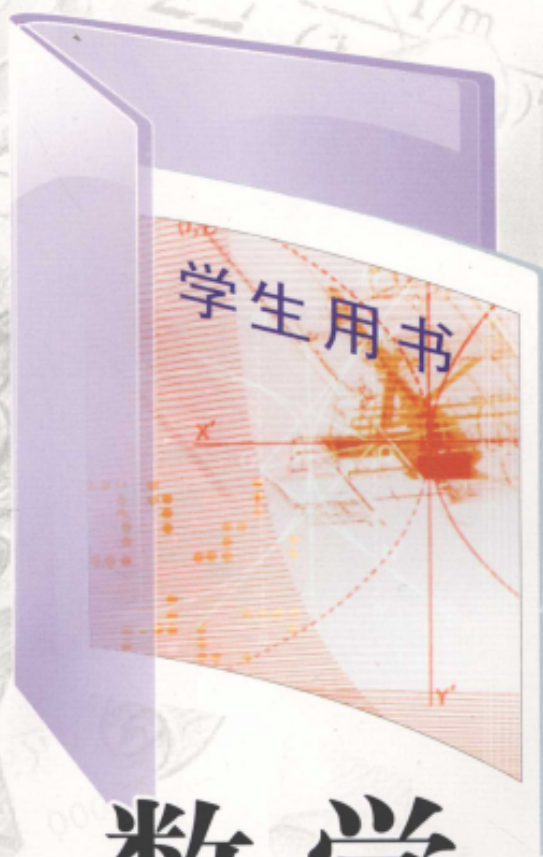
配套人民教育出版社实验教科书 (A版)

学海导航

高中新课标同步攻略

GAO ZHONG XIN KE BIAO TONG BU GONG LUE

丛书主编 ● 李瑞坤



数学

(选修1-1)



首都师范大学出版社
CAPITAL NORMAL UNIVERSITY PRESS

责任编辑 张雁冰
装帧设计 张鹤红

MATHEMATICS

学法导航

高中新课标同步攻略

数 学 (选修1-1)

学生用书

ISBN 978-7-81119-475-3



9 787811 194753 >

定价: 15.00元

丛书主编 ● 李瑞坤

学法导航

高中新课标同步攻略

GAO ZHONG XIN KE BIAO TONG BU GONG LÜE

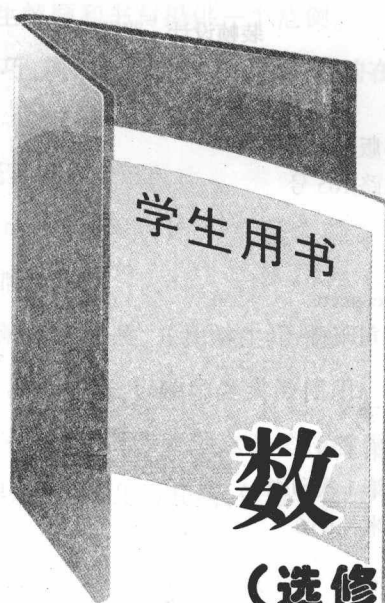
本册主编 陈建波

副主编 姜应龙

编委 冯流芳 陈洲灼 蔡玉莲

曹雄辉 余洁雯 杨家忠

本书策划 王培军



数 学
(选修 1-1)



首都师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中新课标同步攻略. 数学. 1-1: 选修 / 陈建波主编.
北京: 首都师范大学出版社, 2008.12
(学海导航 / 李瑞坤主编)
ISBN 978-7-81119-475-3

I. 高… II. 陈… III. 数学课-高中-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 199216 号

学海导航·高中新课标同步攻略
数学(选修 1-1)·学生用书
丛书主编 李瑞坤
本册主编 陈建波

责任编辑 张雁冰 装帧设计 张鹤红
责任校对 王培军

首都师范大学出版社出版发行
地 址 北京西三环北路 105 号
邮 编 100048
网 址 cnuph.com.cn
E-mail master@cnuph.com.cn
湘潭市风帆印务有限公司印刷
全国新华书店发行

版 次 2008 年 12 月第 1 版
印 次 2008 年 12 月第 1 次印刷
开 本 880×1230 毫米 1/16
印 张 6.5
字 数 218 千
定 价 15.00 元

版权所有 违者必究
如有质量问题 请与出版社联系退换



《高中新课标同步攻略·数学(选修1-1)》本着构建共同基础,提供发展平台,体现数学本质,培养学生能力的理念,以使不同层次的学生得到更大的进步为目的,依据新课程标准、教材体系及学生的认知特点,在参照原版的基础上,由课改实验区一批具有丰富教学实践经验的老教师反复研讨修订而成。本模块主要内容有“常用逻辑用语”“圆锥曲线与方程”“导数及其应用”,按章节分课时同步编写。

新授课由【学习目标】、【情境引入】、【目标训练】、【典例分析】、【方法点拨】、【达标练习】、【探究活动】等栏目构成。

【学习目标】 根据新课程标准,列出学习研究的主要内容,提出数学知识、数学方法及数学思想的教学目标和能力发展要求。

【情境引入】 用现实生活中的实例或学习中可能遇到的问题设置情境,让枯燥的数学知识以大家喜闻乐见的形式呈现,把学生带入全新的数学学习境地,从而增强对数学学习的兴趣,感受在数学天地里遨游的乐趣。

【目标训练】 精心设计了三个层次的练习:一层练习(掌握基本概念);二层练习(解决常规问题);三层练习(灵活运用,举一反三)。三个层次的练习,由浅入深,层层递进,既有利于基础知识的学习,又有利于能力的培养;既符合学生的认知规律,又适应不同层次学生的要求。

【典例分析】 旨在通过对典型例题的解答,给学生解题和书写提供一个范例。

【方法点拨】 对本课时主要知识及解题方法、技巧、规律进行归纳和点拨,目的在于提炼数学思想和方法,优化思维方式。

【达标练习】 选题典型、题量适中、难易适度。既可以作为巩固练习,也可以作为达标检测。

【探究活动】 通过一课时一个开放性问题的设计,体现“探究学习”的课改理念,让学生在探究中深化所学知识,培养运用所学知识解决实际问题的能力。

本书分教师用书和学生用书,教师用书有详细的解析和答案,并比学生用书多了备选题,供教师教学参考,学生用书的试卷采用活页形式印制,并配有活页答案,以便师生灵活使用。

在本书的编写过程中,我们力图把本书编写成一本既符合课改理念又适应教学实际的教学用书,但二者统一并非易事。尽管参编老师反复推敲,层层把关,几易其稿,但限于能力和水平,书中难免有疏漏之处,敬请广大读者批评指正。

编者



XUEHAIDAOHANG

学生用书 目录

CONTENTS

1 第一章 常用逻辑用语

第1课时	命题及其关系(一)	1
第2课时	命题及其关系(二)	3
第3课时	充分条件与必要条件(一)	5
第4课时	充分条件与必要条件(二)	7
第5课时	简单的逻辑联结词(一)	9
第6课时	简单的逻辑联结词(二)	11
第7课时	全称量词与存在量词(一)	13
第8课时	全称量词与存在量词(二)	15

17 第二章 圆锥曲线与方程

第1课时	椭圆及其标准方程(一)	17
第2课时	椭圆及其标准方程(二)	19
第3课时	椭圆的简单几何性质(一)	21
第4课时	椭圆的简单几何性质(二)	23
第5课时	椭圆习题课	25
第6课时	双曲线的定义及其标准方程	27
第7课时	双曲线的简单几何性质(一)	29
第8课时	双曲线的简单几何性质(二)	31
第9课时	抛物线的定义及其标准方程	33
第10课时	抛物线的几何性质(一)	35
第11课时	抛物线的几何性质(二)	37
第12课时	双曲线和抛物线习题课	39

41 第三章 导数及其应用

第1课时	变化率问题	41
第2课时	导数的概念	43
第3课时	导数的几何意义	44
第4课时	几个常见函数的导数	46
第5课时	基本初等函数的导数公式及其应用	48
第6课时	导数的四则运算	49
第7课时	导数的概念及运算习题课	51
第8课时	导数的计算习题课	52
第9课时	函数的单调性与导数	54
第10课时	函数的极值	56
第11课时	函数的最值	57
第12课时	导数在研究函数中的应用	59
第13课时	生活中的优化问题(一)	61
第14课时	生活中的优化问题(二)	63
第15课时	生活中的优化问题习题课	65
第16课时	实习作业(走进微积分)	68

附:

单元检测卷(一)	69
单元检测卷(二)	73
单元检测卷(三)	77
综合检测卷	81
参考答案	85

第一章 常用逻辑用语

第1课时 命题及其关系(一)



学习目标

1. 了解命题、真命题、假命题的概念;能够指出一个命题的条件与结论.
2. 学会判断哪些语句是命题,哪些语句不是命题;掌握判断命题真假的方法.



情境引入

甲:能借你的橡皮擦用一下吗?

乙:橡皮擦在文具盒内.

甲:谢谢!

分析甲、乙两人的对话,这些语句各有怎样的特点?



目标训练

【一层练习】

1. 一般地,我们把用语言、符号或式子表达的,可以判断_____叫做命题. 其中判断为真的语句叫做_____,判断为假的语句叫做_____.
2. “若 p , 则 q ”是命题的一种形式,其中 p 叫做命题的_____, q 叫做命题的_____.

【二层练习】

3. 下列语句中,不是命题的为 ()

A. $2+1=4$	B. $5>4$
C. 你真好!	D. 对顶角不相等
4. 有下列命题:
 - ① $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程;
 - ② 空集是任何集合的真子集;
 - ③ 若 $a \in \mathbf{R}$, 则 $a^2 > 0$;
 - ④ 若 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $ab > 0$, 则 $a > 0$ 且 $b > 0$.
 其中真命题的个数为 ()

A. 0	B. 2
C. 3	D. 4

5. “ $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形”_____命题(填“是”或“不是”).

【三层练习】

6. 将下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式,并判断其真假.
 - (1) 偶数能被 2 整除;
 - (2) 奇函数的图象关于 y 轴对称;
 - (3) 平行四边形的对角线互相平分.



典例分析

【例 1】下列语句:

- ① 请把门关上;
- ② $7 < 3$;
- ③ $x^2 - 3x + 2 = 0$;
- ④ 当 $x = 3$ 时, $2x > 0$;
- ⑤ 这是一棵大树.

其中不是命题的是_____.

分析:准确把握定义中的关键词,能判断真假、陈述句.

解:①不是命题,不是陈述句;②是命题,且是假命题;③不是命题,因为语句中含有变量 x ,在没给变量 x 赋值前,无法判断语句的真假;④是命题,是能作出真假判断的语句;⑤不是命题,因为“大树”没有界定,就不能判断真假. 答案为①③⑤.

【例 2】设 α, β, γ 为两两不重合的平面, l, m, n 为两两不重合的直线. 给出下列四个命题:

- ① 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
- ② 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$;
- ③ 若 $\alpha \parallel \beta, l \subset \alpha$, 则 $l \parallel \beta$;
- ④ 若 $\alpha \cap \beta = l, \beta \cap \gamma = m, \gamma \cap \alpha = n, l \parallel \gamma$, 则 $m \parallel n$.

其中真命题的个数是 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

分析:符号语言要转化为自然语言或图形语言才能作出判断.

解:命题①,若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 α, β 可能相交,故①不正确;
命题②,需 m 与 n 相交,故②不正确;命题③,若面面平行,则由定义知一个平面内的直线必与另一个平面平行,故③正确;

命题④, $\gamma \cap \alpha = n$ $\left. \begin{array}{l} l // \gamma \\ l \subset \alpha \end{array} \right\} \Rightarrow l // n$ $\left. \begin{array}{l} l // n \\ \text{同理, } l // m \end{array} \right\} \Rightarrow m // n$, 故④正确. 答案为 B.



方法点拨

1. 判断一个语句是不是命题,就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.
2. 判断一个命题为假命题,只要举出一个反例即可. 而判断一个命题为真命题,一般要进行严格的逻辑推证.



达标练习

1. 给出下列句子或式子:

- ①请把书打开;
- ②地球是太阳的行星;
- ③ $30 - 4 \times 5 = 10$;
- ④在 2020 年前,将有人登上火星.

其中是命题的为 ()

- A. ②③ B. ②③④
C. ③④ D. ①②③④

2. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 若 a 与 b 为非零向量且 $a \cdot b = 0$, 则 $a \perp b$
- B. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$
- C. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
- D. $6 > 3$

3. 已知命题“非空集合 M 的元素都是集合 P 的元素”是假命题,那么命题:

- ① M 的元素都不是 P 的元素;
- ② M 中有不属于 P 的元素;
- ③ M 中有 P 的元素;
- ④ M 中的元素不都是 P 的元素.

其中真命题的个数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

4. 有下列命题:

- ①函数 $y = \sin x$ 是周期函数;
- ②若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数;

③四条边相等的四边形是正方形;

④菱形的对角线互相垂直.

其中真命题的序号是_____.

5. 把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断其真假.

- (1) 正 n 边形 ($n \geq 3$) 的 n 个内角全相等;
- (2) 方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 有两个实根;
- (3) 到圆心的距离不等于半径的直线不是圆的切线.

6. 指出下列命题中的条件 p 与结论 q .

- ①若整数 a 是素数, 则 a 是奇数;
- ②若一个四面体为正四面体, 则其顶点在底面上的射影为底面的中心.



探究活动

有 A、B、C、D 四位同学, 他们当中有一人在做数学作业, 一人在做语文作业, 一人在做英语作业, 另一人在做历史作业.

- (1) A 既不是做数学作业, 也不是做语文作业;
- (2) B 既不是做历史作业, 也不是做数学作业;
- (3) 如果 A 不做历史作业, 那么 C 不做数学作业;
- (4) D 既不是做语文作业, 也不是做数学作业;
- (5) C 既不是做语文作业, 也不是做历史作业.

若上面的命题都是真命题, 问他们各在干什么?

第2课时 命题及其关系(二)



学习目标

1. 了解原命题、逆命题、否命题及逆否命题.
2. 会分析四种命题的相互关系,并能判断四种命题的真假.



情境引入

某人在家宴请四位朋友,结果左等右等只到了甲、乙、丙三位.主人等得不耐烦了就说句:“该来的没有来”,甲一听推门就走了,主人一看不对劲,见乙一脸怒气地望着自己,赶紧说:“不该来的来了”,乙怒气冲冲地走了,主人一看不对,自己说错话了,忙说:“我又不是说你呢”,结果剩下的丙也摔门而去.想想主人的话错在哪里?



目标训练

【一层练习】

1. (1) 如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的 _____ 和 _____, 那么这两个命题叫做互逆命题. 如果原命题为“若 p , 则 q ”, 则逆命题为 _____.
- (2) 如果一个命题的条件和结论恰好分别是另一个命题的 _____ 和 _____, 那么这两个命题叫做互否命题. 如果原命题为“若 p , 则 q ”, 则否命题为 _____.
- (3) 如果一个命题的条件和结论恰好分别是另一个命题的 _____ 和 _____, 那么这两个命题叫做互为逆否命题. 如果原命题为“若 p , 则 q ”, 则逆否命题为 _____.
2. 四种命题的真假性之间的关系:
 - (1) 两个命题互为逆否命题, 它们有 _____ 的真假性 (填“相同”或“不同”).
 - (2) 两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性 _____ 关系 (填“有”或“没有”).

【二层练习】

3. 若命题 A 的逆命题为 B , 命题 A 的否命题为 C , 则命题 B 是命题 C 的 ()
 - A. 逆命题
 - B. 否命题
 - C. 逆否命题
 - D. 以上都不正确
4. 命题“若 $\angle A = 60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等边三角形”的否命题 ()

- A. 是假命题
- B. 与原命题同真或同假
- C. 与原命题的逆否命题同真或同假
- D. 与原命题的逆命题同真

5. 命题“若 $x^2 < 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是 _____.

【三层练习】

6. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断其真假.

- (1) 若直线垂直于平面内的两条相交直线, 则这条直线垂直于平面;
- (2) 若 $x > 10$, 则 $x > 0$.



典例分析

【例1】写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题, 并判断其真假.

- (1) 实数的平方是非负数;
- (2) 对角互补的四边形是圆的内接四边形;
- (3) 若 $x > y$, 则 $x^2 > y^2$.

分析: 熟练应用四种命题的定义解题.

解: (1) 逆命题: 若一个数的平方是非负数, 则这个数是实数, 真命题.

否命题: 若一个数不是实数, 则它的平方不是非负数, 真命题.

逆否命题: 若一个数的平方不是非负数, 则这个数不是实数, 真命题.

(2) 逆命题: 若四边形是圆的内接四边形, 则四边形的对角互补, 真命题.

否命题: 若四边形的对角不互补, 则该四边形不是圆的内

接四边形,真命题.

逆否命题:若四边形不是圆的内接四边形,则四边形的对角不互补,真命题.

(3)逆命题:若 $x^2 > y^2$, 则 $x > y$;假命题.

否命题:若 $x \leq y$, 则 $x^2 \leq y^2$;假命题.

逆否命题:若 $x^2 \leq y^2$, 则 $x \leq y$;假命题.

【例 2】已知 $p^3 + q^3 = 2$, 求证: $p + q \leq 2$.

分析:通常利用原命题与它的逆否命题同真假来转化命题,从而进行证明.

证明:假设 $p + q > 2$, 则 $q > 2 - p$.

由幂函数 $y = x^3$ 的单调性,得 $q^3 > (2 - p)^3$,

即 $q^3 > 8 - 12p + 6p^2 - p^3$,

即 $q^3 + p^3 > 8 - 12p + 6p^2 = 6(p - 1)^2 + 2$,

所以 $q^3 + p^3 > 2$, 则 $q^3 + p^3 \neq 2$.

这说明命题的逆否命题为真命题,从而原命题为真命题.



方法点拨

1. 根据原命题写出逆命题、否命题与逆否命题时,可先把原命题写为“若 p , 则 q ”的形式.

2. 由于两个命题互为逆否命题,它们具有相同的真假性,因此判断命题的真假,可探索其逆否命题的真假.当直接证明某一个命题为真命题有困难时,可以通过证明它的逆否命题为真命题,来间接地证明原命题为真命题.



达标练习

1. 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中 ()

- A. 真命题的个数一定是奇数
- B. 真命题的个数一定是偶数
- C. 真命题的个数可能是奇数也可能是偶数
- D. 以上判断都不正确

2. 有下列四个命题:

- ①“若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题;
- ②“相似三角形的周长相等”的否命题;
- ③“若 $b \leq 0$, 则关于 x 的方程 $x^2 - 2bx + b^2 + b = 0$ 有实根”的逆否命题;
- ④“若 $A \cup B = B$, 则 $A \supseteq B$ ”的逆否命题.

其中真命题的个数是 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

3. 命题“若 $x > 3$, 则 $x^2 > 9$ ”的逆否命题是 _____

4. 命题“两个奇数的和一定是偶数”的否命题是 _____

5. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题,并判断其真假.若在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, $b^2 - 4ac < 0$, 则该二

次函数的图象与 x 轴有公共点.

6. 将下述命题改写成“若 p , 则 q ”的形式,写出其否命题,并判断它们的真假.

- (1) 正偶数不是质数;
- (2) 当两圆相切时,连心线经过两圆的切点.



探究活动

已知命题 p : 函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 2$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有零点;命题 q : 只有一个实数 x 满足不等式 $x^2 + 2ax + 2a \leq 0$. 若命题 p 和 q 都是假命题,探求实数 a 的取值范围.

第3课时 充分条件与必要条件(一)



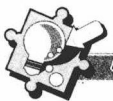
学习目标

1. 理解充分条件和必要条件的意义.
2. 掌握判断某些简单命题的条件关系的方法.



情境引入

若 $p: x > 5; q: x > 3$, 你能找到 p, q 之间的关系吗?



目标训练

【一层练习】

1. 一般地, “若 p , 则 q ”为真命题, 即由 $p \Rightarrow q$, 就说 p 是 q 的 _____, q 是 p 的 _____.
2. 如果命题“若 p , 则 q ”为真命题, 记作 _____, “若 p , 则 q ”为假命题, 记作 _____.

【二层练习】

3. 使 $x < \pi$ 成立的充分条件是 ()
A. $x < 2\pi$ B. $x < 3$
C. $x > 3$ D. $x > 2\pi$
4. 使四边形为菱形的充分条件是 ()
A. 对角线相等 B. 对角线互相垂直
C. 对角线互相平分 D. 对角线互相垂直且平分
5. 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$. 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的 _____ 条件. (填“充分”或“必要”)

【三层练习】

6. 设 $p: |5x-1| > 4, q: x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} > 0$, 则 p 是 q 的什么条件? $\neg p$ 是 $\neg q$ 的什么条件?



典例分析

【例1】下列四组命题中, p 是 q 的什么条件?

- (1) $p: x=1; q: (x-1)(x-3)=0$;
- (2) p : 四边形的对角线相互平分; q : 四边形是矩形.
- (3) $p: m > 0; q$: 方程 $x^2 + x - m = 0$ 有实根.
- (4) p : 几何体的正视图是圆; q : 几何体是球.

分析: 判断两个命题的关系, 必须结合定义进行.

解: (1) 因为 $x=1 \Rightarrow (x-1)(x-3)=0$,

而 $(x-1)(x-3)=0 \nRightarrow x=1$,

所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(2) 因为四边形的对角线互相平分 $\nRightarrow$ 四边形是矩形, 而四边形是矩形 $\Rightarrow$ 四边形的对角线互相平分, 所以 p 是 q 的必要不充分条件.

(3) 因为 $m > 0 \Rightarrow$ 方程 $x^2 + x - m = 0$ 的判别式 $\Delta = 1 + 4m > 0$, 即方程有实根; 而方程 $x^2 + x - m = 0$ 有实根, 即 $\Delta = 1 + 4m > 0 \nRightarrow m > 0$, 所以 p 是 q 的充分不必要条件.

(4) 因为几何体是球 $\Rightarrow$ 几何体的正视图是圆, 但几何体的正视图是圆 $\nRightarrow$ 几何体是球, 所以 p 是 q 的必要不充分条件.

【例2】已知 p 是 q 的充分条件, r 是 q 的必要条件, s 是 r 的必要条件, 那么 s 是 p 的什么条件?

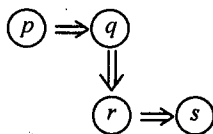
分析: 图形更能直观地表达两个命题之间的关系.

解: 如图.

由题意得, $p \Rightarrow q, r \Leftarrow q, s \Leftarrow r$,

所以 $p \Rightarrow s$,

即 s 是 p 的必要不充分条件.



方法点拨

1. 判断 p 是 q 的什么条件, 主要判断 $p \Rightarrow q$ 及 $q \Rightarrow p$ 两命题的正确性. 若 $p \Rightarrow q$ 真, 则 p 是 q 的充分条件; 若 $q \Rightarrow p$ 真, 则 p 是 q 的必要条件.

2. 对于复杂的(如链锁式)关系, 应用 $\Rightarrow, \Leftarrow, \nRightarrow$ 等符号进行传递. 根据这些符号所组成的图形就可得出结论, 借助于图示解题直观、快捷.



达标练习

1. 直线 $y=kx+b$ 过原点的充分条件是 ()
 A. $b=0$ B. $b>0$
 C. $b<0$ D. $b \in \mathbf{R}$
2. 若空间中有四个点, 则“这四个点中有三点在同一直线上”是“这四个点在同一平面上”的_____条件. (填“充分”或“必要”)
3. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数, 则“ $f(0)=0$ ”是“ $f(x)$ 是奇函数”的_____条件. (填“充分”或“必要”)
4. 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 则 p 是 q 的_____.
5. 已知 p, q 都是 r 的必要条件, s 是 r 的充分条件, q 是 s 的充分条件, 那么 p 是 q 的什么条件?

6. 设 $p: |x-1| < 1, q: x(x-a) < 0$. 若 p 是 q 的充分而不必要条件, 试求实数 a 的取值范围..



探究活动

- (1) 是否存在实数 a , 使得“ $2x+a < 0$ ”是“ $x^2-2x-3 > 0$ ”的充分条件?
- (2) 是否存在实数 a , 使得“ $2x+a < 0$ ”是“ $x^2-2x-3 > 0$ ”的必要条件?

第4课时 充分条件与必要条件(二)



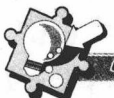
学习目标

1. 理解充要条件的意义.
2. 掌握判断某些简单命题的条件关系的方法.



情境引入

命题:如果张三是李四的学生,那么李四是张三的老师.
请问“张三是李四的学生”是“李四是张三的老师”的什么条件?



目标训练

【一层练习】

1. 一般地,如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 就记作 $p \Leftrightarrow q$, 这时 p 是 q 的 _____, 简称 _____. 显然, 如果 p 是 q 的充要条件, 那么 q 也是 p 的充要条件. 概括地说, 如果 $p \Leftrightarrow q$, 那么 p 与 q _____.
2. 如果 $p \nRightarrow q$ 且 $q \nRightarrow p$, 则 p 是 q 的 _____.

【二层练习】

3. $x^2=1$ 的充要条件是 ()
 - A. $x=1$
 - B. $x=-1$
 - C. $|x|=1$
 - D. 以上都不对
4. 设命题甲: $\triangle ABC$ 有一个内角是 60° , 命题乙: $\triangle ABC$ 中三个内角的度数成等差数列, 则命题甲是命题乙的 ()
 - A. 充要条件
 - B. 充分而不必要条件
 - C. 必要而不充分条件
 - D. 既不充分也不必要条件
5. 已知 $p: |2x-3| < 1, q: x(x-3) < 0$, 则 p 是 q 的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件

【三层练习】

6. 下列命题中, p 是 q 的什么条件?

- (1) $p: x_1, x_2$ 是方程 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 的两个根, $q: x_1 + x_2 = -5$;
- (2) $p: b=0, q: \text{函数 } f(x) = ax^2 + bx + c \text{ 是偶函数}.$



典例分析

【例1】“ a, b, c 成等差数列”的充要条件是 $b =$ _____.

分析: 寻找一个命题的充要条件需依据定义进行.

解: 若 a, b, c 成等差数列,

则 $b-a=c-b$, 即 $b = \frac{a+c}{2}$.

若 $b = \frac{a+c}{2}$, 则 $2b=a+c$, 即 $b-a=c-b$,

从而 a, b, c 成等差数列.

故填 $\frac{a+c}{2}$.

【例2】求证: 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根为 1 的充要条件是 $a+b+c=0$.

分析: 有关充要条件命题的证明需分步证明, 既要证明充分性, 也要证明必要性.

证明: (1) 必要性:

若 $x=1$ 是关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根,

则 $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 0$, 即 $a + b + c = 0$.

(2)充分性:

若 $a + b + c = 0$, 此时把 $x = 1$ 代入所给方程的左边得

左边 $= a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = a + b + c = 0$,

所以 $x = 1$ 是所给方程的根.

由(1)(2)得, 原命题成立.

【例 3】设 A 是 B 的充分不必要条件, C 是 B 的必要不充分条件, D 是 C 的充要条件, 问 D 是 A 的什么条件?

分析: 命题较多时, 要充分利用图形的直观性解题.

解: 因为 A 是 B 的充分不必要条件, 即 $A \Rightarrow B$ 且 $B \not\Rightarrow A$,

C 是 B 的必要不充分条件, 即 $B \Rightarrow C$ 且 $C \not\Rightarrow B$,

D 是 C 的充要条件, 即 $D \Leftrightarrow C$,

则有 $A \Rightarrow D$, 且 $D \not\Rightarrow A$,

所以 D 是 A 的必要而不充分条件.

关系如图:

$$A \Rightarrow B \Rightarrow C \Leftrightarrow D$$



方法点拨

1. 求充要条件时, 需说明充分性和必要性两方面, 或寻求让结论成立的等价条件.

2. 充要条件, 即证明命题的原命题和逆否命题都成立. 证明充要性时一定要注意分类讨论, 要搞清它的叙述格式, 避免在论证时将充分性错当必要性, 而又将必要性错当充分性.



达标练习

1. 对任意实数 a, b, c , 给出下列命题:

- ①“ $a = b$ ”是“ $ac = bc$ ”的充要条件;
- ②“ $a + 5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件;
- ③“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充分条件;
- ④“ $a < 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件.

其中真命题的个数是

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

2. $x^2 > 12$ 是 $x > 2\sqrt{3}$ 的

- A. 充要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

3. $x^2 = y^2$ 是 $|x| = |y|$ 的

- A. 充要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. “ $2x^2 - 5x - 3 < 0$ ”的一个必要不充分条件是

- A. $-\frac{1}{2} < x < 3$ B. $-\frac{1}{2} < x < 4$
C. $-3 < x < \frac{1}{2}$ D. $1 < x < 3$

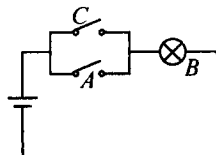
5. 直线 $l: y = ax + b$ 过点 $(1, 2)$ 的充要条件是

6. 试证: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正根和一负根的充要条件是 $ac < 0$.

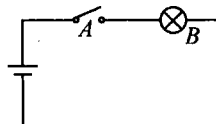


探究活动

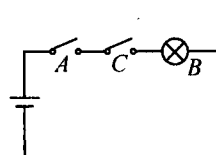
设计如下四个电路图, 条件 A : “开关 A 闭合”, 条件 B : “灯泡 B 亮”. 问 A 是 B 的什么条件?



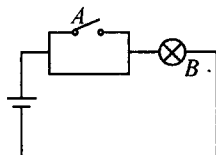
(1)



(2)



(3)



(4)

第5课时 简单的逻辑联结词(一)



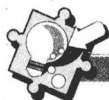
学习目标

1. 了解联结词“且”的含义.
2. 会用联结词“且”联结两个命题或改写某些数学命题,并判断新命题的真假.



情境引入

在高考体育生的录取中有两条线,一是体育科成绩达标,二是文化考试成绩达标.如果一个体育考生能被录取就必须两条线同时达标,试把这个事件写成一个命题.



目标训练

【一层练习】

1. 一般地,用联结词“且”把命题 p 和命题 q 联结起来,就得到一个新命题,记作 _____,读作 _____.
2. 命题 $p \wedge q$ 的真假的判断:当 p, q 都是真命题时, $p \wedge q$ 是 _____;当 p, q 两个命题中有一个命题是假命题时, $p \wedge q$ 是 _____.

【二层练习】

3. 下列语句中,是命题“ $p \wedge q$ ”形式的是 ()
 - A. $\sqrt{2}$ 是无理数
 - B. 正方形的对角线互相平分且互相垂直
 - C. $\sqrt{2} > 1$
 - D. 3 是素数
4. 设 p, q 是两个命题,若“ $p \wedge q$ ”为真,则 ()
 - A. p 真 q 真
 - B. p 真 q 假
 - C. p 假 q 真
 - D. p 假 q 假
5. 若 $p: 3$ 是 81 的约数, $q: 3$ 是 144 的约数,则“ $p \wedge q$ ”是 _____,是 _____ (填“真命题”或“假命题”).

【三层练习】

6. 设命题 $p: (x, y)$ 是方程 $2x - y = 5$ 的一组解,命题 $q: (x, y)$ 是方程 $x + y = 4$ 的一组解.若 $p \wedge q$ 为真,求 x, y 的值.



典例分析

【例 1】用逻辑联结词“且”改写命题.

- (1) 等腰三角形的顶角平分线平分底边,也垂直于底边;
- (2) 1 是奇数,1 是合数;
- (3) 38 能被 2 和 19 整除.

分析:将命题改写成“且”命题时要依据定义,表述简洁.

解:(1) 等腰三角形的顶角平分线平分底边且垂直于底边.

(2) 1 是奇数且是合数.

(3) 38 能被 2 整除且能被 19 整除.

【例 2】将下列命题用“且”联结成新命题,并判断它们的真假.

(1) p : 三角形的三条中线相等, q : 三角形的三条中线交于一点;

(2) p : 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $x^2 + 1 \geq 2x$, q : 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $|x| \geq 0$;

(3) p : 相似三角形的面积相等, q : 相似三角形的周长相等.

分析:从“ $p \wedge q$ 为真命题”的判断方法切入即可求解.

解:(1) $p \wedge q$: 三角形的三条中线相等且交于一点. 因为 p 是假命题, q 是真命题,所以“ $p \wedge q$ ”是假命题.

(2) $p \wedge q$: 当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $x^2 + 1 \geq 2x$ 且 $|x| \geq 0$. 因为 p 是真命题, q 是真命题,所以“ $p \wedge q$ ”是真命题.

(3) $p \wedge q$: 相似三角形的面积相等且周长相等. 因为 p 是假命题, q 是假命题,所以“ $p \wedge q$ ”是假命题.



方法点拨

1. 利用逻辑联结词“且”把两个命题联结成新命题时,应明确 p 是什么, q 是什么.

2. 对逻辑联结词“且”联结的命题真假,可按照“ p, q 都是真命题时“ $p \wedge q$ ”是真命题,当 p, q 两个命题中有一个命题是假命题时“ $p \wedge q$ ”是假命题”的规则判断,简称为“同真则真,一假为假”.



达标练习

1. 下列语句中,符合命题“ $p \wedge q$ ”的个数为 ()

- ①方程 $x^2 + 2 = 0$ 没有实数根;
- ② $y = \cos x$ 是周期函数也是 $\mathbf{R}$ 上的减函数;
- ③ 9 是 144 与 255 的公约数;
- ④ $(A \cap B) \subseteq A$.

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

2. 若“ $p \wedge q$ ”为假命题,则 $p, q, p \wedge q$ 中假命题的个数为 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 1 或 2
- D. 2 或 3

3. 若命题 p : 9 是质数,命题 q : 8 是 12 的约数,在命题 $p, q, p \wedge q, \neg p, \neg q, \neg p \wedge \neg q$ 中,真命题的个数为 ()

- A. 1
- B. 3
- C. 5
- D. 6

4. 给出命题 $p: x^2 + x + 4 > 0, q$: 函数 $f(x) =$

$$\begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \text{ 在 } \mathbf{R} \text{ 上为奇函数. 则下列三个命题: “} p \vee$$

q ”“ $p \wedge q$ ”“ $\neg p$ ”中,真命题的个数是 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

5. 矩形的对角线互相垂直平分改写成“ $p \wedge q$ ”形式的命题为

_____. 在命题 $p, q, p \wedge q$ 中,真命题是_____.

6. 指出下列命题的真假:

- (1) 垂直于圆的弦的直径平分这条弦且平分它所对的弧;
- (2) 三角形的重心既是它的内心也是它的外心.



探究活动

已知 $p: \lg(x^2 - 2x - 2) \geq 0; q: 0 < x < 4$. 若 p 是真命题, q 是假命题,求实数 x 的取值范围.

第6课时 简单的逻辑联结词(二)



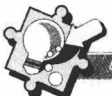
学习目标

1. 了解联结词“或”“非”的含义.
2. 会用联结词联结两个命题或改写某些数学命题,并判断新命题的真假.



情境引入

在一次文艺晚会中,一位主持人出了如下一道题:“有编号为1,2,3的三个盒子,只有一个盒子里有奖品.下面有三个条件,只有一个条件是正确的:①奖品在1号盒子里;②奖品不在2号盒子里;③奖品不在1号盒子里.”请根据以上三个条件判断奖品在哪个盒子里?



目标训练

【一层练习】

1. (1)一般地,用联结词“或”把命题 p 和命题 q 联结起来,就得到一个新命题,记作_____,读作_____;
- (2)命题 $p \vee q$ 的真假的判断,当 p, q 两个命题中,只要有一个命题为真命题时,“ $p \vee q$ ”是_____;当 p, q 两个命题都为假命题时,“ $p \vee q$ ”是_____.
2. (1)一般地,对一个命题 p _____,就得到一个新命题,记作_____,读作“非 p ”或“ p 的否定”;
- (2)若 p 为真命题,则 $\neg p$ 必为_____;若 p 为假命题,则 $\neg p$ 为_____.

【二层练习】

3. 下列命题中符合“ $p \vee q$ ”形式的是 ()
- A. $\emptyset \subseteq \{0\}$
 B. $2 < 3$
 C. 平行四边形的对角线相等且互相平分
 D. 能被5整除的整数的末位数字不是0就是5

4. 如果命题“ $p \vee q$ ”与命题“ $\neg p$ ”都是真命题,则 ()

- A. 命题 p 不一定是假命题
 B. 命题 q 一定为真命题
 C. 命题 q 不一定是真命题
 D. 命题 p 与命题 q 的真假相同

5. 若 $p: x > 3$ 是不等式 $x - 3 > 0$ 的解,则 $\neg p$ 是_____;若 p : 明天刮风或下雨,则 $\neg p$ 是_____.

【三层练习】

6. 若命题 p : 菱形的对角线互相平分,命题 q : 菱形的对角线互相垂直. 写出由其构成的“ $p \vee q$ ”“ $p \wedge q$ ”和“ $\neg p$ ”形式的命题,并判断其真假.



典例分析

【例1】分别写出由下列各组命题构成的“ $p \vee q$ ”“ $p \wedge q$ ”“ $\neg p$ ”形式的命题.

(1) $p: \sqrt{3}$ 是正数, $q: e$ 是无理数;

(2) $p: N \subseteq Z, q: 1 \in \{1, 2, 3\}$.

分析: “且”“或”“非”是构成新命题的几种常见形式.

解: (1) $p \vee q: \sqrt{3}$ 是正数或 e 是无理数; $p \wedge q: \sqrt{3}$ 是正数且 e 是无理数; $\neg p: \sqrt{3}$ 不是正数.

(2) $p \vee q: N \subseteq Z$ 或 $1 \in \{1, 2, 3\}$; $p \wedge q: N \subseteq Z$ 且 $1 \in \{1, 2, 3\}$; $\neg p: N \not\subseteq Z$.

【例2】指出下列命题的构成形式,并判断其真假.

(1) 方程 $x^2 - x + 2 = 0$ 没有实数根;

(2) $\sqrt{5}$ 是无理数,也是正实数;

(3) -1 是偶数或奇数;