现代物理基础丛书 27

工程电磁理论

张善杰 著

科学出版社
www.sciencep.com

现代物理基础丛书 27

工程电磁理论

张善杰 著

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书系统地阐述了 Maxwell 电磁场基本方程、原理和定理；深入分析和讨论了平面波的反射、折射和透射；规则波导的一般理论、矩形波导、圆形波导、同轴波导、光纤波导和波导型谐振腔；线天线的辐射、口径型天线辐射的一般特性；平面电磁波的条形和矩形导电平板的散射，以及电磁波的圆柱散射和平面波的球散射问题。

本书可供电子科学与技术、信息与通信工程学科及相关专业的科研和工程技术人员使用；亦可供从事《工程电磁理论》、《高等电磁场理论》或《时谐电磁场》课程教学的教师和研究生参考和学习。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁理论/张善杰著. —北京：科学出版社，2009
(现代物理基础丛书；27)
ISBN 978-7-03-024761-2
I. 工… II. 张… III. 电磁学 IV. O441
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009) 第 096981 号

责任编辑：张 静 胡 凯 / 责任校对：陈玉凤
责任印制：钱玉芬 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
新蕾印刷厂 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2009年 8 月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2009年 8 月第一次印刷 印张：48 1/4
印数：1-2 000 字数：953 000

定价：120.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

序　言

自麦克斯韦于 1873 年发表其经典宏大的电磁学专著以来, 电磁理论已有近 140 年的历史. 在其一百多年的发展历程中, 电磁理论经受了许多考验, 被无数的实验所确证, 逐渐成为电子和电气工程的基石. 即使在今天, 一百多岁的电磁理论依然在科学探索和技术发展中发挥着巨大的作用. 在工程领域, 电磁理论的重要性主要在于电磁现象在现代科学技术中的普遍存在和麦克斯韦方程的精确预测功能. 自直流到交流、长波到短波、微波直至光波, 从纳米尺度到宇宙空间, 麦克斯韦方程被证明精确成立. 因此, 在建立及进行实验之前, 麦克斯韦方程的正确求解可精确预测其实验结果. 毋庸置言, 这一功能在科学技术的发展中极其重大. 因此, 在无线通信、生物工程、地球遥感、太空探索、国防技术、光电技术、高频高速电子技术等方面, 电磁理论都具有广泛的应用. 电磁理论同时也是自然科学中少有的堪称完美典范的理论之一. 其整个基础由四个相对简洁的方程所奠定, 而所有重要的电磁定理和规律均可由此发展而来, 所有复杂电磁现象也可由此得到解释. 电磁理论的发展过程, 从安培定律和法拉第定律到麦克斯韦方程, 是一个科学理论发展的极好范例. 因此, 电磁理论的讲授可使学生学习科学研究的基本法则.

由于电磁理论在科学、技术、工程和高等教育等领域中的重要性, 有关电磁理论的专著和教科书至今难以胜数. 由南京大学张善杰教授所著的《工程电磁理论》却并不仅仅是又一本电磁理论著作, 该书具有异于国内外其他专著的一大特点：工程实用性. 除系统全面地介绍了电磁基本理论外, 该书对几个工程上十分重要的问题做了极为详尽全面的处理, 并给出了计算程序用于获得其数值结果. 这些问题包括多层介质的反射, 光纤波导的传播, 导电圆柱、介质圆柱、介质敷层的导电圆柱和多层介质圆柱的散射, 导电球体、介质球体、介质敷层的导电球体和多层介质球体的散射. 而对圆柱散射, 其处理包括了电极化波和磁极化波、正入射和斜入射、平面入射波和柱面入射波. 虽然目前电磁问题的求解着重于数值方法, 这些经典电磁问题的解析解及其计算仍然十分重要; 它们可用于实际问题简化后的近似解, 更可用于作为验证各种数值方法的精确解, 还可用于培养学生求解电磁场边值问题的能力.

张善杰教授致力于电磁理论和特殊函数的科研教学几十年, 在退休后更是投入了大量的时间和精力完成本书. 因此本书内容丰富翔实, 数学分析深入严谨, 问题处理全面实用, 是一本难得的工程电磁理论研究和教学的参考书, 相信一定会受到科研和工程技术人员、教师和学生的欢迎.

张善杰教授是笔者在南京大学攻读硕士研究生时期的授业恩师. 笔者大部分电磁场理论的知识获取于张教授讲授的“电磁学中的并矢格林函数理论”. 张教授理论功底深厚, 研究细致扎实, 教学认真负责, 作风实事求是, 对笔者影响甚大. 本书的出版, 将使更多的科技同行, 特别是年轻的一代从中受益, 实值得庆贺.

金建铭

于伊利诺大学香槟校区

二〇〇九年一月十二日

前　言

电磁波的传播、反射和折射、波导中的导行波、电磁波的辐射和散射是电磁波理论主要关心的问题, 也是工程电磁理论的重要研究内容. 理论上, 它们则是归结为求 Maxwell 方程对于给定电磁场初、边值问题的解.

时代在前进, 科技在发展, 学习电磁理论所要求的专业和数学基础知识的广度和深度也与时俱增, 其特点是要求具有良好的矢量分析和特殊函数知识, 如圆柱函数和球函数. 为适应科研工作实际需要, 人们对熟悉常用算法, 应用计算机进行科学计算的能力也提出了较高要求.

笔者在职期间较长时间从事有关电磁场理论、特殊函数与计算方法等方面的教学与科研工作; 感到在 “电磁场理论” 的教与学中, 涉及特殊函数及其计算是个难点问题, 难以验算, 常易在心理上产生不踏实感. 因此, 有必要在 “电磁场理论” 的教材中融入这方面的内容, 笔者认为这也是与时俱进的需要. 2002 年本人有机会被邀对我系本专业该届研究生讲授 “特殊函数和电磁场理论”, 本书即是根据此次教学的备课笔记、结合本人多年来的教学与科研工作的学习心得和体会, 经过整理和作了较多补充而成.

本书内容核心是求 Maxwell 电磁场方程边值问题的严格解析解, 时谐因子为 $e^{j\omega t}$. 全书分为 6 章, 每章均包含正文和相应附录两部分. 它们是第 1 章电磁场理论基础; 第 2 章平面电磁波; 第 3 章规则波导和谐振腔; 第 4 章电磁波的辐射和散射; 第 5 章电磁波的圆柱散射; 和第 6 章平面电磁波的圆球散射.

第 1 章介绍 Maxwell 电磁场方程、电磁场定理和原理; 第 2 章阐述平面波在平面分层均匀各向同性媒质中波的反射、折射和透射, 还介绍了在无界等离子体和铁氧体各向异性媒质中平面波的传播; 第 3 章中介绍规则波导的一般理论, 具体分析了矩形波导、圆形波导、同轴波导等金属波导、波导型谐振腔和球形谐振腔, 以及谐振腔的微扰, 还详细分析和讨论了圆截面光纤波导; 第 4 章讨论了线天线的辐射和口径型天线辐射的一般特性, 以及条形和矩形导体平板的平面波散射; 第 5 章和第 6 章以较大篇幅分别分析和讨论了平面电磁波的圆柱散射和球散射问题.

书中特别地研究了具有通用性的平面波多分层介质敷层导体和多层介质的圆柱散射和球散射, 并给出了相应的平面波圆柱散射雷达散射宽度 SW 和球散射雷达散射截面 RCS 的 Fortran 计算程序, 以及其应用说明和范例.

正文中各章均相应有一个附录, 并汇集在书的附录篇中, 它们含有一些推导过程冗长的公式证明, 以突出正文重点, 不至使冗长推导影响对主要结论的了解和掌

握, 同时又能对公式的来龙去脉、解决难点问题的过程有所了解; 附录中还包含涉及的一些数值结果的 Fortran 计算程序与范例, 以及相关的深化内容, 此外, 书末还附有一个数学附录, 简要地介绍了矢量分析公式、圆柱函数和球函数, 它们都是本书常遇到的必备内容, 供读者查阅.

值得提出的是, 附录中所给出的特殊函数计算程序、多分层斜入射时反射系数的计算程序、多分层圆柱散射和球散射计算程序、第 1 章中关于求矩形波导并矢 Green 函数范例和第 3 章关于同轴光纤色散方程的分析、推导及其数值解法等具有实际应用价值, 可供相关课题研究借鉴和参考.

本书内容翔实, 取材上注意理论紧密联系实际和循序渐进, 并尝试拉近基础理论与相关前沿专题研究的距离; 数学表述上力求严谨、深入浅出、具有启发性、并方便自学. 以期使读者能够较好地掌握基本理论、基本知识和从事科研工作的基本技能.

笔者已退休十余载, 限于学识和水平, 以及书中一些程序的编程工作量较大、插图和编程绘制的曲线较多且全系自制, 因此全书总工作量很大, 难免有顾此失彼、错误和不妥之处, 敬请读者不吝批评指正. 本书编写过程中曾参阅和学习了有关电磁场理论、微波理论与技术、正弦 (时谐) 电磁场等方面的著作, 特别是前辈们的著作, 受益匪浅, 在此深致谢意.

作者深切感谢美国伊利诺大学 (香槟校区) 电子和计算机工程系金建铭教授为本书作序并提出了可贵意见, 南京大学电子科学与工程系陈健教授对书稿提出的一些宝贵建议、冯一军教授和许伟伟教授给予的关心和帮助.

本书的出版得到南京大学 “211 工程” 建设项目的资助.

作　者

2009 年 5 月

目　录

序言

前言

第 1 章　电磁场理论基础 ··· 1

1.1 Maxwell 电磁场方程组 ··· 1

1.2 本构关系 ··· 4

1.3 时谐电磁场 ··· 6

1.4 电磁场边界条件 ··· 8

1.5 Poynting 定理 ··· 12

1.6 Maxwell 场方程的二重性 (或对称性、对偶性) ··· 15

1.7 唯一性定理 ··· 18

1.8 镜像原理 ··· 19

1.9 矢量势和标量势、赫兹矢量 ··· 25

1.10 波动方程 ··· 31

1.11 Green 函数法 ··· 35

1.12 平面电流源 ··· 41

1.13 线电流源 ··· 49

1.14 并矢 Green 函数法 ··· 56

第 2 章　平面电磁波 ··· 66

2.1 理想 (无耗) 媒质中的均匀平面电磁波 ··· 66

2.2 非理想 (有耗) 媒质中的均匀平面电磁波 ··· 75

2.3 均匀平面电磁波的极化 (偏振) ··· 78

2.4 平面波对理想介质和理想导体平面的垂直入射 ··· 82

2.5 平面波对理想介质平面的斜入射 —— 反射和折射定律、Fresnel 公式 ··· 86

2.6 平面波对理想导体平面的斜入射 ··· 95

2.7 平面波对介质夹层的垂直入射 ··· 99

2.8 平面波对介质夹层的斜入射 ··· 103

2.9 媒质中平面波传播与传输线上波传播的二重性 ··· 111

2.10 平面波对平面多分层媒质的斜入射 ··· 119

2.11 无界等离子体旋电媒质中的均匀平面电磁波 ··· 125

2.12 无界铁氧体旋磁媒质中的均匀平面电磁波 …… 132

第 3 章 规则波导和谐振腔 …… 142

3.1 规则波导的一般理论 …… 142

3.2 矩形波导 …… 153

3.3 圆柱波导 …… 167

3.4 同轴线 …… 183

3.5 光纤波导 …… 193

3.6 谐振腔的一般概念 …… 209

3.7 矩形谐振腔 …… 219

3.8 圆柱谐振腔 …… 226

3.9 同轴谐振腔 …… 240

3.10 球形谐振腔 …… 244

3.11 谐振腔的微扰 …… 254

第 4 章 电磁波的辐射和散射 …… 267

4.1 电磁波辐射引言 …… 267

4.2 D'Alembert(达朗贝尔) 方程的解 —— 推迟势 …… 269

4.3 线电流元 (电偶极子) 的辐射 …… 273

4.4 小电流环 (磁偶极子) 的辐射 …… 277

4.5 天线的主要参数 …… 282

4.6 对称振子天线的辐射 …… 285

4.7 天线阵 …… 290

4.8 时谐电磁场方程组具有场源 ρ, $\boldsymbol{J}$ 和 $\rho_m, \boldsymbol{J}_m$ 时的积分形式解 …… 294

4.9 Huygens-Fresnel 原理 ——Kirchhoff 公式 …… 303

4.10 口径场方法 …… 308

4.11 口径型天线 —— 口径场方法的应用 …… 325

4.12 电磁波散射引言 …… 333

4.13 TM_z 平面波的条形导体平板的电磁散射 …… 335

4.14 TE_z 平面波的条形导电平板的电磁散射 …… 341

4.15 TE_x 极化平面波的矩形导电平板的电磁散射 …… 346

4.16 TM_x 极化平面波的矩形导电平板的电磁散射 …… 351

第 5 章 电磁波的圆柱散射 …… 355

5.1 柱面波函数 —— 柱面坐标系 Helmholtz 方程的解 …… 355

5.2 平面波的柱面波展开式 (波变换) …… 357

5.3 正向入射 TM_z 极化平面波的理想导体圆柱散射 …… 359

5.4 正向入射 TE_z 极化平面波的理想导体圆柱散射 …… 365

5.5 正向入射 TM_z 极化平面波的介质圆柱散射 ····· 370
5.6 正向入射 TE_z 极化平面波的介质圆柱散射 ····· 375
5.7 正向入射 TM_z 平面波的介质敷层导体圆柱散射 ····· 378
5.8 正向入射 TE_z 平面波的介质敷层导体圆柱散射 ····· 385
5.9 正向入射 TM_z 平面波的 m 多层介质与介质敷层导体圆柱散射 ····· 390
5.10 正向入射 TE_z 平面波的 m 多层介质与介质敷层导体圆柱散射 ····· 400
5.11 斜向入射 TM_z 平面波的理想导体散射 ····· 407
5.12 斜向入射 TE_z 平面波的理想导体散射 ····· 414
5.13 线源 —— 柱面电磁波的波源 ····· 419
5.14 Hankel 函数加法定理 ····· 421
5.15 线电流源 I_e 的 TM_z 柱面波的理想导体圆柱散射 ····· 424
5.16 线磁流源 I_m 的 TE_z 柱面波的理想导体散射 ····· 427
第 6 章 平面电磁波的圆球散射 ····· 432
6.1 球面波函数 —— 球面坐标系 Helmholtz 方程的解 ····· 432
6.2 平面波的球面波函数展开式 (波变换) ····· 435
6.3 球面坐标系中时谐电磁场方程组的矢量势法解 ····· 438
6.4 入射平面电磁波场的球面波函数展开式 ····· 442
6.5 平面电磁波的理想导体球散射 ····· 447
6.6 平面电磁波的介质球散射 ····· 454
6.7 平面电磁波的介质敷层导体球散射 ····· 461
6.8 平面电磁波的多层球散射 ····· 466
参考文献 ····· 479
附录 ····· 480
第 1 章附录 ····· 480
A δ 函数简介 ····· 480
B Helmholtz 方程的自由空间 Green 函数 (基本解) ····· 482
C 二维 Helmholtz 方程圆柱座标系有界问题 Green 函数之范例 ····· 489
D Fourier 和 Hankel 积分变换 ····· 493
E 矢量 Helmholtz 方程有界问题 (矩形波导) 并矢 Green 函数之范例 ····· 501
第 2 章附录 ····· 523
A 时谐电磁场复量 E 和 H 的物理意义 ····· 523
B TM_z 平面电磁波对介质夹层的斜入射 (场分析法) ····· 527
C 平面电磁波对 M 平面分层媒质的斜入射 (场分析法) ····· 530
D 计算平面电磁波对介质夹层、多分层媒质斜入射时反射系数的 Fortran 程序 ····· 537

E 等离子体及其旋电性质 — 张量电介常数 ……554
F 铁氧体及其旋磁性质 — 张量导磁率 ……562
第 3 章附录 ……568
A 圆波导 TM_{mn} 和 TE_{mn} 波传输功率 (3.3.44) 和 (3.3.47) 式的证明 ……568
B 计算同轴线截止波长的近似公式 (3.4.54)~(3.4.56) 式的推导 ……570
C 证明确定光波导 HE_{mn} 模截止波长当 n_1^2/n_2^2 为一级近似时相应 u 值的超越方程 ……571
D 有关 Bessel 函数的几个积分公式的证明 ……573
E 均匀静电场 E_0 中存在有无限长介质圆柱时空间中的电势和电场 ……576
F 均匀静电场 E_0 中存在有介质圆球时空间中的电势和电场 ……580
G 二分法求解超越方程 (3.3.14) 式 $J'_m(x)=0$ 和 (3.3.22) 式 $J_m(x)=0$ 的根 (即 Bessel 函数 $J'_m(x)$ 和 $J'_m(x)$ 的零点) 的 Fortran 程序 ……584
H 二分法求解超越方程 (3.4.41) 和 (3.4.49) 式 ……589
I 二分法求解超越方程 (3.11.30) 式 $\hat{J}'_n(x)=0$ 和 (3.11.34) 式 $\hat{J}_n(x)=0$ 的根 (即 Riccati-Bessel 函数 $\hat{J}'_n(x)$ 和 $\hat{J}_n(x)$ 的零点) 的 Fortran 程序 ……596
J 高斯–勒让德数值积分法计算积分 $\int_0^x \hat{J}_1^2(x)\mathrm{d}x$ 的 Fortran 程序 ……600
K 圆截面阶梯 (SI) 光纤波导 $\overline{\beta}-\nu$ 色散特性 (图 3.6.2) 的计算程序 ……603
L 同轴光波导的色散 (特征) 方程及其数值解 ……621
第 4 章附录 ……637
A 积分 (4.6.16) 式及其数值计算 ……637
B 电磁场矢量 Green 定理 (4.8.42) 和 (4.8.43) 式的证明 ……638
C 电磁场的辐射条件 ……640
D 标量 Green 定理和 Kirchhoff 公式的推导 ……641
E 证明关系式 (4.9.12) ……643
F $\nabla L=|\nabla L|\,\hat{s}=\dfrac{k}{k_0}\hat{s}$ 公式的证明 (参见 (4.9.18) 式) ……645
G 卡塞格伦天线的几何参量及参量间关系的证明与等效抛物面及其焦距的确定 ……647
H 证明积分表示式：$H_0^{(2)}(\alpha z)=\dfrac{\mathrm{j}}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha\sqrt{x^2+t^2}}}{\sqrt{x^2+t^2}}\mathrm{d}t$ ……651
第 5 章附录 柱散射雷达散射宽度 (SW) 的程序计算 ……652
第 6 章附录 球散射雷达散射截面 (RCS) 的程序计算 ……687
数学附录 矢量场论、圆柱和球函数 ……730
部分外国人名英汉对照表 ……756
《现代物理基础丛书》已出版书目 ……757

第 1 章 电磁场理论基础

Maxwell 场方程组反映了宏观电磁现象所遵守的客观规律; 理论上研究电磁场问题就是求解满足问题的初始与边界条件的场方程组解. 本章简要地回顾了一般时变场和时谐场 (时间因子 $e^{j\omega t}$) 的积分和微分形式的 Maxwell 场方程组. 继而介绍了求解具体电磁问题必须知道的本构关系、电磁场边界条件, 以及根据场方程组导得的、表明电磁场基本性质的电磁场定理和原理, 诸如 Poynting 定理、二重性原理、唯一性定理、镜像原理等; 分析、讨论了时谐电磁场的波动方程, 以及电磁理论、包括微波理论中经常用到的标量势、矢量势和赫兹矢量等势函数法. 还介绍了电磁场边值问题中求解 Poisson 和 Helmholtz 方程时常用到的 Green 函数法, 以及应用于求解场源为平面电流源和线电流源时的自由空间辐射问题, 最后, 简要介绍了电磁场并矢 Green 函数.

在本章附录中给出了一些公式证明、Dirac δ 函数简介、Helmholtz 方程 Green 函数基本解、Fourier 和 Hankel 变换简介, 以及求解 Helmholtz 方程有界问题的标量和并矢 Green 函数典型范例.

1.1 Maxwell 电磁场方程组

1.1.1 电磁学中的实验规律

这些实验规律是 Maxwell 场方程组的实验基础, 它们是:

(1) 电学中的 Gauss 定律

来自静电场的 Coulomb 定律, 将点电荷推广到任意电荷分布 q 情形, 可得

$$\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{D} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = q \tag{1.1.1}$$

式中, $\boldsymbol{D}$ 为电位移矢量 (电通量密度), 单位为 $\mathrm{C/m^2}$(库/米 ^{2}).

(1.1.1) 式表明通过一封闭曲面 S 的电位移 $\boldsymbol{D}$ 的通量等于其内所包含的净自由电荷 q.

(2) 磁学中的 Gauss 定律

$$\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{B} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \tag{1.1.2}$$

式中, $\boldsymbol{B}$ 为磁感应强度 (磁通量密度), 单位为 $\mathrm{Wb/m^2}$(韦伯/米 ^{2}).

(1.1.2) 式表明自由磁荷不存在, 通过任一封闭曲面 S 的磁感应 $\boldsymbol{B}$ 的通量为零; 即磁感应线 $\boldsymbol{B}$ 是闭合的, 流入曲面 S 的磁感应线 $\boldsymbol{B}$ 必流出.

(3) Ampère 环流定律

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = i_c(\text{传导电流}) \tag{1.1.3}$$

式中, $\boldsymbol{H}$ 为磁场强度, 单位为 A/m(安/米).

(1.1.3) 式来自稳恒电流的磁效应, 说明在通有电流 i 的导线周围可产生磁场.

(4) Faraday 电磁感应定律

$$u = \oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\oiint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.1.4}$$

式中, u 为感应电动势; $\boldsymbol{E}$ 为电场强度, 单位为 V/m(伏/米); Φ_B 为磁通量, 单位为 Wb(韦伯). (1.1.4) 式表明变化的磁场可以产生电场.

1.1.2　Maxwell 的伟大贡献

Maxwell 认为以上四条电磁学实验规律均可应用于交变场合或不稳定场情形. 他研究了电磁规律的对称性, 并观察到 (1.1.2) 与 (1.1.1) 式相比, 源于缺少迄今尚未发现存在有自由磁荷 q_m, (1.1.4) 与 (1.1.3) 式相比, 则是缺少相应的磁流 i_m 项; Maxwell 认为变化的电场亦应产生磁场, 因而 (1.1.3) 式中应补入与 $\dfrac{\partial \Phi_B}{\partial t}$ 相应的项 $\dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}$. 因此, Maxwell 假定对于静态场所得到的两个高斯定律均可直接应用于交变场情形; 而法拉第电磁感应定律中的闭曲线 l 亦不限于导线, 可为任意回路, 并且对于安培环流定律 (1.1.3) 式, 为了使之适用于交变场或不稳定场, 根据电荷守恒, 则必须将传导电流 i_c 用全电流 $i_c + i_d$ 代替, 其中

$$i_d = \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\oiint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \oiint_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \oiint_S \boldsymbol{J}_d\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.1.5}$$

这里, i_d 称为位移电流; $\boldsymbol{J}_d$ 称为位移电流密度.

于是, 引入了位移电流 i_d 后, 即将 (1.1.3) 式中的电流 i_c 换成全电流 $i = i_c + i_d$, 便有

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = i_c + \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \oiint_S \boldsymbol{J}_c\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} + \frac{\partial}{\partial t}\oiint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.1.6}$$

式中, $\boldsymbol{J}_c$ 为传导电流密度, 单位为 $\mathrm{A/m^2}$(安/米 ^{2}).

Maxwell 以严谨的数学方法总结了前人所得到的电磁学的实验规律, 引入了位移电流概念, 创立了宏观电磁现象所遵守的 Maxwell 场方程组. 特别是预言了电磁波的存在, 并在之后为 Hertz 的实验所证实, 为电子技术、微波技术、电磁理论和工程电磁学等领域的研究奠定了重要的理论基础.

1.1.3 Maxwell 场方程组的积分形式

综上 (1.1.1)~(1.1.6) 式结果, 我们便得到 Maxwell 场方程组的积分形式:

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\frac{\partial}{\partial t}\oiint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \qquad \text{(Faraday 感应定律)} \tag{1.1.7}$$

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \oiint_S \left(\boldsymbol{J}_c + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \qquad \text{(广义 Ampère 感应定律)} \tag{1.1.8}$$

$$\oiint_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = q \qquad \text{(电场 Gauss 定律)} \tag{1.1.9}$$

$$\oiint_S \boldsymbol{B}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0 \qquad \text{(磁场 Gauss 定律)} \tag{1.1.10}$$

1.1.4 Maxwell 场方程组的微分形式

引用数学中的

$$\text{Gauss 定理:} \qquad \iiint_V \nabla\cdot\boldsymbol{A}\mathrm{d}v = \oiint_S \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \tag{1.1.11}$$

$$\text{Stokes 定理:} \qquad \iint_S \nabla\times\boldsymbol{A}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \oint_l \boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l} \tag{1.1.12}$$

并将电荷 q 用其体电荷密度 ρ 的体积分表示

$$q = \iiint_V \rho\mathrm{d}v \tag{1.1.13}$$

则可将积分形式的 Maxwell 方程 (1.1.7)~(1.1.10) 化为微分形式的 Maxwell 方程:

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{1.1.14}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{1.1.15}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho \tag{1.1.16}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0 \tag{1.1.17}$$

由于一个矢量的旋度的散度恒为零, 故取 (1.1.14) 式的散度即可得 (1.1.17) 式, 而取 (1.1.15) 式的散度, 则有

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{1.1.18}$$

此式称为电流连续性方程, 表明单位时间从单位体积流出的电流, 其极限 (即 $\nabla\cdot\boldsymbol{J}$) 等于该点每单位体积内点荷的减少率.

注意到：在场方程 (1.1.15) 中我们已用 $\boldsymbol{J}$ 替代了传导电流密度 $\boldsymbol{J}_c$. 这里, $\boldsymbol{J}$ 不仅可以是导电媒质在电场作用下所产生的传导电流; 也可以是场中存在的与场无关、作为场激励源的外加 (或称局外) 电流; 或者是同时存在的传导电流与外加源电流之和. 通常, 一般书中对场方程 (1.1.15) 中的电流密度 $\boldsymbol{J}$ 的内涵并未加明确指明, 而是依所讨论的问题来确定. 例如, 若考虑的是理想介质的无源问题, 则 (1.1.15) 式中的 $\boldsymbol{J}=0$; 若考虑的是非理想介质的无源问题, 则 $\boldsymbol{J}=\sigma\boldsymbol{E}$; 而若考虑的是非理想介质含电流源辐射问题, 则用 $\boldsymbol{J}$ 代表传导电流 $\boldsymbol{J}_c$ 与外加源电流 $\boldsymbol{J}$ 之和, 即 $\boldsymbol{J}\to\boldsymbol{J}_c+\boldsymbol{J}$, 此时 $\boldsymbol{J}_c=\sigma\boldsymbol{E}$ 为传导电流, 而原来的 $\boldsymbol{J}$ 为外加源电流. 本书以后叙述中将遵循这一习惯约定.

积分形式的 Maxwell 方程 (1.1.7)~(1.1.10) 仅给出了某宏观区域的场量所满足的关系式. 例如, (1.1.9) 式只是说明通过 $\boldsymbol{D}$ 对曲面 S 的面积分等于其内所包含的电荷 q 这一结果, 应用它并不能求得 S 内各点的 $\boldsymbol{D}$ 值, 除非场具有对称性, 这时 $\boldsymbol{D}$ 可从积分号提出. 另一方面, 微分形式的 Maxwell 方程 (1.1.14)~(1.1.18) 则是给出了求解域中各点场量所满足的关系式. 因此, 一般求解电磁场问题需采用微分形式的 Maxwell 方程.

1.2 本构关系

方程 (1.1.14)~(1.1.18) 组成微分形式的 Maxwell 场方程组, 它包括有两个旋度 (矢量) 方程、两个散度方程和一个电流连续性方程 (标量方程). 由于对一个矢量的旋度取散度恒等于零, 因而五个场方程中仅有三个是独立的. 我们可选择 (1.1.14)~(1.1.16) 式, 或 (1.1.14)、(1.1.15) 和 (1.1.18) 式作为独立方程, 而其它方程均可由独立方程导出.

两个旋度方程可分解为 6 个标量方程, 连同一个散度方程, 故共有 7 个独立的标量方程; 而其中未知量是 $\boldsymbol{E},\boldsymbol{H},\boldsymbol{D},\boldsymbol{B},\boldsymbol{J}$ 和 ρ, 共 16 个标量; 独立标量方程数比未知量数少 9 个, 因而将不能唯一地确定方程组的解. 因此, 我们必须提供表征在电磁场作用下媒质特性的 9 个标量关系式. 这些辅助关系式就称作本构关系. Maxwell 场方程组连同本构关系是构筑经典电磁理论的基础.

一般地, 我们可将本构关系表为如下形式:

$$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{D}(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}) \tag{1.2.1}$$

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}) \tag{1.2.2}$$

$$\boldsymbol{J}_c=\boldsymbol{J}_c(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H}) \tag{1.2.3}$$

本构关系 (1.2.1)~(1.2.3) 式正好提供了所需的 9 个独立标量关系式, 在数学上, 满足了场方程组具有唯一解的条件.

如果将场源分布 $\boldsymbol{J}$, ρ 作为已知量, 则我们就将有 6 个独立的标量方程、12 个未知标量. 独立标量方程数比未知量数少 6 个, 因而在已知场源分布 $\boldsymbol{J}$, ρ 情况下, 将不能唯一地确定场源 $\boldsymbol{J}$, ρ 所产生的场. 此时, 本构关系 (1.2.1) 和 (1.2.2) 式正好可提供 6 个独立标量关系式, 而使问题有确定的解.

假定媒质中的 $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{B}, \boldsymbol{J}_c$ 与场 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 之间具有线性关系, 可应用叠加原理, 则这类媒质称为线性媒质, 其线性关系可以是代数的, 也可以含微分和积分运算.

本构关系随场量所处媒质的物理特性而异. 在自然界中存在有各种媒质材料, 如介质、导体、铁电体和铁磁体等, 它们的本构关系是不同的.

1.2.1 各向同性媒质

如果媒质中某点的电磁特性与该点场的方向无关, 则这种媒质就称为各向同性媒质. 其本构关系可简单地写成

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{1.2.4}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1.2.5}$$

$$\boldsymbol{J}_c = \sigma \boldsymbol{E} \tag{1.2.6}$$

式中, ε 称为媒质的介电常数 (permittivity), μ 称为媒质的磁导率 (permeability); $\boldsymbol{J}_c = \sigma \boldsymbol{E}$ 是欧姆定律的微分形式, σ 称为导电媒质的电导率 (conductivity). ε, μ 和 σ 均为标量. 因而, 对于各向同性媒质, 矢量 $\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{J}_c$ 与 $\boldsymbol{E}$ 平行; 矢量 $\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{H}$ 平行 (注: 在导体中的电流密度遵守欧姆定律, 但在非欧姆器件中, $\boldsymbol{J}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 具有复杂关系. 例如, 在放电管内的运流电流密度可表为 $\boldsymbol{J} = ne\boldsymbol{v}$, 这里, $\boldsymbol{v}$ 是带电粒子的平均速度, e 是每个粒子所带的电量, n 是单位体积内的带电粒子数).

如果 ε、μ 和 σ 在空间中任一点有相同的值, 则称此媒质为均匀媒质. 微波所用的媒质, 在大多数情况下, 可以认为是均匀媒质; 但 ε、μ 和 σ 一般是频率的函数. 对于非导电的, 或可近似地认为是非导电的媒质, 便有 $\sigma = 0$.

自由空间是最简单的均匀媒质, 其本构关系为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} \end{aligned} \tag{1.2.7}$$

式中, ε_0 和 μ_0 分别为自由空间的介电常数和磁导率; 用 SI 单位制表示, 它们的值分别是

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \approx \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}\mathrm{F/m}; \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\mathrm{H/m} \tag{1.2.8}$$

媒质的介电常数和磁导率相对于自由空间的值用 ε_r 和 μ_r 表示, 此即有

$$\varepsilon_\mathrm{r} = \varepsilon/\varepsilon_0, \mu_\mathrm{r} = \mu/\mu_0 \quad \text{或} \quad \varepsilon = \varepsilon_\mathrm{r}\varepsilon_0, \mu = \mu_\mathrm{r}\mu_0 \tag{1.2.9}$$

这里, ε_r 和 μ_r 分别称为媒质的相对介电常数和相对磁导率.

1.2.2 各向异性媒质

如果媒质中某点的电磁特性与该点场的方向有关, 则这种媒质就称为各向异性媒质. 例如, 对于在有外加磁场作用下的等离子体媒质, 其本构关系可表为

$$\boldsymbol{D} = [\varepsilon] \cdot \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 [\varepsilon_{\mathrm{r}}] \cdot \boldsymbol{E} \tag{1.2.10}$$

式中, $[\varepsilon]$ 称为张量介电常数, $[\varepsilon_{\mathrm{r}}]$ 为相对的张量介电常数.

又如, 在有外加直流磁场和微波磁场的共同作用下的铁氧体媒质, 其本构关系可表为

$$\boldsymbol{B} = [\mu] \cdot \boldsymbol{H} = \mu_0 [\mu_{\mathrm{r}}] \cdot \boldsymbol{H} \tag{1.2.11}$$

式中, $[\mu]$ 称为张量磁导率, $[\mu_{\mathrm{r}}]$ 为相对的张量磁导率.

当一媒质其电特性由介电常数张量描述, 则它是电各向异性的, 如等离子体媒质; 当一媒质其磁特性由磁导率张量描述, 则它便是磁各向异性的, 如铁氧体媒质. 此外, 一种媒质也可以同时是电和磁的各向异性的, 这类媒质称为双各向异性媒质. 例如, 某些磁性晶体的本构关系可表为

$$\boldsymbol{D} = [\varepsilon] \cdot \boldsymbol{E} + [\xi] \cdot \boldsymbol{H}; \quad \boldsymbol{B} = [\zeta] \cdot \boldsymbol{E} + [\mu] \cdot \boldsymbol{H} \tag{1.2.12}$$

式中, $[\xi]$ 和 $[\zeta]$ 称为磁电张量.

晶体通常用对称的张量介电常数描述. 由于利用坐标变换可使一个矩阵对角化, 因而在新坐标系中, 晶体的张量介电常数可写成

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \tag{1.2.13}$$

新坐标系的三个坐标轴称为晶体的主轴.

当张量介电常数中的 $\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ 时, 称晶体 (媒质) 是双轴的; 当三个参数中有两个是相等, 例如, $\varepsilon = \varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$, 则此时称晶体是单轴的, $\varepsilon_z > \varepsilon$ 时为正单轴晶体, $\varepsilon_z < \varepsilon$ 时为负单轴晶体, 而 z 轴称为光轴; 当三个参数 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$ 均相等时, 晶体便是各向同性媒质 (如立方形晶体).

在时变场情况下, 参数 $[\varepsilon]$, $[\mu]$, $[\xi]$ 和 $[\zeta]$ 都是频率的函数.

1.3 时谐电磁场

在时变电磁场中, 场量和场源除了是空间坐标的函数, 还是时间的函数. 电磁场随时间作正弦变化是最常见也是最重要的形式. 这是以一定频率 f、角频率 $\omega = 2\pi f$