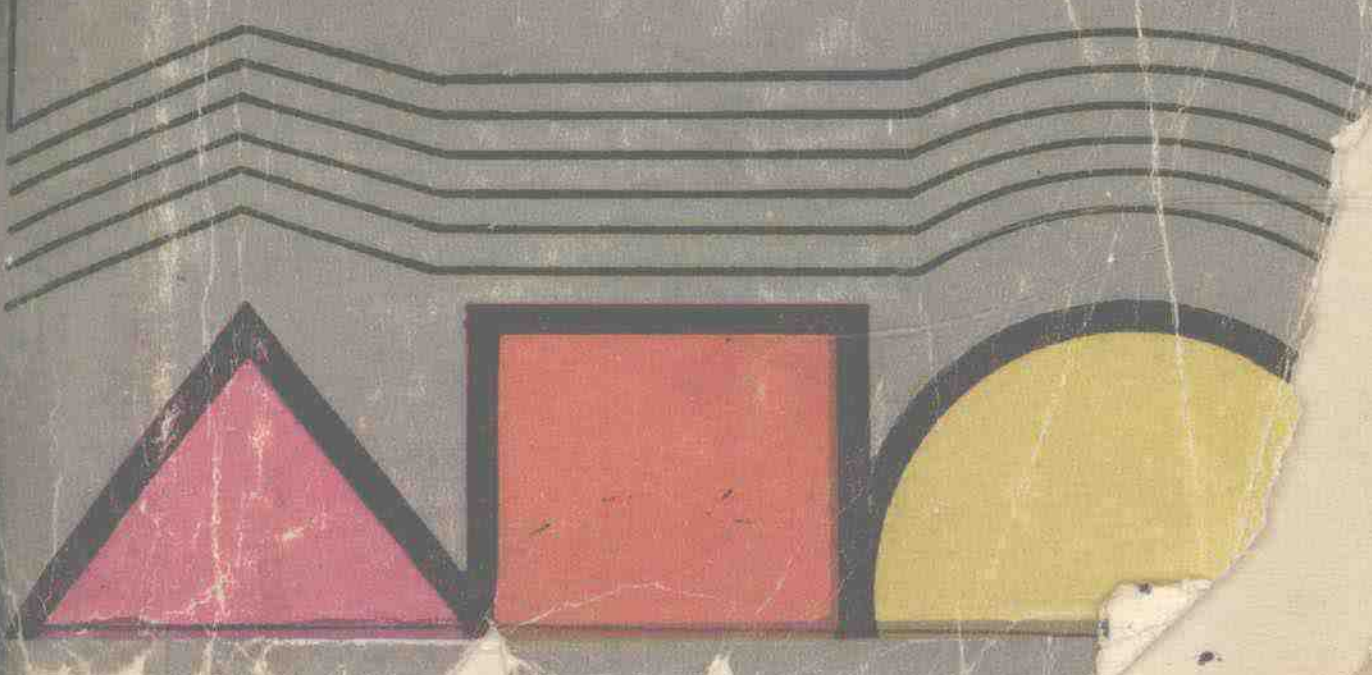


简明 数学手册

JIANMING
SHUXUE
SHOUCE

(修订本)

上海教育出版社



简明数学手册

(修订本)

上海教育出版社

简明数学手册

(修订本)

《简明数学手册》编写组 编

上海教育出版社出版发行

(上海永福路 123 号)

各地新华书店经销 商务印书馆上海印刷厂印刷

开本 850×1156 1/64 印张 8.5 插页 4 字数 454,000

1978 年 4 月新 1 版

1991 年 5 月第 2 版 1991 年 5 月第 2 次印刷

印数 40,001—46,300 本

ISBN 7-5320-2256-0/G·2194 定价: 2.75 元

第 2 版 说 明

学的应用,正日益深入到科学和技术的各个方面。过去认为诸科学、人文科学几乎是没有用到数学的,随着科学技术的进步,观念已经起了变化。目前,各行各业都在应用数学,广大科学工作者、技术人员、工人、教师以及学生都极为需要一本数学工具书,本书正是适应这一要求而编写的。

还在本世纪五十年代、六十年代初,国内、外的数学工具书几乎都是针对数学学习和教学的,主要读者对象是大、中学校的教师和学生,大部份内容尽量适应当时一些理、工科课程的教学要求。把书的重点转移到应用中去,并适应当今各行各业运用数学工具的要求,这就必须把书的内容和形式作一番改造。有鉴于此,本书比较注重一些数学问题的结论,而把具体的论证略去;比较注重实用性强,又不便于背诵记忆的公式,而把初等的、周知的一些定理作了精简(如初等几何);比较注重计算和方程解的数值方法,而压缩了理论解以及一些经典方法。本书初版印了三次,发行了近二十万册,证明了这样编法的数学手册确实适应了社会上相当一部分读者的需要。

本书共分六大部分,即:代数的基本运算和代数方程、常用几何图形、数学分析、微分方程、概率和统计、最优化方法。在各部分中,分别把有关的数学内容作了归并。如“代数的基本运算和代数方程”中,包括了初等代数、高等代数、线性代数以及有关方程、线性代数的计算方法;“常用几何图形”中,包括了初等几何计算、解三角形、解析几何、微分几何。这样,全书的结构更为条理化,更便于检索。书末有“附录”,包括数学常数、物理常数和常用计量单位等。

由于本书初版时电子计算器还没有得到普及,初版书中不免保留有大量篇幅的初等函数值表。当今,计算器已非常普及,故第2版中已将这些数表删去。

参加本书编写的主要有

- 第一部分 · 王文才, 赵尧初, 李传芳;
- 第二部分 · 钟良鹏, 赵斌, 徐为之;
- 第三部分 · 王学成, 黄午阳, 李万年 (以上三人编写第 1 节“初等函数”); 朱学炎, 吴廷芳, 徐炳根, 金福临, 吴卓人 (以五人编写第 2 节“插值和逼近”及以后各节);
- 第四部分 · 陈恕行, 陈昌汉;
- 第五部分 · 潘维栋, 陶宗英;
- 第六部分 · 俞文觐;
- 附 录 · 王文才, 赵斌, 茅惠民.

另外, 第一、三、四部分中有关计算方法内容, 由李立康、李瑞遐编写, 第一部分的内容曾由应制夷参加审校。第二部分的内容曾由沈纯理审校。赵斌曾编写了第五、第六部分初稿。

各部分稿完成后, 由王文才、赵斌负责最后统一定稿, 并经朱学炎审定。

这次修订再版是由王文才、赵斌两人完成的。

限于水平, 书中错误在所难免, 恳请广大读者批评指正。

目 录

第一部分 代数的基本运算和代数方程

一、数及数的运算..... 1-1

1. 近似计算.....1-1
2. 质数.....1-3
3. 质因数分解表.....1-4
4. 连分数.....1-8
5. 复数与四元数1-10
6. 常用数制的相互转换 1-13

二、 $n!$ 、 A_n^p 、 C_n^p 、 $\binom{n}{p}$ 的计算1-14

三、基本恒等式.....1-16

1. 代数运算的基本运算律1-16
2. 整式的乘法和因式分解公式1-17
3. 整式的除法1-18
4. 分式的分项分解公式 1-19
5. 比例计算1-21
6. 绝对值计算1-21

四、不等式.....1-22

1. 不等式的基本性质 ...1-22
2. 绝对值不等式1-22
3. 常用不等式1-22

五、向量代数.....1-25

1. 向量 a 的模 $|a|$ 和方向

余弦 $\cos \alpha_i$ 1-26

2. 矢量的加法(减法)和数

乘1-26

3. 矢量的乘法1-26

(1) 内积 $a \cdot b$ 1-26

(2) 三维矢量的外积

$a \times b$ 1-26

(3) 三维矢量的多重积 1-27

4. 两个矢量的夹角和距

离1-28

5. 矢量组的线性关系和

秩1-28

六、矩阵的运算和变换.....1-28

1. 矩阵的运算1-28

2. 矩阵的初等变换1-30

3. 矩阵的逆1-30

(1) 用消去法求逆矩阵 1-31

(2) 用主元素消去法求逆

矩阵1-31

(3) 分块矩阵求逆1-31

4. 特征多项式和特征值 1-31

(1) n 阶矩阵 $A = (a_{ij})$ 的

特征多项式	1-31
(2) 矩阵 $A=(a_{ij})$ 的迹	1-32
(3) 矩阵 A 的特征值 λ_i	1-32
(4) 用迭代法求第一特征值 λ_1	1-32
(5) 求实对称矩阵全部特征值的对角化方法	1-33
(6) 求矩阵全部特征值和特征矢量的 QR 方法	1-33
七、行列式的计算	1-34
八、线性方程组	1-37
1. 二元一次方程组	1-37
2. 三元一次方程组	1-37
3. n 元一次方程组	1-38
(1) 当 $m=n$ 时	1-38
(2) 当 $m \neq n$ 时	1-39
(3) 用逆矩阵解方程组	1-39
(4) 用矩阵的初等变换解方程组	1-40
(5) 消去法	1-40
(6) 主元素消去法	1-40
(7) 迭代法	1-40

4. 齐次线性方程组	1-41
九、一元 n 次方程	1-41
1. 实系数一元二次方程	1-41
2. 实系数一元三次方程	1-42
3. 实系数一元四次方程	1-43
4. 实系数一元 n 次方程	1-43
(1) 解的讨论	1-43
(2) 根模的界	1-44
(3) 实根的隔离	1-44
(4) 复根的隔离	1-45
(5) 对分法	1-46
(6) 迭代法	1-47
(7) 牛顿法	1-47
(8) 解函数方程组的牛顿法	1-48
(9) 弦截法	1-49
(10) 伯努利法	1-49
(11) 劈因子法	1-50
十、逻辑代数基本公式	1-51
1. 逻辑运算	1-51
2. 逻辑恒等式及有关法则	1-51
3. 卡诺图表头	1-52

第二部分 常用几何图形

(甲) 平面图形

一、平面图形的坐标表示和变

换	2-1
1. 简单图形的坐标表示	2-1

2. 坐标的互换	2-1
3. 直角坐标系的变换	2-2
4. 图形的平移、旋转、反射	2-3
二、点、直线和角	2-3
1. 直角坐标系中的直线方程	2-3
2. 点、直线的位置关系	2-4
3. 角的几种度量和互化	2-6
三、凸多边形	2-11
1. 三角形	2-11
2. 四边形	2-13
3. 凸多边形	2-15
四、曲线	2-18
1. 曲线的对称性	2-18
2. 曲线的升降、极值、凹凸、拐点	2-18
3. 渐近线	2-19
4. 曲线的切线、法线	2-20
5. 曲率、曲率半径、曲率圆中心	2-20
6. 等距曲线	2-22
7. 包络线	2-22
8. 等角曲线	2-23
9. 弧长的微分	2-24
10. 曲线围成的面积 S	2-24
五、圆和其他圆锥曲线	2-25
1. 圆	2-25
(1) 圆的方程	2-25

(2) 圆及其部分的面积 S , 周长 l	2-26
(3) 圆的切线	2-28
(4) 圆幂	2-28
2. 椭圆、双曲线、抛物线	2-29
3. 二次曲线的一般性质	2-32
六、其他常用曲线	2-34
1. 渐开线与渐屈线	2-34
2. 摆线	2-34
3. 螺旋线	2-39
4. 其他曲线	2-40

(乙) 空间图形

一、点、向量的坐标表示和变换	2-42
1. 点的坐标表示	2-42
2. 直角坐标系中点和向量的一一对应	2-43
3. 坐标的互换	2-43
4. 直角坐标系的平移、旋转	2-44
二、平面、直线	2-45
1. 平面方程	2-45
2. 直线方程	2-46
3. 点、直线、平面的距离、位置关系	2-47
三、空间曲线	2-54
1. 曲线的方程、弧长公式	2-54
2. 空间曲线的切线、曲率、	

挠率	2-54
3. 曲线为平面、球面曲线 的条件	2-56
4. 渐屈线	2-56
四、曲面	2-57
1. 曲面的法线方向、切平 面和法线	2-57
2. 曲面的第一微分型	2-57
3. 曲面的第二微分型	2-58
五、一些几何体的体积和表 面积	2-59
1. 正方体、长方体、棱柱、 棱锥、棱台、拟柱体	2-59

2. 圆柱、圆锥、圆台、球及 其部分	2-61
3. 多面体与正多面体	2-62
4. 旋转体	2-63
六、球面三角形, 球面及其他 二次曲面	2-64
1. 球面三角形中的边角关 系	2-64
2. 球面及其部分的表面积 和所围体积	2-66
3. 球面方程	2-66
4. 其他二次曲面	2-67
七、螺线与螺面	2-72

第三部分 数 学 分 析

一、初等函数	3-1
1. 幂函数 $y=x^a$	3-1
2. 指数函数 $y=a^x$	3-2
3. 对数函数 $y=\log_a x$	3-3
4. 三角函数	3-4
(1) 三角函数定义	3-4
(2) 常用三角公式	3-5
(3) 特殊角的三角函数 值	3-10
(4) 计算任意角三角函数 值的化简表	3-11
(5) 三角函数值的常用近 似计算公式	3-11

(6) 图象	3-12
5. 反三角函数	3-12
(1) 基本公式	3-13
(2) 函数值计算	3-16
(3) 图象	3-16
6. 双曲函数	3-17
(1) 基本关系式	3-17
(2) 运算基本公式	3-18
(3) 函数值计算	3-20
(4) 图象	3-20
7. 反双曲函数	3-20
(1) 基本关系式	3-20
(2) 运算基本公式	3-21

(3) 函数值计算	3-21
(4) 图象	3-22
二、插值法与逼近公式	3-22
1. 差分	3-22
2. 均差(差商)	3-24
3. 插值多项式	3-25
(1) 均差插值多项式	3-25
(2) 拉格朗日插值多项式	3-26
(3) 等距插值多项式	3-26
(4) 带一阶导数的插值多项式	3-27
4. 三次样条插值函数	3-27
5. 最佳逼近	3-30
6. 平方逼近	3-31
(1) 离散情形, 最小二乘法	3-31
(2) 连续情形, 最佳平方逼近	3-32
7. 正交多项式	3-33
(1) 切比雪夫多项式	3-33
(2) 勒让德多项式	3-35
(3) 离散情形, 等距点正交多项式	3-36
三、微分	3-37
1. 导数与微分的运算法则	3-37
2. 导数与微分的基本公	

式	3-37
3. 高阶导数与高阶微分	3-39
4. 微分的数值计算法	3-40
5. 多元函数的微分	3-44
6. 函数的幂函数展开式	3-46
7. 函数的极值	3-47
(1) 一元函数的极值	3-47
(2) 多元函数的极值	3-48
(3) 条件极值(乘数法)	3-48
四、积分	3-49
1. 不定积分的运算法则	3-49
2. 常用求积分的方法及变量替换	3-50
3. 不定积分表	3-52
4. 定积分的基本性质	3-81
5. 定积分的计算	3-81
6. 定积分的近似计算	3-82
(1) 矩形公式	3-82
(2) 梯形公式	3-83
(3) 抛物线公式	3-83
(4) 龙贝格公式	3-83
(5) 高斯积分公式	3-84
7. 无穷限广义积分	3-85
8. 无界函数的广义积分	3-86
9. 含参变量积分	3-87
10. 常用定积分公式	3-87
11. 二重积分的计算	3-93
12. 三重积分的计算	3-95

13. 曲线积分的计算	3-97
14. 曲面积分的计算	3-99
15. 各种积分的关系	3-99
16. 全椭圆积分表	3-100
五、级数	3-102
1. 数列的求和	3-102
(1) 等比数列	3-102
(2) 等差数列	3-102
(3) 高阶等差数列	3-102
(4) 三角函数数列	3-103
2. 级数的收敛性	3-104
(1) 数项级数的收敛性	3-104
(2) 函数项级数的一致收敛判别法	3-105
3. 一些数项级数的和	3-106
(1) 数项级数的和	3-106
(2) 伯努利数 B_n	3-106
(3) 欧勒数 E_n	3-107
4. 幂级数	3-107
5. 常用幂级数展开式	3-108
6. 函数的傅里叶级数展开	3-113
7. 常用傅里叶级数展开式	3-114
8. 参考级数	3-121
六、特殊函数	3-122
1. Γ -函数	3-122
(1) 图象	3-122

(2) 换元公式	3-122
(3) 性质	3-123
(4) Γ -函数近似值表	3-124
2. B -函数	3-125
(1) 换元公式	3-125
(2) 性质	3-125
(3) B -函数与 Γ -函数的关系	3-125
3. 贝塞耳函数	3-126
(1) 递推公式	3-127
(2) 半奇阶的贝塞耳函数	3-128
(3) 贝塞耳函数的渐近公式	3-129
(4) $J_n(x)$ 与 $Y_n(x)$ 的图象及零点	3-130
(5) 第一类贝塞耳函数的母函数	3-131
4. 勒让德多项式	3-131
(1) 勒让德多项式的递推公式及其他公式	3-132
(2) 勒让德多项式的图象	3-133
(3) 勒让德多项式的微分及积分表达式	3-133
(4) 勒让德连带多项式	3-133
5. 车比雪夫多项式	3-134
(1) 零点	3-134

(2) 极值点.....	3-135
七、积分变换	3-135
1. 傅里叶变换.....	3-135
(1) 傅里叶变换的基本性质.....	3-136
(2) 常用傅里叶变换表.....	3-138
2. 拉普拉斯变换.....	3-140
(1) 拉普拉斯变换的基本性质.....	3-140
(2) 常用拉普拉斯变换表.....	3-142
八、变分法	3-145
1. 固定边界的变分问题	
极值的必要条件.....	3-145
2. 可动边界的变分问题	
斜截条件.....	3-146
3. 有附加条件的变分问题	
(拉格朗日乘数法).....	3-147
4. 变分问题的直接法.....	3-149
九、复变函数	3-149

1. 解析函数.....	3-149
2. 柯西积分定理与积分公式.....	3-151
3. 泰勒级数与罗朗级数.....	3-151
4. 留数、幅角原理	3-152
5. 积分公式.....	3-153
6. 泊松公式.....	3-154
7. 整函数的无穷乘积表示.....	3-155
8. 保角变换(共形映照).....	3-156
十、场论	3-158
1. 矢量函数的导数与积分.....	3-158
2. 数量场的梯度.....	3-159
3. 矢量场的旋度.....	3-160
4. 矢量场的散度.....	3-161
5. 二阶微分运算.....	3-161
6. 耐普拉算子.....	3-162
7. 在曲线坐标系中的运算.....	3-162

第四部分 微分方程

一、一些常见的常微分方程	4-1
二、一阶常微分方程	4-3
1. 一些简单的一阶方程的解.....	4-3
2. 存在与唯一性定理.....	4-4
三、一阶常微分方程数值解	

法	4-6
1. 欧勒折线法.....	4-6
2. 改进的折线法.....	4-6
3. 欧勒预测-校正法	4-6
4. 龙格-库塔法	4-7
5. 吉尔法.....	4-7

6. 阿当姆斯预测-校正法	4-8
四、高阶常微分方程	4-8
1. 可降阶方程的解法	4-8
2. 线性方程	4-9
3. 存在与唯一性定理	4-12
五、二阶常微分方程边值问题的数值解法	4-12
1. 差分法	4-12
2. 尝试法	4-13
六、一阶常微分方程组	4-14
1. 一般概念	4-14
2. 一阶常系数方程组的解法	4-15
七、一阶常微分方程组初值问题的数值解	4-16
1. 龙格-库塔法	4-17

2. 吉尔法	4-17
八、稳定性理论	4-18
九、一阶偏微分方程	4-21
十、二阶线性偏微分方程	4-23
1. 分类	4-23
2. 标准形式	4-23
十一、一些二阶偏微分方程定解问题的解	4-24
十二、二阶线性偏微分方程的差分解法	4-41
1. 抛物型方程的差分解法	4-41
2. 双曲型方程的差分解法	4-44
3. 调和方程第一类边值问题的数值解法	4-45

第五部分 概率和统计

一、事件的概率	5-1
1. 事件及其概率	5-1
2. 全概率公式与贝叶斯公式	5-2
3. 重复试验	5-2
二、随机变量的基本概率属性	5-3
1. 一元随机变量	5-3
2. 二元随机变量	5-4
3. 多元随机变量	5-5

4. 几个卷积公式	5-6
三、随机变量的数字特征	5-7
1. 一元随机变量	5-7
2. 二元随机变量	5-9
3. 多元随机变量	5-10
4. 平均值与方差的一些基本性质	5-11
5. 矩的相互关系与一些不等式	5-11
四、概率母函数、矩母函数、	

特征函数.....5-13	设计.....5-52
1. 概率母函数.....5-13	3. 用正交表进行试验设计.....5-59
2. 矩母函数.....5-13	4. 平衡不完全区组试验设计.....5-70
3. 特征函数.....5-14	九、随机过程初步.....5-77
4. $g(\theta)$ 、 $M(\theta)$ 与 $O(t)$ 之间的关系.....5-15	1. 随机过程的概念.....5-77
5. 唯一性定理.....5-15	2. 正态随机过程.....5-78
五、几种重要的概率分布.....5-16	3. 具有独立增量的随机过程.....5-78
1. 离散型随机变量的概率分布.....5-16	4. 马尔可夫随机过程.....5-78
2. 连续型随机变量的概率分布.....5-18	5. 平稳随机过程.....5-81
3. 与正态分布有关分布.....5-24	6. 多维随机过程.....5-85
4. 分布之间的渐近关系.....5-24	7. 离散时间系统线性滤波的基本公式.....5-86
六、统计分析.....5-26	十、统计用表.....5-88
1. 统计量及其分布.....5-26	1. 正态分布 $\Phi(u)$ 表.....5-88
2. 参数估计.....5-34	2. 正态分布的双侧分位数 u_α 表.....5-90
3. 参数性假设检验.....5-37	3. t 分布表.....5-92
4. 多重比较法.....5-41	4. t 分布的双侧分位数 t_α 表.....5-94
5. 非参数性假设检验.....5-43	5. χ^2 分布的上侧分位数 χ^2_α 表.....5-96
七、经验公式.....5-46	6. F 分布的上侧分位数 F_α 表.....5-98
1. 线性方程.....5-46	7. t 检验所需样本容量 N 选定表.....5-104
2. 非线性方程.....5-47	
八、试验的设计及分析.....5-48	
1. 方差分析(全面试验)计算表格.....5-48	
2. 用正交拉丁方进行试验	

8. 方差分析所需样本容量 N 选定表.....5-108	表.....5-141
9. 泊松分布表.....5-116	15. 样本分布函数(单样本)检 验的临界值 $D_{n,\alpha}$ 表 5-146
10. 泊松分布参数 λ 的置信 区间表.....5-133	16. 样本分布函数(二样本) 检验的临界值 $m(n_1, n_2,$ $\alpha)$ 表.....5-148
11. 平均数多重比较(有对 比)临界系数 d_p 表(单 侧)5-134	17. 符号检验临界值 $S_{n,\alpha}$ 表.....5-151
12. 平均数多重比较(有对 比)临界系数 d_p 表(双 侧)5-136	18. 秩和检验临界值表(双 侧信度)5-153
13. 平均数多重比较(无对 比)临界系数 B_p 表.....5-138	19. 检验相关系数 $\rho=0$ 的 临界值 r_α 表5-155
14. 选择 $t(\leq k)$ 个较大(小) 平均值的临界系数 d_p	20. r 与 z 的换算表5-156
	21. 随机数表.....5-158
	22. 对数阶乘表.....5-163

第六部分 最优化方法

一、单变量问题最优化方法 6-1

1. 平分法.....6-1
2. 0.618 法6-1
3. 分数法.....6-2
4. 抛物线法.....6-2
5. 微分法.....6-3

二、多变量问题最优化方法 6-3

1. 坐标(因素)轮换法.....6-3
2. 梯度方向(最速下降)法6-3
3. 牛顿法.....6-3

4. 共轭梯度方向法.....6-4

5. 变度量法.....6-4
6. 鲍威尔方法.....6-4
7. 平行切线法.....6-5
8. 多面体调优方法.....6-5
9. 序列无约束极小化方法6-7

三、线性规划6-7

1. 单纯形法.....6-7
2. 物资调运问题的图上作
 业法.....6-9

附 录

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 一、数学常数表.....附-1 | 三、常用计量单位和换算...附-4 |
| 二、常用物理常数表.....附-2 | |

第一部分 代数的基本运算和代数方程

一、数及数的运算

1. 近似计算

(1) 舍取近似数的常用方法*

i) 去尾法 对于正实数 X , 取到从小数点起的第 n 位数字 (n 为负数即表示取到小数的位数), 右边的数字都舍弃, 得到 X 的近似数 x . 这时, 近似数的误差范围是

$$0 \leq X - x < 10^n.$$

ii) 四舍五入法 在上面的舍取中, 如果 x 的第 n 位数字改为 X 的第 n 位数字加上它右边一位数字四舍五入而得到. 这时, 近似数的误差范围是

$$-\frac{1}{2} \times 10^n \leq X - x < \frac{1}{2} \times 10^n.$$

iii) 进一法 在上面的舍取中, 如果 x 的第 n 位数字是由 X 的第 n 位数字加上 1 而得到. 这时, 近似数的误差范围为

$$10^n \leq X - x < 0.$$

(2) 近似数的运算

i) 误差估计 近似数运算的误差, 可用一阶全微分来估计, 相对误差则可用取对数后的微分来估计. 各种代数运算的误差可列表如

* 这三种方法中, 尽管误差范围的区间长度同为 10^n , 但考虑误差限 $|X - x| < \epsilon$ 时, 四舍五入法的 ϵ 为最小 $\left(\epsilon = \frac{1}{2} \times 10^n\right)$. 去尾法和进一法在一般机械制造、工程设计中有一定应用.