21世纪全国中职学校数学规划教材

数学

SHUXUE

（下册）

金梅华　王小军　主　编
郭海彦　副主编

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国中职学校数学规划教材

数　　学

（下　册）

主　编　金梅华　王小军
副主编　郭海彦

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

本套教材是根据教育部制定的《中等专业学校数学课程教学大纲》，结合河南省中等职业学校学生的数学基础及教育教学的特点而编写的。本套教材适合招收初中生的中等职业学校各专业、五年制大专以及"3+2"大专学生学习数学课程时使用，同时高职高专院校招收初中生的各专业也可选用。

全套教材分两册出版。下册内容包括：平面向量、直线与二次曲线、立体几何、数列、排列、组合、古典概率等。本教材有较大的使用弹性，编入了一些选学内容，书中带"*"号的部分为选学内容，可供不同专业要求选择。

图书在版编目(CIP)数据

数学(下册)/金梅华，王小军主编. —北京：北京大学出版社，2008.7
(21世纪全国中职学校数学规划教材)
ISBN 978-7-301-14032-1

Ⅰ. 数… Ⅱ. ①金…②王… Ⅲ. 数学—专业学校—教材 Ⅳ. G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第099105号

书　　名：数学(下册)
著作责任者：金梅华　王小军　主编
责 任 编 辑：黄庆生　李　旭
标 准 书 号：ISBN 978-7-301-14032-1/O·0757
地　　址：北京市海淀区成府路205号　100871
电　　话：邮购部62752015　发行部62750672　出版部62754962　编辑部62765013
网　　址：http://www.pup.cn
电 子 信 箱：xxjs@pup.pku.edu.cn
印 刷 者：北京飞达印刷有限责任公司
发 行 者：北京大学出版社
经 销 者：新华书店
787毫米×980毫米　16开本　13.25印张　300千字
2008年7月第1版　2008年7月第1次印刷
定　　价：19.50元

前　言

本套教材是根据教育部制定的《中等专业学校数学课程教学大纲》，结合河南省中等职业学校学生的数学基础以及教育教学的特点，组织多年从事一线教学的教师，经过较深入的研讨而编写的。

本教材突出"以学生发展为本"的教育思想，以"必需、够用、好用、实用"为原则，以培养学生良好的学习习惯、培养学生的创新精神为目的。

本教材在编写时注意了以下问题：

1. 考虑到目前河南省中等职业学校学生的数学基础，以及各校基础课程学时数普遍压缩的实际情况，教材编写把握"够用"的原则，不过分强调数学体系的系统性，删去不必要的推导、证明。强调结论、定理的应用；删去一些在现实生活中、专业学习中涉及不多的内容，突出实际应用。例如，将数学课程教学大纲中第一章中逻辑用语的内容删去，第二章中不等式证明的内容删去，把两章合并为一章；在函数一章中删去了对应、陪域等内容，并将数列、立体几何作为选学内容等等。但我们也针对目前学生数学基础较差的实际情况，增加了实数与方程、平面直角坐标系与平面内两点间距离公式、一元一次不等式组的解法、指数基本运算等内容，使数学基础较差的学生学习中专数学减少一些障碍。

2. 教材在编写时注意适合大多数教师的教学习惯，使教师体会到教材的编写思路，符合教师讲授习惯。同时也使同学们便于提前预习、便于自学、通俗易懂。

3. 教材在知识点、基本概念的引入以及公式结论的应用等方面都更注意解决实际问题。使同学们感觉到数学不仅仅是算题，学习数学可以解决很多我们身边的实际问题。同时还注意为专业课服务，尽量采用专业课所涉及的实例。

4. 教材有较大的使用弹性。考虑到省内中等职业学校所开设专业的多样性，不同专业对教学的内容、对数学能力的要求也不相同。教材在内容上可供选择的弹性较大，不仅有的章节打 * 号，可供不同专业要求选择，而且有的节中的某个知识点也可供各使用学校在编写教学计划中取舍。教材在对数学能力的不同要求上也有考虑。考虑到有的同学基础较好，今后有进一步深造的要求，教材在例题与习题的配备上也编入一些对口升学考试中常见的题型，供学有余力的同学阅读，培养这些同学的解题能力。

本套教材分上、下两册。

上册内容有：集合与不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数等。大约 90 学时，供工科类、经济类专业第一学期使用。

下册内容有：平面向量、直线与二次曲线、立体几何、数列、排列、组合、古典概率等。大约 100 学时，供对数学要求较多的专业第二学期选用。

本套教材适合招收初中生的中等职业学校各专业、五年制大专以及“3＋2”大专学生学习数学课程时使用，同时高职高专院校招收初中生的各专业也可选用。

下册主编为金梅华、王小军。副主编为郭海彦。

参加下册内容编写的有：王小军、张若男、金梅华、郭海彦、燕杰等。

下册内容最后定稿工作由金梅华、王小军负责完成。

由于我们的水平所限，时间比较仓促，本教材必有不少缺点和错误，敬请广大师生、读者批评指正。

编　者

2008 年 5 月

目　　录

第 5 章　平面向量

§5.1　平面向量的概念及线性运算

一、向量的概念

在力学、物理及其他一些学科里所遇到的一些量，大致可以分为两类. 如温度、时间、质量、线段的长度、矩形的面积等，这些量在选定度量单位后，就可用一个实数确切地表示它们，这类只有大小的量称为**数量**.

另有一些量，它们不但有大小，而且还有方向，如位移、力、速度等.

我们把具有大小和方向的量称为**向量**.

在几何上常用一个带有箭头的线段(称为有向线段)来直观地表示向量. 例如，在图 5-1 中，用有向线段$\overrightarrow{AB}$表示向量. A 表示向量的起点，B 表示向量的终点. 有向线段$\overrightarrow{AB}$的长度表示向量的大小，$\overrightarrow{AB}$的箭头指向表示向量的方向. 用有向线段$\overrightarrow{AB}$表示向量时，把它称为向量$\overrightarrow{AB}$.

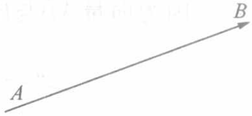


图 5-1

另外，在印刷时，常用黑体小写字母 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \cdots$ 表示向量，手写时则可写作带箭头的小写字母$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \cdots$.

例如，一质点由位置 A 位移："北偏东 45°，3 个单位"到达 A' 点(图 5-2). 这个位移可用向量$\overrightarrow{AA'}$表示. $\overrightarrow{AA'}$的长度表示位移的距离，$\overrightarrow{AA'}$的方向表示位移的方向. $\overrightarrow{AA'}$也可写作 $\boldsymbol{a}$.

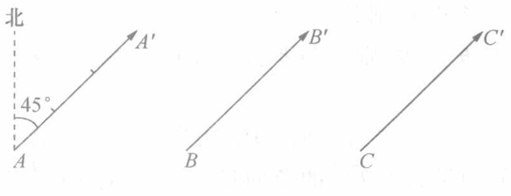


图 5-2

向量 $\boldsymbol{a}$ 的大小记为 $|\boldsymbol{a}|$，向量$\overrightarrow{AB}$的大小记为 $|\overrightarrow{AB}|$. 向量的大小又叫做向量的**模**，模是数量.

长度等于零的向量叫做**零向量**，记作 $\mathbf{0}$，零向量的方向不确定. 零向量可以用起点与终点重合的有向线段 $\overrightarrow{AA}$、$\overrightarrow{BB}$ 等表示.

长度等于 1 的向量叫做**单位向量**.

有些向量不仅有大小和方向，而且还有作用点. 例如力就是既有大小和方向又有作用点的向量；有些向量只有大小和方向，无特定的位置，例如图 5-2 中，点 A' 相对于点 A 的位移，点 B' 相对于点 B 的位移，点 C' 相对于点 C 的位移，都是同一个位移，即"北偏东 45°，3 个单位". 通常把后一类向量叫做自由向量，如不特别说明，本章所学的向量都是自由向量. 自由向量只有大小和方向两个要素，用有向线段表示向量时，与它的始点的位置无关，即自由向量可以平行移动.

如果两个向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 的长度相等，且方向相同，那么 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 叫做**相等向量**，记为

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}.$$

在图 5-2 中，有向线段 $\overrightarrow{AA'}$、$\overrightarrow{BB'}$、$\overrightarrow{CC'}$ 表示同一向量 $\boldsymbol{a}$，这时可记作

$$\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}=\boldsymbol{a}.$$

与向量 $\boldsymbol{a}$ 等长且方向相反的向量叫做 $\boldsymbol{a}$ **的负向量**，记为 $-\boldsymbol{a}$. 那么 $-\boldsymbol{a}$ 也是 $\boldsymbol{a}$ 的负向量.

因为向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 长度相等且方向相反，所以 $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$.

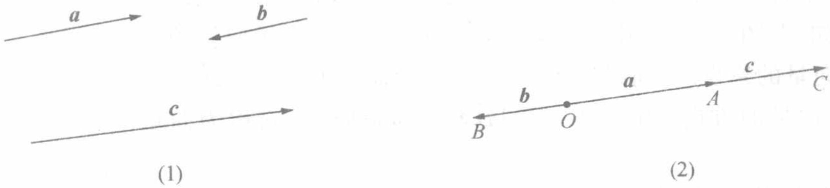


图 5-3

把图 5-3(1)中的向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 用同一个起点的有向线段表示后，这些有向线段在同一条直线上，如图 5-3(2)所示. 这样的一组向量称为共线向量(或平行向量).

显然，零向量与任何一个向量都共线.

容易看出，若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同或相反，或者有一个是零向量.

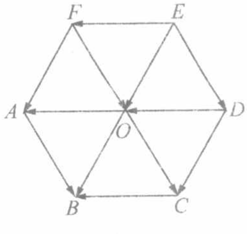


图 5-4

例 1 如图 5-4 所示，设 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心，找出：

(1) 与向量 $\overrightarrow{OA}$ 相等的向量；(2) $\overrightarrow{OA}$ 的负向量；(3) 与向量 $\overrightarrow{OA}$ 共线的非零向量.

解 (1) $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DO}$,

(2) $-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{FE}=\overrightarrow{BC}$,

(3) 与向量$\overrightarrow{OA}$共线的非零向量为：

$$\overrightarrow{AD},\overrightarrow{DA},\overrightarrow{OD},\overrightarrow{DO},\overrightarrow{EF},\overrightarrow{FE},\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CB},\overrightarrow{AO}.$$

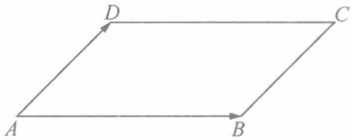
练习

如右图所示，四边形 $ABCD$ 是一个平行四边行，

(1) 分别写出与$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$相等的向量；

(2) 分别写出与$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$共线的向量；

(3) 分别写出$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$的负向量.



二、向量的加法和减法运算

1. 向量的加法

一艘轮船从 A 处向正东方向航行 100 海里到达 B 处，接着从 B 处沿北偏东 45°方向航行 50 海里到达 C 处(图 5-5)，试问这两次位移$\overrightarrow{AB}$和$\overrightarrow{BC}$的最终结果如何？

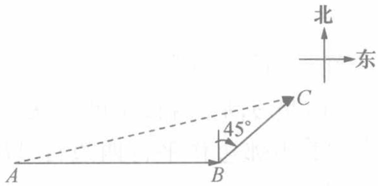


图 5-5

显然，最终结果是轮船从 A 处到达 C 处. 因此很自然把位移$\overrightarrow{AC}$叫做位移$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BC}$的和，记作

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}.$$

一般地，已知向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，在平面上任取一点 A，作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量$\overrightarrow{AC}$叫做向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，如图 5-6 所示，即有向量等式

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}. \quad (5\text{-}1)$$

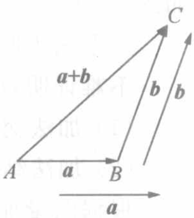


图 5-6

上述求两个向量和的作图法则，叫做向量求和的**三角形法则**.

注意：(1) (5-1)式对求两个共线向量的和仍成立；

向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向：作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$[图 5-7(1)].

向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向：作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$[图 5-7(2)].

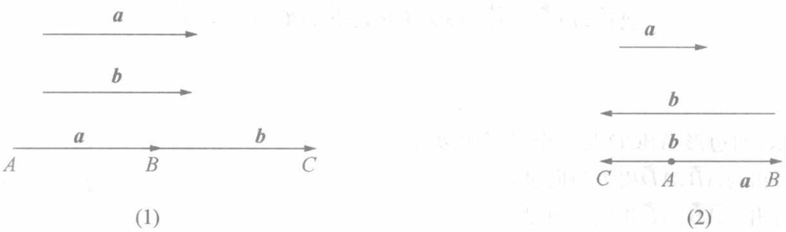


图 5-7

(2) 零向量与任一向量 $\boldsymbol{a}$ 的和有

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}.$$

(3) 任一向量 $\boldsymbol{a}$ 与它的负向量的和有

$$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}.$$

例 2 如图 5-8，$ABCD$ 是平行四边形，求$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

解 由于$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$，因此

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$

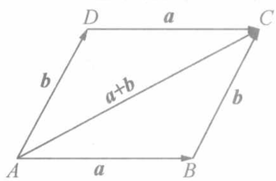


图 5-8

从例 2 看到，求不共线的两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的和，还可以从同一起点 A 作$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，再以$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AD}$为邻边作平行四边行 $ABCD$，于是对角线上的向量$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 即

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}. \tag{5-2}$$

如图 5-8 所示.

这个法则叫做向量加法的**平行四边形法则**.

不难证明，向量的加法满足如下运算律：

(1) 加法交换律 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；

(2) 加法结合律$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

根据向量加法的结合律，多个向量的和，例如，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$ 是唯一确定的.

平面上任选一点 O，作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$、$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}$、$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{c}$、$\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{d}$，则有向线段$\overrightarrow{OD}$就表示 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}$，即

$$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}.$$

如图 5-9 所示.

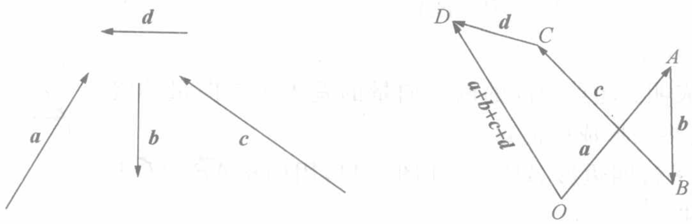


图 5-9

练习

如图已知 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，分别用向量加法的三角形法则和平行四边形法则作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

例 3 求下列各题中的和向量：

(1) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$； (2) $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$； (3) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{AB})$.

解 (1) $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$；

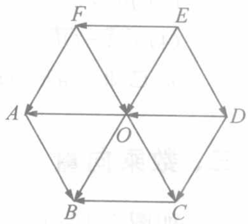
(2) $\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB})+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CC}=\mathbf{0}$；

(3) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{EF}+\mathbf{0}=\overrightarrow{EF}$.

练习

根据右图，求下列各题中的和向量：

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$；
2. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}$；
3. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}$.



2. 向量的减法

向量的减法运算规定为：

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b}).$$

根据向量减法的定义，起点相同的两个向量$\overrightarrow{OA}$减去$\overrightarrow{OB}$的差为

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}&=\overrightarrow{OA}+(-\overrightarrow{OB})\\&=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BO}\\&=\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{BA}.\end{aligned}$$

即 $$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}. \tag{5-3}$$

如图 5-10 所示.

公式(5-3)表明：起点相同的两个向量的差等于减向量的终点到被减向量的终点形成的向量.

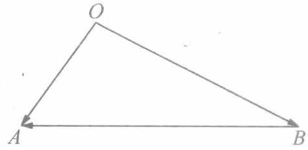


图 5-10

例 4 已知平行四边形 $ABCD$，如图 5-11，用向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$表示向量$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{DB}$和$\overrightarrow{CD}$.

解 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$；

$\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$；

$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$.

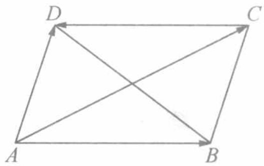
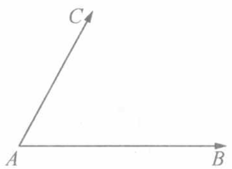


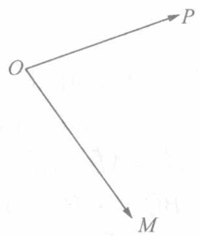
图 5-11

练习

1. 在下列各图中，画出差向量：

(1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$；　　(2) $\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OM}$.





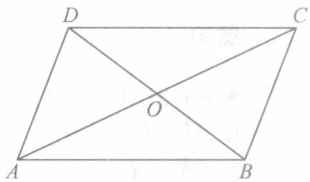
2. 如图，O 为平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线的交点，填空：

(1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=$__________；

(2) $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=$__________；

(3) $\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{CD}=$__________；

(4) $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=$__________.



3. 已知三角形 ABC，用向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$表示向量$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CB}$.

三、数乘向量

如图 5-12 所示，已知向量 $\boldsymbol{a}$，作出：

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}$；　　(2) $(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})$.

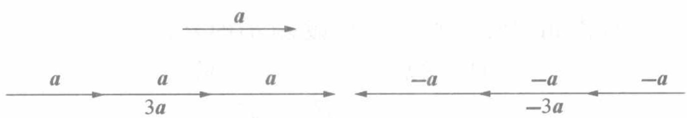


图 5-12

3 个 $\boldsymbol{a}$ 连加，记作 $3\boldsymbol{a}$，3 个$(-\boldsymbol{a})$连加，记作 $-3\boldsymbol{a}$. 即

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{a}, \qquad (-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})+(-\boldsymbol{a})=-3\boldsymbol{a}.$$

由图 5-12 我们可以看到，$3\boldsymbol{a}$ 仍是一个向量，它的长等于 $3|\boldsymbol{a}|$，方向与 $\boldsymbol{a}$ 同向；$-3\boldsymbol{a}$ 也是一个向量，它的长等于 $3|\boldsymbol{a}|$，方向与 $\boldsymbol{a}$ 反向.

由上述分析，引出数乘向量的概念.

实数 λ 和向量 $\boldsymbol{a}$ 的乘积，记作 $\lambda\boldsymbol{a}$. 称为数乘向量. $\lambda\boldsymbol{a}$ 仍是一个向量，它的长为

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|.$$

它的方向：如果 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，(1) 当 $\lambda>0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同；

(2) 当 $\lambda<0$ 时，$\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反；

当 $\lambda=0$ 或 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$ 时，$0\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$，$\lambda\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}$.

可以证明，数乘向量满足下列运算律：

(1) $(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$；

(2) $\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$；

(3) $\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

例 5 计算下列各式：

(1) $(-2)\times\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-3\times\boldsymbol{0}$；

(2) $2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

解 (1) $(-2)\times\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-3\times\boldsymbol{0}=\left(-2\times\frac{1}{2}\right)\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{a}$；

(2) $2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-3(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{a}+5\boldsymbol{b}$.

向量的加法、减法与数乘向量的运算，通常叫做**向量的线性运算**.

练习

计算下列各式：

(1) $(-5)\times\frac{2}{3}\boldsymbol{a}$；　　(2) $-2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-5(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

四、向量共线的条件

由数乘向量的定义可以得出：

若 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$，则对于任意的实数 λ，有 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 共线；反过来，可以证明，如果 $\boldsymbol{b}$ 与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 共线，那么则一定存在一个实数 λ，使 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

也就是说，与一个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 共线的所有向量组成的集合是

$$\{\boldsymbol{b} \mid \boldsymbol{b} = \lambda \boldsymbol{a}, \lambda \in \mathbf{R}\}$$

例 6　E、F 分别是$\triangle ABC$的边 AB、AC 上的中点(如图 5-13)，求证：$EF /\!/ BC$.

证　为了证明 $EF /\!/ BC$，只要证$\overrightarrow{EF}$与$\overrightarrow{BC}$共线.

因为 E、F 分别是 AB、AC 的中点，则

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

即

$$\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}.$$

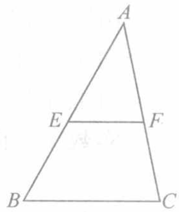


图 5-13

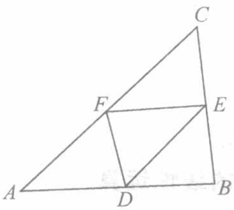
所以$\overrightarrow{EF}$与$\overrightarrow{BC}$共线，从而 $EF /\!/ BC$.

习　题　5.1

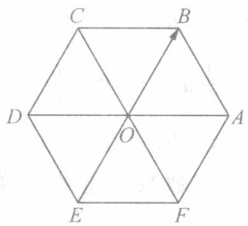
1. 具有相同始点的有向线段如果表示同一个向量，那么它们的终点的位置是否相同？
2. 已知 D、E、F 是$\triangle ABC$各边的中点，分别写出图中与$\overrightarrow{DE}$、$\overrightarrow{EF}$、$\overrightarrow{FD}$相等的向量.
3. 如图所示，设 O 为正六边形 $ABCDEF$ 的中心，找出：

(1) 与向量$\overrightarrow{OB}$相等的向量；　　　(2) $\overrightarrow{OB}$的负向量；

(3) 与向量$\overrightarrow{OB}$共线的非零向量.



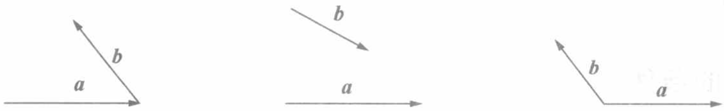
第 2 题图



第 3 题图

4. 已知下列各组向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，求作

(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$；　　　(2) $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.

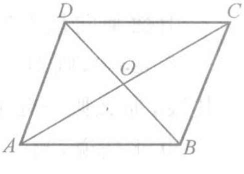


5. 如图填空：

(1) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DB}=$__________；

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=$__________；

(3) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=$__________；



(4) $\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=$ ________.

6. 化简下列各式：

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$；

(2) $\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}$；

(3) $\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{CD})+\overrightarrow{CD}$；

(4) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}$.

7. 化简下列各式：

(1) $4\times(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})+5\times(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$；

(2) $2\times(3\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})-3\times(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{c})$；

(3) $\frac{1}{4}(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})-\frac{1}{6}(5\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}$.

8. 已知△ABC，D 为 BC 边的中点，求证：$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$.

9. 已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线交于 O 点，设$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$、$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，试用 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OD}$、$\overrightarrow{BC}$和$\overrightarrow{DC}$.

10. 已知 O 是线段 AB 外的一点，P、Q 是线段 AB 的三等分点，试用$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$表示$\overrightarrow{OP}$、$\overrightarrow{OQ}$.

§5.2　向量的坐标表示及运算

一、轴上向量的坐标表示及运算

如图 5-14 所示. 已知数轴 Ox，取单位向量 $\boldsymbol{i}$，使 $\boldsymbol{i}$ 的方向与数轴的正方向相同. 我们把与 $\boldsymbol{i}$ 共线的向量都叫做这根轴上的向量.

图 5-14

设 $\boldsymbol{a}$ 是轴上的任一向量，即 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{i}$ 共线，由向量共线的条件知，存在唯一的实数 x，使得

$$\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i},$$

我们把上式中的 x 叫做轴上向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标.

向量 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}$ 的大小为$|x|$，当 $x>0$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{i}$ 方向相同，$x<0$ 时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{i}$ 方向相反.

例如，$\overrightarrow{OA}=3\boldsymbol{i}$，表示向量$\overrightarrow{OA}$在轴上的坐标为 3；$\overrightarrow{OB}=-2\boldsymbol{i}$，表示向量$\overrightarrow{OB}$在轴上的坐标为 -2(图 5-14).

例 1　设轴上的向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的坐标分别为 λ 和 μ，求 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 在这个轴上的坐标.

解　由已知条件得