



网 络 分 析

张保安 王书和 主编

李业书

控制包 98-1

4# 505

-776

郑州轻工业学院

一九九七年九月八日

郑州轻工业学院
图书馆
PDF

目 录

第一章 网络函数	2
§ 1-1 网络函数的定义及其性质.....	2
§ 1-2 复频率平面,网络函数的极点和零点.....	9
§ 1-3 极点、零点与冲激响应.....	11
§ 1-4 极点、零点与频率响应.....	14
小结.....	30
第二章 网络图论和网络方程	34
§ 2-1 电路的图.....	34
§ 2-2 关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵.....	40
§ 2-3 矩阵 $[A]$ 、 $[B_r]$ 、 $[Q_r]$ 之间的关系.....	50
§ 2-4 节点电压方程的矩阵形式.....	59
§ 2-5 回路电流方程的矩阵形式.....	71
§ 2-6 割集电压方程的矩阵形式.....	74
§ 2-7 移源法.....	76
§ 2-8 2b 表格法.....	78
§ 2-9 状态变量法.....	82
小结.....	91
第三章 二端口网络	94
§ 3-1 端口条件及二端口网络.....	94
§ 3-2 二端口网络的方程和参数矩阵.....	96
§ 3-3 二端口网络的等效电路.....	112
§ 3-4 二端口网络的联接.....	117
§ 3-5 有端接的二端口网络.....	123
§ 3-6 有源二端口器件.....	132
小结.....	140
第四章 均匀传输线	142
§ 4-1 均匀传输线及其方程.....	142
§ 4-2 均匀传输线方程的正弦稳态解.....	146
§ 4-3 均匀传输线的行波.....	151
§ 4-4 均匀性的传播特性.....	156
§ 4-5 终端接特性阻抗的传输线.....	161
§ 4-6 终端接任意阻抗的传输线.....	161
§ 4-7 无畸变线.....	166
§ 4-8 无损耗线方程的通解.....	177
§ 4-9 波的反射与折射.....	182
小结.....	188

前 言

自一九九〇年以来,我们将原有“电路”课程的理论部分改革成“电路基础”和“网络分析”两门课。

电路基础包括:电路的基本概念和电路定律;网络的等效变换分析法;电阻电路的一般分析法;网络定理;含运算放大器的电阻电路;正弦稳态电路分析;耦合电感和理想变压器;谐振电路;三相电路;周期性非正弦稳态电路分析;一阶电路的时域分析;二阶电路的时域分析;线性电路的复频域分析及非线性电路。

网络分析包括:网络函数;网络图论和网络方程,二端口网络及均匀传输线。

与两门课相应的有电路基础活页习题集及网络分析活页习题集。

本书是根据我校的实际情况,结合我们多年的教学实践编写的一本网络分析课的讲义。为了在规定学时内取得好的教学效益,力求有足够的深度和适当的广度尽量做到深入浅出,便于读者自学。

本书由张保安、王书和主编。第一章由张保安执笔。第二章由王季方执笔。第三章由路立平执笔。第四章由王书和执笔。

本书在编写过程中参考了与国内外有关的书刊和部分院校的内部讲义。在此对同行们表示深切的谢意!

限于编者水平,加上时间仓促,错误和不当之处在所难免,恳切希望读者批评,指正。

编者 1996. 2. 26

第一章 网络函数

内 容 提 要:

本章介绍网络函数及其在电路分析中的应用。主要内容有网络函数的定义,分类和性质,网络函数极点和零点,并在此基础上讨论极点和零点的分布对时域响应和频率特性的影响。

在不含独立电源,且所含储能元件的初始储能为零的松弛网络中,任一响应(输出)都是激励(输入)作用的结果。如果我们仅关心输出和输入关系的话,则可用网络函数加以描述。

§ 1-1 网络函数的定义及其性质

一、网络函数的定义和分类。

在线性非时变网络中,某一处零状态响应的象函数与网络输入的象函数的比值称作该响应的网络函数。

$$H(s) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\mathcal{L}[\text{零状态响应}]}{\mathcal{L}[\text{激励}]} = \frac{\mathcal{L}[r(t)]}{\mathcal{L}[e(t)]} = \frac{R(s)}{E(s)} \quad (1-1)$$

输出 响应
输入 激励

$$\text{或 } R(s) = H(s)E(s)$$

式中 $e(t)$ — 激励(输入) $r(t)$ — 零状态响应(输出)

由此可见,网络函数它是连系激励和响应的函数。

当 $e(t) = \delta(t)$ 时,其响应 $r(t) = h(t)$, 为冲激响应。

$$\text{此时, } E(s) = \mathcal{L}[\delta(t)] = 1 \quad R(s) = H(s) = \mathcal{L}[h(t)]$$

$$\text{即 } H(s) = \mathcal{L}[h(t)] \quad \text{或 } \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = h(t) \quad (1-2)$$

上式表明,网络函数与单位冲激响应构成了拉氏变换对,这个关系极为重要,因为它作桥梁把线性非时变网络的时域分析和复频域分析沟通起来,才使得我们能够用网络在时域的表现来估量网络在复频域的行为或反之。由此可见,如果已知网络的单位冲激响

应 $h(t)$, 就可以确定其网络函数 $H(s)$, 然后通过 $R(s) = H(s) \cdot E(s)$ 就可以求出该网络对其它激励的响应。应当注意, 网络函数只是给我们提供一种计算电路零状态响应的途径。一般情况下, 并不能用它来计算全响应。

在 $s = j\omega$ 时

$$H(s) = H(j\omega) = \frac{\text{正弦响应相量}}{\text{正弦输入相量}} = \frac{R}{E} \quad (1-3)$$

$H(j\omega)$ 称为正弦稳态时的网络函数。

网络函数是对一定的激励和响应而言的。同一网络对不同处的响应网络函数是不同的, 按照激励和响应的不同网络函数可以分成以下六类:

激励和响应在同一端口

驱(策)动点阻抗函数 $Z_{11} = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} \quad (1-4a)$

驱(策)动点导纳函数 $Y_{11} = \frac{I_1(s)}{U_1(s)} \quad (1-4b)$

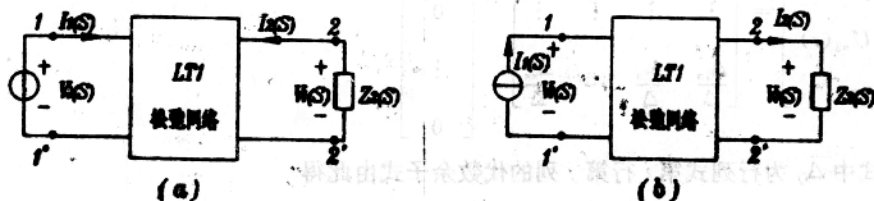


图 1-1 驱(策)动点函数和转移函数的说明

激励和响应分属不同端口

转移阻抗函数 $Z_{21}(s) = \frac{U_2(s)}{I_1(s)} \quad (1-4c)$

转移导纳函数 $Y_{21}(s) = \frac{I_2(s)}{U_1(s)} \quad (1-4d)$

电压转移函数(传输出电压比) $H_V(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} \quad (1-4e)$

电流转移函数(传输电流比) $H_I(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)} \quad (1-4f)$

显然, 同一端口的驱(策)动点阻抗和驱(策)动点导纳互为倒数, 即 $Z_{11}(s) = \frac{1}{Y_{11}(s)}$

而转移阻抗与转移导纳之间不存在这种关系。

习惯上网络函数是指传递函数而言,通过传递函数告诉我们信号通过电路(从输入端传递到输出端)时电路或网络对信号传递所起的作用。

二、网络函数的确定

对于任意给定的线性非时变网络,可利用各种分析方法来得出所需的网络函数。作为例子,下面介绍一种在有 n 个节点的网络中确定网络函数的方法。图 1-2 中特意标出与输入、输出支路相关的节点,网络的其余部分用一个两端口的松弛网络 H_0 表示。若设网络的节点导纳矩阵为 $[Y_n(s)]$,对应的行列式为 Δ ;节点电压列向量为 $[U_n(s)]$,输入电流源的电流列向量为 $[J_n(s)]$ 则按节点分析法有

$$[Y_n(s)][U_n(s)] = [J_n(s)]$$

$$\text{或 } [U_n(s)] = [Y_n(s)]^{-1}[J_n(s)]$$

将上式展开,即可写为:

$$\begin{bmatrix} U_{n_1}(s) \\ U_{n_2}(s) \\ U_{n_3}(s) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta} & \frac{\Delta_{21}}{\Delta} & \dots & \frac{\Delta_{n1}}{\Delta} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\Delta_{1n}}{\Delta} & \frac{\Delta_{2n}}{\Delta} & \dots & \frac{\Delta_{nn}}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

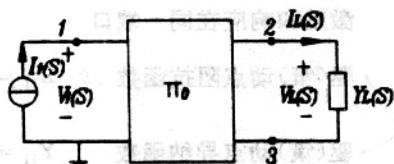


图 1-2 求网络函数示例

式中 Δ_{ij} 为行列式第 i 行第 j 列的代数余子式由此得

$$U_1(s) = U_{n_1}(s) = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} I_1(s)$$

$$U_{n_2}(s) = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} I_1(s)$$

$$U_{n_3}(s) = \frac{\Delta_{13}}{\Delta} I_1(s)$$

$$\text{而 } U_L(s) = U_{n_2}(s) - U_{n_3}(s) = \frac{\Delta_{12} - \Delta_{13}}{\Delta} I_1(s)$$

$$I_L(s) = U_L(s) Y_L(s)$$

所求网络函数为

$$\text{驱(策)动点阻抗函数 } Z_{11}(s) = \frac{1}{Y_{11}(s)} = \frac{\Delta}{\Delta_{11}}$$

$$\text{转移阻抗函数 } Z_{L1}(s) = \frac{U_L(s)}{I_1(s)} = \frac{\Delta_{12} - \Delta_{13}}{\Delta}$$

$$\begin{aligned}
 \text{转移导纳函数 } Y_{L_1}(s) &= \frac{I_L(s)}{U_1(s)} = U_L(s)Y_L(s) / \frac{\Delta_{11}}{\Delta} I_1(s) \\
 &= Y_L(s) \frac{\Delta}{\Delta_{11}} \left(\frac{\Delta_{12} - \Delta_{13}}{\Delta} \right) \\
 &= Y_L(s) \left(\frac{\Delta_{12} - \Delta_{13}}{\Delta_{11}} \right)
 \end{aligned}$$

电压转移函数(传输电压比)

$$H_v = \frac{U_L(s)}{U_i(s)} = \frac{\Delta_{12} - \Delta_{13}}{\Delta_{11}}$$

电流转移函数(传输电流比)

$$H_i(s) = I_L(s)/I_1(s) = Y_L(s) \frac{\Delta_{12} - \Delta_{13}}{\Delta}$$

从以上的分析不难理解, 网络函数不仅决定于网络的结构和元件的参数, 也决定于输入输出的含义及作用位置。

二、网络函数的性质

1. 对于任意线性非时变网络, 冲激响应的拉氏变换等于该网络相应的网络函数。

$$\text{即 } H(s) = \mathcal{L}[h(t)]$$

换句话说, $H(s)$ 的原函数 $h(t)$ 即为该网络的冲激响应。

因此, 对于任何一个线性非时变电路, 只要先画出它的复频域电路模型, 用线性电路的任何计算方法求出网络函数 $H(s)$, 然后取其拉氏反变换就得到单位冲激响应 $h(t)$ 。这比在时域里由微分方程求单位冲激响应的方法容易的多。

2. 由于线性非时变电路是由线性元件 $R, L(M), C$ 及独立源、受控源(控制系数为常数)组成, 所以列出的方程为 S 的实系数代数方程, 网络函数一定是 S 的实系数有理函数, 一般可以表示成如下的形式, 即

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}$$

式中, 分子分母的各项系数都为实数。

且分子, 分母多项式的根均可实数或共轭复数。

$$3. \text{ 由于 } R(s) = H(s) \cdot E(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \cdot \frac{P(s)}{Q(s)}$$

式中 N, D, P, Q 都是 S 的多项式。

$R(s)$ 的部分分式展开式的一般形式可以写为

$$R(s) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{S - S_i} + \sum_{j=1}^m \frac{B_j}{S - S_j} \quad (1-5)$$

式中 S_i 为分母多项式 $D(s) = 0$ 的根, 而 S_j 为 $Q(s) = 0$ 的根。上式是在两者没有相同根的条件下得到的。

如果取 $R(s)$ 的拉普拉斯反变换, $\mathcal{L}^{-1}[R(s)] = r(t)$, 可得到响应的时域表达式

$$r(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{S_i t} + \sum_{j=1}^m B_j e^{S_j t} \quad (1-6)$$

从式(1-4)可以看出, S_i 是 $D(s) = 0$ 的根, 它只与 $H(s)$ 有关, 而与外施激励 $E(s)$ 无关。因此式(1-5)中的第一个和式表示电路的自由分量(或暂态分量); 而第二个和式则表示了强制分量。电路的过渡特性主要由自由分量决定, 它的变化规律取决于 S_i 值, 而 S_i 仅与 $H(s)$ 有关, 即仅与网络结构及元件参数有关。它是表征网络固有特性的一个物理量, 称为网络的固有频率或自然频率, (这里的“频率”概念与周期量的频率当然是不一样的。) 即网络函数 $H(s)$ 分母多项式 $D(s) = 0$ 的根对应网络变量的固有频率。

设式(1-5)或(1-6)的响应表示网络的一个支路电流或一个节点电压, 或任何其它网络变量在给定初始条件下的零输入响应。则将有(此时响应是由附加电源引起的。)

$$R(s) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{S - S_i}$$

$$r(t) = \sum_{i=1}^n A_i e^{S_i t}$$

式中 A_i 将由给定的初始状态来确定, 而 S_i 则仅由网络的结构及元件参数来确定。

四: 例题分析

例 1-1 电路如图(1-3)所示, (1)求网络函数 $H(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)}$ (2)设激励为单位冲激电流源, 求响应 $I_2(s)$ 的原函数。

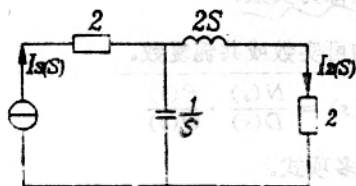


图 1-3 例 1-1 图

当 $U_1(s) = 1$ 时 $I_2(s) = H(s) = \frac{1}{2s^2 + 2s + 1} = \frac{\frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{2}}$

解: (1) $I_2(s) = \frac{\overset{\text{成反比}}{1}}{s} \cdot \overset{\text{分流}}{I_1(s)} = \frac{1}{2s^2 + 2s + 1} \cdot I_1(s)$

$$\therefore H(s) = \frac{I_2(s)}{I_1(s)} = \frac{1}{2s^2 + 2s + 1} = \frac{\frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{2}}$$

(2) 由于 $H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{2}} = \frac{K}{s + \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}} + \frac{K^*}{s + \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}}$

而 $K = \left[(s + \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}) \frac{N(s)}{D(s)} \right]_{s = -\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}} = \left. \frac{\frac{1}{2}}{s + \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}} \right|_{s = -\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{j}$

$$= -j \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \angle -90^\circ$$

$$K^* = \frac{1}{2} \angle 90^\circ$$

$$\therefore H(s) = \frac{-j \frac{1}{2}}{s + \frac{1}{2} - j\frac{1}{2}} + \frac{j \frac{1}{2}}{s + \frac{1}{2} + j\frac{1}{2}}$$

$I_2(t)$

$$= h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = 2|k|e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \theta) = 2 \times \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}t} \cos(\frac{1}{2}t - 90^\circ)$$

$$= e^{-\frac{1}{2}t} \sin \frac{1}{2}t$$

例(1-2) 已知描述网络的微分方程式为

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 2y = 2 \frac{dx}{dt} + 3x$$

(x - 激励 y - 响应) 求该网的网络函数 $H(s)$

解: 方法一, 对给定的网络方程, 令其初始状态为零, 并作拉普拉斯变换。

$$S^2Y(s) + 3SY(s) + 2Y(s) = 2SX(s) + 3X(s)$$

$$\therefore H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{2S + 3}{S^2 + 3S + 2}$$

方法二, 求网络的单位冲激响应

则原方程变为

又解: $= \frac{\frac{1}{2}}{s^2 + s + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{(s + \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2}$

$$\frac{d^2h(t)}{dt^2} + 3\frac{dh(t)}{dt} + 2h(t) = 2\delta^{(1)}(t) + 3\delta(t)$$

则特征方程为

$$p^2 + 3p + 2 = 0$$

$$\therefore (p+2)(p+1) = 0$$

$$h(t) = \sum_{i=1}^n K_i e^{p_i t} = K_1 e^{-t} + K_2 e^{-2t}$$

将 $h(t)$ 代入原方程, 经运算并整理后得

$$\begin{cases} K_1 + K_2 = 2 \\ 2K_1 + K_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{则 } K_1 = K_2 = 1$$

$$\text{所以 } h(t) = (e^{-t} + e^{-2t}) \cdot \epsilon(t)$$

$$\therefore H(s) = \mathcal{L}[h(t)] = \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+2} = \frac{2s+3}{s^2+3s+2}$$

例 1-3 如图所示电路, 求响应分别为 i_1, i_2, i_3 时的网络函数。

储能元件均为零初始状态。

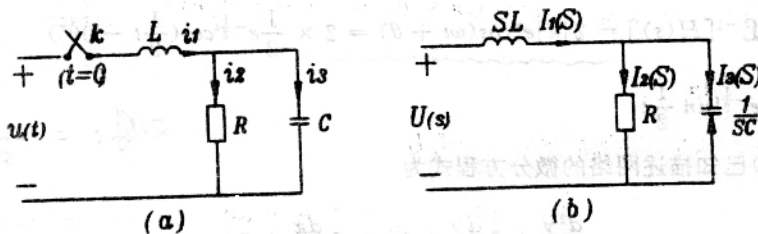


图 1-4 例 1-3 图

解(1)画出原电路的运算电路图如(b)图所示:

(2)求入端阻抗

$$Z(s) = SL + \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R + SL(SCR + 1)}{SCR + 1} = \frac{S^2 LCR + SL + R}{RCS + 1}$$

$$\therefore \text{网络函数 } H(s) = \frac{I_1(s)}{U(s)} = Y_{11}(s) = \frac{1}{Z_{11}(s)} = \frac{RCS + 1}{LCRS^2 + LS + R}$$

$$(3) \text{ 且 } I_2(s) = \frac{1}{\frac{1}{SC} + R} I_1(s) = \frac{(CRS + 1)}{LCRS^2 + LS + R} U(s) \cdot \frac{1}{RCS + 1}$$

$$= \frac{U(s)}{LCR} \cdot \frac{1}{S^2 + \frac{1}{RC} \cdot S + \frac{1}{LC}}$$

$$\therefore \text{网络函数 } H(s) = \frac{I_2(s)}{U(s)} = Y_{21}(s) = \frac{1}{S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC}} \cdot \frac{1}{LCR}$$

$$(4) \text{ 又因 } I_3(s) = \frac{R}{\frac{1}{SC} + R} I_1(s) = \frac{U(s)(CRS + 1)}{LCRS^2 + LS + R} \cdot \frac{RCS}{(CRS + 1)}$$

$$= \frac{RCS}{LCRS^2 + LS + R} \cdot U(s) = \frac{RCS}{LCR(S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC})} \cdot U(s)$$

$$\therefore \text{网络函数 } H(s) = \frac{I_3(s)}{U(s)} = Y_{21}(s) = \frac{1}{LCR} \cdot \frac{RCS}{S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC}}$$

$$= \frac{1}{L} \cdot \frac{S}{S^2 + \frac{1}{RC}S + \frac{1}{LC}}$$

§ 1-2 复频率平面, 网络函数的极点和零点

通过上节的讨论, 我们可以看到求电路的零状态响应可以归结为求电路的网络函数。也就是说通过对网络函数的研究能够认识电路动态过程的特征。但是网络函数 $H(s)$ 是变量 $s = \sigma + j\omega$ 的函数, 是复变函数。研究复变函数需要复数平面, 它是如何构成的, 下面我们加以介绍。

一、复频率平面 (S)

以 s 的实部 σ 和虚部 $j\omega$ 构成的复数平面, 又称作 S 平面如图(1-5)所示。由于 S 具有特殊的意义, 它是复频率, 因此 S 平面又称为复频率平面。

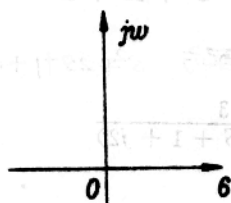


图 1-5 复频率平面 (S)

由复频率平面分析电路也是电路分析的重要方法之一。它既可以用来分析电路的过渡过程,又可以用来研究电路的正弦稳态响应,并且这种分析和研究与网络函数的极点和零点密切相关。

二、网络函数的极点和零点。

如前所说,线性集中参数电路的网络函数,一般可以表示成如下的多项式

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + a_{m-2} s^{m-2} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_1 s + b_0}$$

其中: m, n 都是正整数,同时所有系数均为实数。

设: z_1, z_2, \dots, z_m 为分子多项式 $N(s)$ 的根

p_1, p_2, \dots, p_n 为分母多项式 $D(s)$ 的根

$$\text{则 } H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = H_0 \cdot \frac{(S - z_1)(S - z_2) \cdots (S - z_m)}{(S - p_1)(S - p_2) \cdots (S - p_n)} = H_0 \cdot \frac{\prod_{j=1}^m (s - z_j)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} \quad (1-7)$$

式中 $H_0 = \frac{a_m}{b_n}$ 是一常数,可正可负。

1. 当 $S = z_j$ 时 ($j = 1, 2, \dots, m$) $H(s)$ 等于零,所以 z_1, z_2, \dots, z_m 称为网络函数 $H(s)$ 的零点,在 S 平面上用“O”表示。

2. 当 $S = p_i$ 时 ($i = 1, 2, \dots, n$) $H(s)$ 等于 ∞ ,所以 p_1, p_2, \dots, p_n 称为网络函数 $H(s)$ 的极点,在 S 平面上用“X”表示。

3. 4. 并且用“⊙”表示双重零点,用“#”表示双重极点。

无论是网络函数极点还是零点,都只与网络结构和元件参数有关而与激励无关,一般极点和零点都是复数,把这些复数标在 S 平面上所得到的图称为网络函数的极点、零点分布图。

例 1-4 绘出网络函数 $H(s) = \frac{S+3}{S^2+2S+5}$ 的极点、零点分布图。

$$\begin{aligned} \text{解: } H(s) &= \frac{S+3}{S^2+2S+5} \quad \text{配方} \quad S^2+2S+1+4 = (S+1)^2+2^2 \\ &= \frac{S+3}{(S+1-j2)(S+1+j2)} \end{aligned}$$

由此得零点 $z_1 = -3$

极点 $p_1 = -1 + j2$

$$p_2 = -1 - j2$$

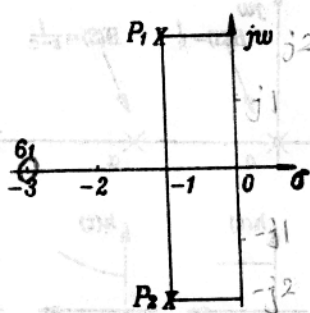


图 1-6 例 1-4 图

图 1-6 极点和零点分布图如图(1-6)所示

§ 1-3 极点、零点与冲激响应。

前面我们导出了网络函数与冲激响应之间的关系。

$$\mathcal{F}[h(t)] = H(s) \quad h(t)$$

它作为桥梁把线性非时变网络的时域分析和复频域分析沟通起来,使得我们能够用网络在时域的表现来估量网络在复频域的行为,或反之。网络函数 $H(s)$ 中包含了动态电路性质的全部信息,因此冲激响应也一样包含了动态电路性质的全部信息,下面我们进一步讨论如何根据网络函数 $H(s)$ 极点,零点分布预见冲激响应 $h(t)$ 的特性。

一、极点的分布与冲激响应的关系

若网络函数的表达式为

$$H(s) = H_0 \frac{(S - z_1)(S - z_2) \cdots (S - z_m)}{(S - p_1)(S - p_2) \cdots (S - p_n)} \quad H_0 = \frac{a_m}{b_n}$$

$$\text{则冲激响应为 } h(t) = \mathcal{F}^{-1}[H(s)] = \mathcal{F}^{-1}\left[\sum_{i=1}^n \frac{K_i}{S - p_i}\right] = \sum_{i=1}^n K_i e^{p_i t}$$

式中 K_i 是与 H_0 及零点有关的系数,可以是实数或共轭复数。上式中每一项(每一分量)的性质都取决于极点在 S 平面上的分布情况。或者说取决于自然频率在 S 平面的位置。

1. 位于实轴上的极点,对应的冲激响应是衰减的或增长的指数函数。衰减(或增长)的快慢与极点离虚轴的远近密切相关。位于坐标原点的极点,对应的冲激响应既不衰减

(或增长)也不振荡,是一个稳定的直流,见图(1-7)。位于左半平面实轴上的双重极点,对应的冲激响应见图(1-8)。

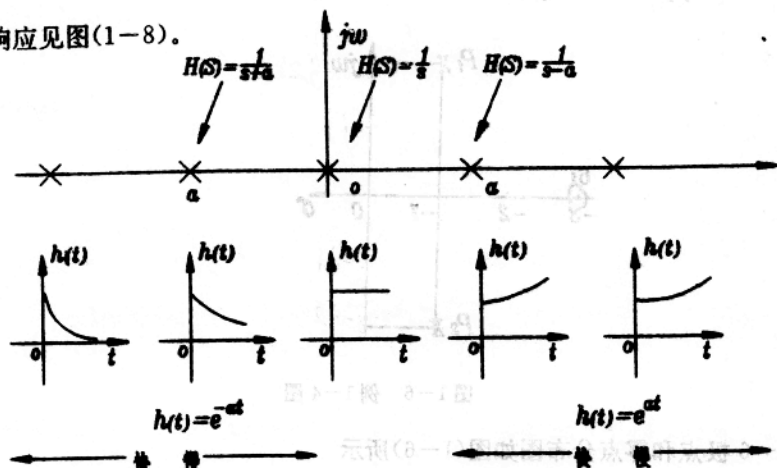


图1-7 位于实轴上的极点对冲激响应的影响。

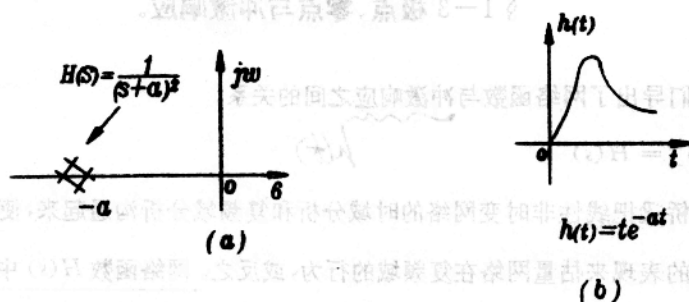


图1-8 位于左半平面的实轴上的双重极点,对冲激响应的影响

2. 位于S左半平面的极点,对应的冲激响应是衰减的正弦量,见图(1-9)。

位于S右半平面的极点对应的冲激响应是增长的正弦量,见图(1-10)。

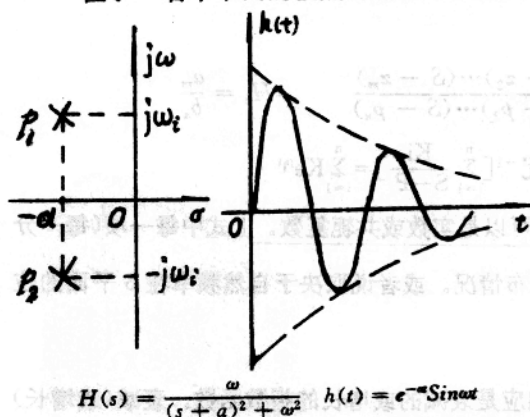


图1-9 左半平面的极点对冲激响应的影响

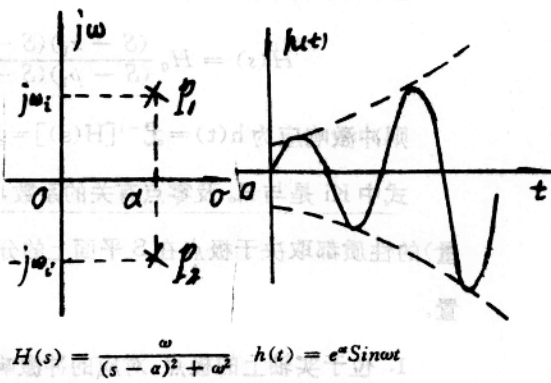


图1-10 右半平面的极点对冲激响应的影响。

3. 位于虚轴上的共轭极点、对应的冲激响应是等幅振荡的正弦量, 见图(1-11)。极点远离实轴, 对应时域响应的频率就变化快。

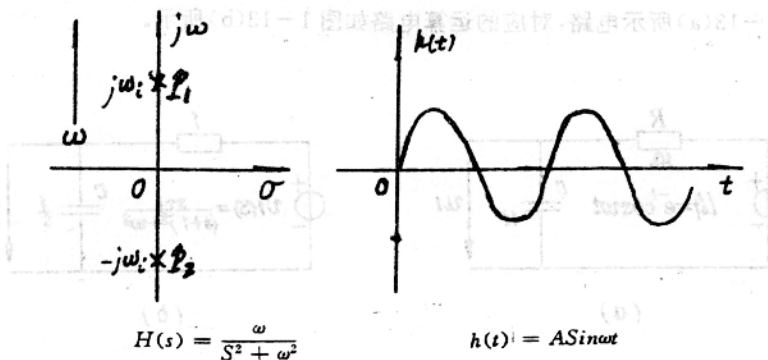


图 1-11 位于虚轴上的极点对冲激响应的影响。

4. 共轭极点位于虚轴上, 零点在原点见图 1-12。

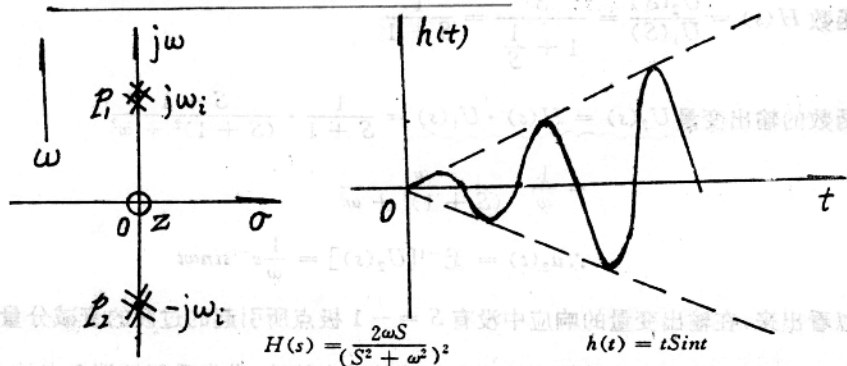


图 1-12 零点在原点及虚轴上共轭极点对冲激响应的影响。

通过上面的分析可以看出冲激响应 $h(t)$ 的波形明显地受到网络函数 $H(s)$ 极点的制约, 极点在 S 平面上的位置控制着 $h(t)$ 衰减的快慢和振荡的快慢。

二、零点对冲激响应的影响。

由于零点不是网络的固有频率, 所以它不影响冲激响应衰减的快慢和振荡的快慢, 但却影响冲激响应的幅度。这是因为确定网络函数部分分式中的每个常数 K 时, 都要有零点参入, 而这些常数 K 又恰恰是冲激响应中各项幅度的缘故。

三、网络函数输出变量的响应不仅与网络函数中的各极点有关, 还与激励源的形式有关。

如果激励函数的零点正好等于网络函数中的一个极点,则两者就会抵消,使输出变量的响应中不含有被抵消的极点所引起的响应。

如图 1-13(a) 所示电路,对应的运算电路如图 1-13(b) 所示。

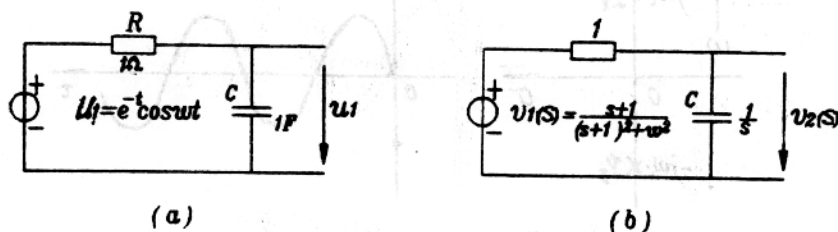


图 1-13 激励对网络函数输出变量响应的影响。

$$\text{其网络函数 } H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{1}{s}} = \frac{1}{s+1}$$

$$\begin{aligned} \text{而网络函数的输出变量 } U_2(s) &= H(s) \cdot U_1(s) = \frac{1}{s+1} \cdot \frac{s+1}{(s+1)^2 + \omega^2} \\ &= \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\omega}{(s+1)^2 + \omega^2} \end{aligned}$$

$$\therefore u_2(t) = \mathcal{L}^{-1}[U_2(s)] = \frac{1}{\omega} e^{-t} \sin \omega t$$

由此可以看出来,在输出变量的响应中没有 $S = -1$ 极点所引起的过渡的衰减分量。所以在有些电路和系统中,为了改善输出波形和电路的动态特性,常常采用抵消极点的方法。

§ 1-4 极点、零点与频率响应

一、网络的频率响应(特性)

令 $S = j\omega$ 便得到描述网络正弦稳态特性的网络函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\omega - z_1)(j\omega - z_2) \cdots (j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2) \cdots (j\omega - p_n)} = |H(j\omega)| \angle \varphi(j\omega) = \frac{R}{E}$$

上式中幅模 $|H(j\omega)|$ 随 ω 的变化规律,称为网络的幅频响应(特性)。反映了响应与激励幅度之比值与频率的关系。相位 $\varphi(j\omega)$ 随着 ω 变化的规律称为网络的相频响应(特

性)。反映了响应与激励的相位差与频率的关系。

在求得 $H(j\omega)$ 之后,用解析的方法可以找出网络的频率响应。但另一方面由于网络函数的性质由其极,零点决定,因此 $H(j\omega)$ 的频率响应,自然与极、零点密切相关。可以从极、零点图对网络的频率响应作出估计。

二、网络函数的图解求值。

设 $S = S_0$ 由 1-7 式得, $H(s) = H(S_0) = H_0 \frac{\prod_{j=1}^m (S_0 - z_j)}{\prod_{i=1}^n (S_0 - p_i)}$

上式中,无论是分子或分母的因式均可在 S 平面上用一矢量表示。现以 $(S_0 - z_j)$ 为例,因 S_0, z_j 都是复数,故在 S 平面上可以找到 S_0, z_j 的位置,并作矢量(从原点 O 到 S_0, z_j 连线)如图 1-14 所示。

从 z_j 到 S_0 作一矢量,(见图 1-14)便是 $(S_0 - z_j)$ 的几何表示。则 $(S_0 - z_j) = |N_j| \angle \Psi_j (j = 1, 2, \dots, m)$

同样可以作出 $(S_0 - p_i) = |M_i| \angle \theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$

把上面的式子代入

$$H(s_0) = |H_0| \angle \Psi_0 \frac{|N_1| \angle \Psi_1 |N_2| \angle \Psi_2 \dots |N_m| \angle \Psi_m}{|M_1| \angle \theta_1 |M_2| \angle \theta_2 \dots |M_n| \angle \theta_n}$$

$$= |H_0| \frac{|N_1| |N_2| \dots |N_m|}{|M_1| |M_2| \dots |M_n|} \angle \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2 + \dots + \Psi_m - \theta_1 - \theta_2 - \dots - \theta_n \quad (1-8)$$

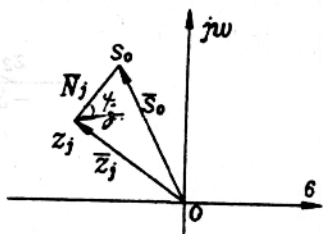


图 1-14 因式 $(S_0 - z_j)$ 的几何表示

式中 $|H_0|$ 是 H_0 的幅值(模)

当 H_0 为正,则 $\Psi_0 = 0^\circ$ 。当 H_0 为负,则 $\Psi_0 = 180^\circ$

上式告诉我们, $H(s)$ 在 S_0 处的模为 $|H(S_0)| = |H_0| \frac{|N_1| |N_2| \dots |N_m|}{|M_1| |M_2| \dots |M_n|} \quad (1-8a)$

幅角 $\angle H(S_0) = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2 + \dots + \Psi_m - \theta_1 - \theta_2 - \dots - \theta_n \quad (1-8b)$

可见 $|H(j\omega)|$ 与零点到 $j\omega$ 点的矢量长度成正比而与极点到 $j\omega$ 点的矢量长度成反比。

由于 $(S_0 - z_j)$ 和 $(S_0 - p_i)$ 还可以写成代数形式:

$$\text{则 } (S_0 - z_j) = \gamma_j + j\eta_j = |N_j| \angle \Psi_j \quad (1-9a)$$

$$(S_0 - p_i) = \zeta_i + j\xi_i = |M_i| \angle \theta_i \quad (1-9b)$$