

初級画法几何学

(增訂本)

陈之航編著

上海科学技术出版社

增訂版序

本書自出版以來，除某些中等技術學校採作教本而外，還有相當多的業餘夜校將本書採作“製圖課程”的教本。他們對本書的意見，約有下列幾點：

1. 與中等技術學校的現行“製圖教學大綱”比較起來，本書內容尙需加以補充。

2. 對於某些較為複雜的圖，希望能加附立體圖。

3. 希望能增加一些與實際運用有直接聯繫而又不與機械製圖重複的材料。

本書就主要按照上述意見加以補充的。這一次對於第二章補充最多；在講解上，編者儘可能採取為同學最易接受的方式。

根據有些同學的反映，他們認為刀具的圖樣很難畫，同時這部份的材料，在一般機械製圖中又沒有講到。

刀具的式樣雖然很多，但是它們的主要組成部份都是大致相同的，因此編者選擇了其中最普通的和最有代表性的刀具——車刀，作為講解刀具畫法的題材。如果懂得了車刀的畫法，那末對於其他刀具的畫法，是不會發生多大困難的。

這次補充時主要參考了下列兩本書：

Сборник задач по начертательной геометрии

Н. Ф. Траутман.

Начертательная геометрия и черчение Е. В. Зеленин.

雖然這次作了上述的補充，由於編者學識有限，本書離完善的地步一定還很遠，編者竭誠希望讀者多予批評和指正。

陳 之 航

於一九五四年五月

序

在工業技術學校裏的各種技術課程中，畫法幾何所存在的問題是比較嚴重的：學生總覺得畫法幾何很難，同時還感到沒有什麼實際用處。產生這種情形的原因，除了教學方法以外，主要的是教材問題。遠在兩年前我就開始作了畫法幾何的教學筆記，在1952年這本書的初稿以講義的形式在上海市機電工業學校試教，結果同學們普遍的反映畫法幾何實在並不是一門難懂的課程，同時教學時數也大大的比以前減少了。這次試教的教學時數（包括畫圖在內）共57小時。後來我又根據倪維熊、鄭振龍、馮敬義、張其維、單賢飛諸同志對本稿所提供的意見，同時參考了蘇聯製圖學校的製圖教學大綱，作了全面的修改與適當的補充。根據試教的經驗，這本書經修改補充後，假如將畫圖時間考慮在內，可以在60小時內教授完畢。

我編寫這本書所遵循的原則是：

1. 盡可能照顧到畫法幾何與機械製圖的密切聯系同時又要保持畫法幾何本身的系統性；
2. 在內容的編排上，盡可能做到由淺入深。在某些舊的畫法幾何教本中，對於旋轉原理大都缺少有系統的講解，但却把這個原理廣泛的應用到各個章節中去，因此在教學中往往就容易在這些地方碰到困難。而在蘇聯的畫法幾何教本中，將旋轉原理獨闢一章來系統的講解，本書在這個問題上就是按照這個原則來編寫的，試教的結果，證明了這樣編排是比較正確的。
3. 爲了加強教學的目的性，我在每章的開始大都概括的講述了本章內容所要解決的主要問題以及它們與實際應用的聯系。

4. 爲了使同學不會學了畫法幾何後，只知道如何畫，而不知道爲什麼要這樣畫，因此我在講述例題時，大都加入一節題意分析來彌補這個缺點。

5. 本書在每一章的後面都附有習題和問題，習題的內容都是根據各該章的要求而作出的，它的數量一方面是要能達到鞏固學生所學得的知識，另一方面也照顧到同學的負擔。所作的問題一般是針對各該章的重點而提出的，根據試教的經驗，有準備的進行課堂發問，不但能考察同學的成績，同時還能收到及時鞏固舊課的效果。

這本書是專爲中等技術學校的機械科和電機科而編寫的。我寫這本書時，是假定同學沒有學過立體幾何的，因此在講解基本原理和解題步驟時特別詳細，所以這本書作爲工廠製圖人員或工人在製圖理論上的自修讀物也比較適合。

這本書的圖絕大部份都是由翁開桂、陳國雄、馬昌嘉、黃健忠、蔣惟域等同學代爲繪製的，在此特別向他們致以謝意。編寫這本書時，作者雖然已盡了最大的努力，恐錯誤及缺點仍在所難免，希望讀者不吝指正。

本書的內容除了我的教學筆記外，主要參攷了下列書籍：

投影幾何學

張世鈞編

Начертательная Геометрия

A. T. Чалый.

Сборник задач по начертательной геометрии.

A. K. Рудаев.

Descriptive Geometry

Ervin Kenison.

目 錄

序	1
增訂版序	1
第一章 概論	1
1-1 緒言	1
1-2 投影的基本原理	2
第二章 點、直線、平面及簡單立體的投影	6
2-1 點的投影	6
2-2 點在各象限投影之情形	7
2-3 點的特殊位置	9
2-4 直線的投影	10
2-5 直線的方向	12
2-6 投影圖之長	12
2-7 直線的跡點	13
2-8 直線的特殊位置	15
2-9 空間二直線的相對位置	17
2-10 平面的投影	19
2-11 平面圖形的投影	20
2-12 平面的跡線	21
2-13 平面的特殊位置	22
2-14 平面內的直線	26
2-15 平面內的點	29
2-16 作平面的跡線	32
2-17 平面的相對位置	33
2-18 直線與平面的相對位置	36
2-19 簡單立體的投影	43
2-20 平面立體的投影	44
2-21 曲面立體的投影	46
第三章 側面投影	54
3-1 側面投影的原理	54
3-2 平行於側面的直線	56
3-3 側面跡點	57
3-4 立體的側面投影	57
第四章 輔助面投影	62
4-1 垂直於 HP, 與 VP 成任意角度的輔助投影面	62
4-2 垂直於 VP, 與 HP 成任意角度的輔助投影面	63
4-3 用輔助投影面求直線的真長	65
第五章 旋轉	71
5-1 點的旋轉	71
5-2 直線的旋轉	73

5-3	用旋轉法求直線的實長——	74	5-5	平面的旋轉——	80
5-4	用反旋轉法求直線的投影圖——	77	5-6	立體的旋轉——	81
第六章 立體的截斷面投影與展開圖——			86		
6-1	平面立體的截斷面與展開圖——	86	6-3	車刀的畫法——	97
6-2	曲面立體的截斷面與展開圖——	91			
第七章 立體的相貫線——			103		
7-1	平面立體與平面立體相貫——	105	7-3	曲面立體與曲面立體相貫——	113
7-2	平面立體與曲面立體相貫——	107			
第八章 軸測投影——			117		
8-1	正軸測投影的縮短係數和軸間角——	119	8-3	曲面立體的正軸測投影圖——	124
8-2	平面立體的正軸測投影圖——	120	8-4	斜軸測投影——	128

第一章 概 論

1-1 緒言 人類在不斷的勞動過程中，很早就學會以圖畫的形式來表達自己的思想，人類最原始的文字：即象形文字，便是以圖畫的形式表達出來。普通的繪畫在古代已有很大的發展，這種繪畫差不多是每一個人都可以看懂的，但它只能給人以大致的概念或美感的印象。例如用普通的繪畫來畫一所房子，我們看到這張圖畫後，大都會明瞭這張圖所表示的是一所房子。但是，要我們根據這張圖來造一所房子就不可能了。因為在這張圖上並沒有表示出：這所房子的精確形式與大小，也沒有表示出這所房子的各部份結構，更沒有表示出如何來造這一所房子。由這個例子，我們就可以看出：

普通的繪畫是不符合工程上的需要的。因此，工程製圖是由於生產上的需要而產生的。我們祖國是一個有着幾千年文化的國家，祖國的勞動人民在幾千年前就創建了很多偉大的工程，在建造這些工程中，很早就利用畫



圖 1

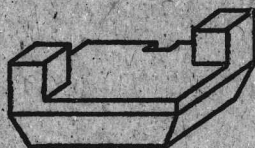


圖 2

法幾何來作圖，如圖 1 及圖 2 是我國古代房屋建築中的撐頭和坐料，這兩個圖是用斜投影方法畫的；圖 3 是用透視投影畫出的礎石（古代建築中大柱的底座）。這三個圖是抄自宋朝李明仲所著《營



圖 3

造法式],這本書距現在大約有八百多年,這就是說:大約一千年前我們祖國的勞動人民,已經相當精確的利用投影作圖法到很複雜的工程製圖上去了。

在工程製圖中,將空間的物體或幾何圖形畫在平面上,對於所畫出的這種圖不但要能表示出它們的精確形狀與大小,還要能反映出它們各部份的相對關係,要達到這個目的,我們就必須建立一些有關的原則和方法,「畫法幾何」就是專門解決這個問題的科學。畫法幾何除了這個主要目的以外,對於培養我們的空間概念或研究機械零件和技術上某些特殊問題時也有很多幫助。

1-2 投影的基本原理 在圖4中, abc 為在空間的一段曲線, o 為一定點,如將 o 和曲線上一點 a 聯結起來,並延長與平面 Q 交於 a' ,則 a' 就是 a 點在平面 Q 上的投影圖,聯結線 oa' 叫做投影線,平面 Q 叫做投影面。依照同樣的方法,可得出曲線 abc 在平

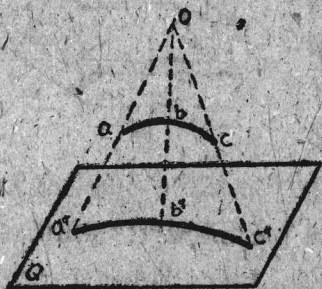


圖 4

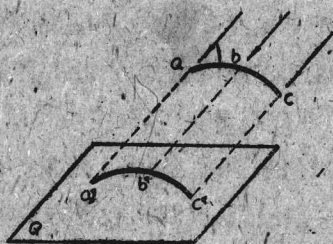


圖 5

面 Q 上的投影圖 $a^q b^q c^q$ 。這種投影就叫做中心投影，透視畫就是利用這種投影法作出的，投影中心 o 就是觀察者的視點。

假如將投影中心移到無窮遠處，則各個投影線都相互平行，這種投影法叫做平行投影法。平行投影又可分為兩種：一種如圖 5 所示各投

影線與投影面都成傾斜，叫做斜投影；另一種如圖 6 所示，各投影線與平面 Q 成垂直，這就叫正投影。因為利用正投影作圖不但簡單精確，而且能由投影圖上反映出物體的真實大小，所以正投影在工程畫中用得最廣。本書除了第八章外，其餘各章都是正投影。

在圖 7 中， Q 表示一水平投影面， a^q 表示 a 點在 Q 面上的投影圖，但是我們也可說 a^q 是 b 或 c 的投影圖。由這個例子就很容易看出：點的一個投影不能確定該點在空間的位置。如果把這個道

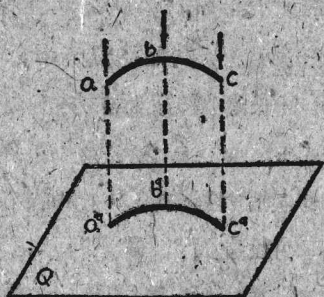


圖 6

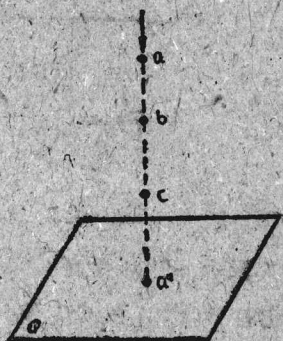


圖 7

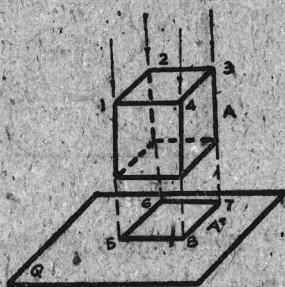


圖 8

理加以推廣，則物體的一個投影是不能完全表示出該物體的形狀和大小。例如在圖8中， A 為一立方體， A^q 就是 A 在水平面 Q 上的投影圖，假如立方體 A 的高再大一些，長與寬仍然不變，很顯然在 Q 面上的投影還是不變的。因此，欲用投影圖表明一物體，必須有兩個或兩個以上的投影圖。現在先論及一物體有兩個投影圖時的投影面。圖9所示， H 表一水平投影面，簡稱H.P.； V 表一垂直投影面，簡稱V.P.，兩平面垂直相交，將所在空間分為四個範圍，即四個象限，今將各象限的名稱及範圍簡述如下：

名 稱

第一象限

第二象限

第三象限

第四象限

範 圍

H.P. 上方 V.P. 前方

H.P. 上方 V.P. 後方

H.P. 下方 V.P. 後方

H.P. 下方 V.P. 前方

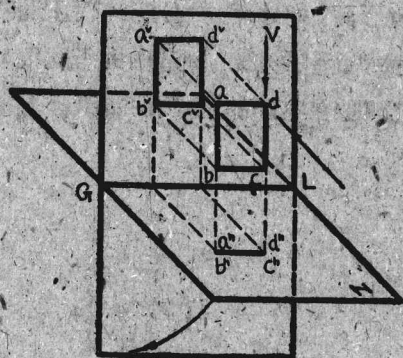


圖 9

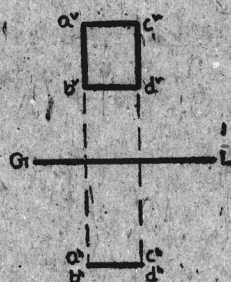


圖 10

V.P. 與 H.P. 的交線叫做 GL 。圖9表示一矩形平面 $abcd$ 在第一象限投影的情形， $a^v b^v c^v d^v$ 就是它在 V.P. 上的投影圖，即縱面圖， $a^h b^h c^h d^h$ 是它在 H.P. 上的投影圖，即平面圖。 投影完成

後，習慣上在 V.P. 前方，將 H.P. 向下迴轉，如圖中箭頭所示。圖 10 則表示 H.P. 迴轉到與 V.P. 重合後的情形。圖 11 及圖 12 表示一立方體在第三象限投影時的寫生圖和投影圖。由上二例中，

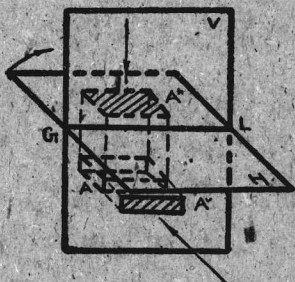


圖 11

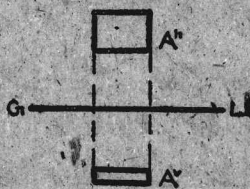


圖 12

可看出將一空間的物體，表現為一平面圖形，其簡單的步驟為：

1. 先決定物體置於第幾象限。
2. 將物體投影於 V.P. 上，投影線必需垂直於 V.P.，所得的投影圖，即縱面圖，其表示方法，在字母右上角加寫一小寫字母 v 。再投影於 H.P. 上，投影線必需垂直於 H.P.，所得平面圖的表示方法，是在字母右上角加寫一小寫字母 h 。
3. 投影完成後，在 V.P. 前方，將 H.P. 向下旋轉到與 V.P. 重合，所得的投影圖，如圖 10 及圖 12，可看出物體的形狀、大小及位置。

問 題

1. 正投影的特點是甚麼？
2. 點的一個投影是否可以決定該點在空間的位置？為什麼？
3. 試述各象限的範圍。
4. 畫一個物體的投影圖要經過那幾個步驟？

第二章

點、直線、平面及簡單立體的投影

2-1 點的投影 欲定一點在空間的位置，常用相互垂直的兩平面，即 V.P. 和 H.P.。在圖 13 中， P 為在空間的一點，其位置在第一象限，投影的方向如圖中箭頭所示， p^h 表示 p 點在 H.P. 上的投影圖，即平面圖， p^v 表示 p 點在 V.P. 上的投影圖，即縱面圖。投影完成後，將 H.P. 旋轉，其方向如圖中箭頭所示，圖 14 則表示

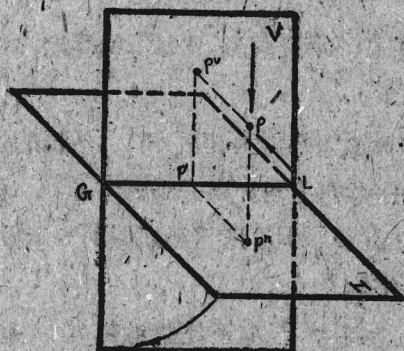


圖 13

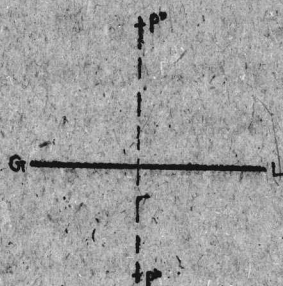


圖 14

H.P. 與 V.P. 重合後的 p 點的投影圖。圖中 p^h 與 p^v 的聯結線叫做投影線 (p^h 與 p^v 的聯結線應為投影線的投影，但習慣上仍叫做投影線)，習慣上用細虛線表示。假如已知一點的兩個投影圖 p^h 和 p^v ，我們經過 p^h 和 p^v 分別作垂直於 H.P. 和 V.P. 的直線，兩直線的交點 p 就是原點。所以，一點的兩個投影圖可以完全決定

該點在空間的位置。由上二圖中，可以很清楚的看出：

1. $p^v p^h \perp GL$ 即一點的兩投影圖，其連結線必垂直於所投影的兩平面的交線。或一點的兩投影圖，必在同一投影線上，且投影線必垂直於 GL 。

2. 在圖 13 中，因投影線均垂直於投影面， $pp^v p^h$ 為一矩形，所以 $p^v p' = pp^h$

即 縱面圖與 GL 的距離 = 原點與 H.P. 的距離。

3. 又因 $p^h p' = pp^v$

即 平面圖與 GL 的距離 = 原點與 V.P. 的距離。

以上所述，為點投影的三基本定律，應用這些基本定律，由投影圖上，我們可以推知點與 V.P. 及 H.P. 的距離，反之，已知一點與 V.P. 及 H.P. 的距離，則可畫出該點的投影圖。

2-2 點在各象限投影之情形

第一象限 α 點在 V.P. 前方，H.P. 上方，圖 15 表示 α 點投影時的寫生圖，圖 16 表示它的投影圖；縱面圖在 GL 上方，平面圖在 GL 下方。在第一象限的投影圖，不但清晰，而且容易想像，故在工程製圖中，第一象限的投影應用很廣，本書亦以第一象限投影為

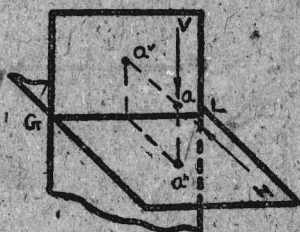


圖 15

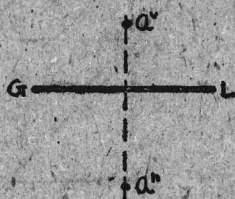


圖 16

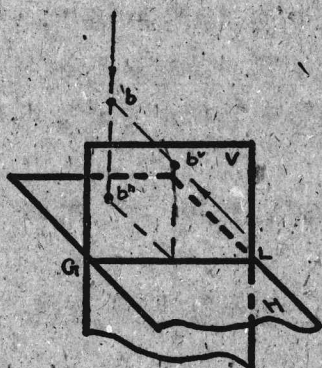


圖 17



圖 18

主。

第二象限 b 點在 V.P. 後方, H.P. 上方。它的縱面圖與平面圖均在 GL 上方, 如圖 17 及圖 18 所示。因第二象限的投影圖均在 GL 上方, 如圖形稍為複雜, 則縱面圖與平面圖即混淆不清, 故不切實用。

第三象限 c 點在 V.P. 後方, H.P. 下方, 它的縱面圖在 GL 下

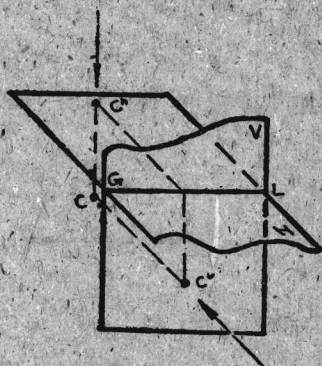


圖 19

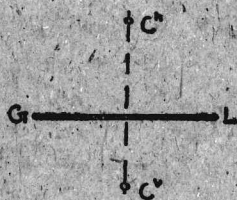


圖 20

方，平面圖在 GL 上方，如圖 19 及圖 20 所示。在工程製圖中，第三象限的投影亦有用之。

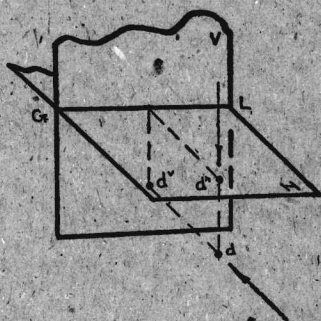


圖 21

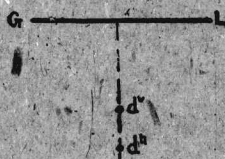


圖 22

第四象限 d 點在 V.P. 前方，H.P. 下方。它的縱面圖與平面圖均在 GL 下方，如圖 21 及 22 所示。與第二象限的投影同理，亦不切實用。

2-3 點的特殊位置(圖 23 及圖 24)

1. e 點在 V.P. 前方，H.P. 面上：

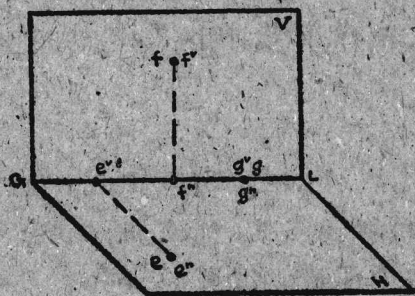


圖 23

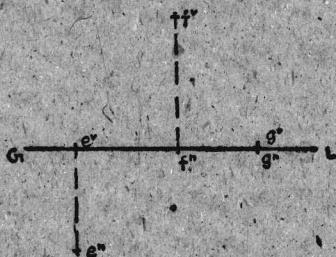


圖 24

這個點的平面圖 e^h 在 GL 下方，縱面圖 e^v 在 GL 線上 (e 點在 H.P. 面上，也就是 e 點與 H.P. 的距離為零，所以 e^v 與 GL 的距離也是零，即 e^v 應在 GL 線上)。

2. f 點在 H.P. 上方，V.P. 面上：

這個點的平面圖 f^h 在 GL 線上，縱面圖 f^v 在 GL 上方。

3. g 點在 H.P. 面上，同時又在 V.P. 面上：

這個點的縱面圖 g^v 和平面圖 g^h 重合在 GL 線上。

例題 1. 已知 a 點的縱面圖 a^v 在 GL 上方 20mm，又知 a 點在 V.P. 前方 15mm，畫 a 點的投影圖。

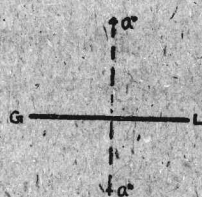


圖 25

解 1. 在 GL 上方畫 a^v ，使離開 GL 20mm (已知)。

2. 過 a^v 作垂直於 GL 的投影線， a^h 必在這條線上 (一點的兩投影圖必在同一投影線上)。

3. 沿投影線取一點 a^h ，使在 GL 下方 15mm，則 a^h 就是 a 點的平面圖 (a 點離開 V.P. 的距離等於 a^h 離開 GL 的距離)。

4. 由投影圖上，得知 a 點在第一象限 (縱面圖在 GL 上方，平面圖在下方)。

2-4 直線的投影 在圖 26 中， A 為在空間的一直線， Q 表一投影面，直線 A 在 Q 面上的投影圖就是 A^q 。設當圖中 c 點沿着直線 A 移動至 d 時，則 c 點在 Q 面上的投影圖 c^q ，必沿 A^q 移動至 d^q ，所以