JINDAI
SHUXUESHI

近代数学史

胡作玄　著

1234567890

山东教育出版社

JINDAI SHUXUESHI

近代数学史

胡作玄 著

山东教育出版社

图书在版编目（CIP）数据

近代数学史/胡作玄著．—济南：山东教育出版社，2001

ISBN 7-5328-3427-1

Ⅰ．近…　Ⅱ．胡…　Ⅲ．数学史—近代　Ⅳ．011

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 051543 号

近代数学史

胡作玄 著

出 版 者：山东教育出版社
（济南市纬一路 321 号　邮编：250001）
电　　话：（0531）82092663　传真：（0531）82092661
网　　址：http://www.sjs.com.cn
发 行 者：山东教育出版社
印　　刷：山东新华印刷厂潍坊厂
版　　次：2006 年 12 月第 1 版第 1 次印刷
印　　数：1—2000
规　　格：850mm×1168mm　32 开本
印　　张：24.125 印张
字　　数：528 千字
书　　号：ISBN 7-5328-3427-1
定　　价：35.00 元

序　　言

这是一本关于近代数学史的专著.在我国,这类书似乎不少,那么,这本书有什么独特的价值呢?自1970年以来,无论是数学,还是数学史,都有了巨大的进步.本书的主要目标,就是把这些研究成果加进去.这些新成果大体分为两部分:一部分是理论框架的变动,一部分是技术细节的更正.这些理论框架大都是作者本人的观点.首先是对数学本身结构的讨论,特别是学科的主要问题及主要方向.其次是从学科演化的角度考虑问题,即探讨近代数学是如何演化成为现代数学体系的.再者,对于许多数学史上的民间传说(folklore),实际上仔细研究的结果并非如此.例如,一般认为,伽罗华以后,代数仿佛一下子由方程论变成群论;19世纪数学分析的严格化是一条主线,甚至“19世纪是函数论的世纪”,等等.更有甚者,许多著作在时间上留下大片间断(如18世纪上半叶),在学科上留下大片空白(如多元函数的偏微分),在各领域的相互关系方面没有任何涉及,在各科比例上留下大量歪曲形象.许多在19世纪备受重视且对20世纪数学发展有直接影响的学科,根本没有什么介绍,如椭圆积分、椭圆函数、阿贝尔积分、阿贝尔函数、代数几何学,特别是双有理几何学、不变式论、李群理论等等.而挂在许多人嘴上的伽罗华理论、埃尔兰根纲领、不变式论,一写在书上无非是些空泛的语言,一

到真正的技术细节不是一无所知，就是错误连篇．当然，19世纪的数学已经很难，阿贝尔及伽罗华的数学研究对于现代大学生来说，并非不费力气就能理解的．加上历史语言的差异，错误有时在所难免．例如，M·克利因在(Morris Kline，1908—1992)《古今数学思想》一书中也说“可解方程的群都是交换群”之类的话．当然，对于这部伟大的巨著，我们应该“不以一眚掩大德”．可是，对本书来说，我们希望给出正确的数学内容以及可靠的历史细节，真正能够使近代数学史科学化．

比起数学的技术来，数学史更偏重文化方面．没有一个数学大国是只重视技术而不重视文化的，没有一位大数学家是对整个数学一无所知、对数学的来龙去脉不了如指掌的．大数学家中的许多人，甚至同时是杰出的数学史家，例如 F. Klein, H. Weyl, C. L. Siegel, A. N. Kolmogorov, B. L. van der Waerden, A. Weil, J. Dieudonné, I. Shafarevich, O. Zariski，一直到 V. Arnold, Y. Manin 等等．对于欧洲的法国、德国、意大利和英国来说，它们的文化传统也许比技术传统对造就它们成为数学大国更为重要．原苏联虽然解体了，但俄罗斯数学家在世界上仍是第一流的，俄罗斯仍是头等的数学大国，这与他们一贯重视数学文化恐怕不无关系．对于正在走向数学大国的中国，数学史研究恐怕并非多余．

古代中国数学史经过李俨、钱宝琮、严敦杰诸先生的开拓以及吴文俊先生的推陈出新，已经呈现出人才辈出、硕果累累的景象．而对于西方乃至世界数学史的研究则相形见绌．世界数学史的研究有资料的限制、语言的困难和文化背景的差异，特别地，近现代数学史的研究更要求研究者具备数学的功底、科学的知识以及哲学的头脑，没有一定的训练恐怕难有什么成就．如果再加上社会上的反智传统，科学界对于历史的无知及蔑视，那么其

后果就只能是呈现出一种文化沙漠的景象.

数千年的世界数学史至今已有很多积累,但对于17世纪以前的数学史,仍不断有所发现,其历史成分远大于数学成分,可以说是文化史的一部分.17—18世纪的数学史可以说已相当定型而成熟,许多结果实际上是到20世纪70—80年代才取得的.因此,近代数学史研究的重点是19世纪,世界近代数学史界的主要研究也集中在19世纪,特别是19世纪末.现代数学史研究现在可以说方兴未艾,但是,与现代物理学史、生物学史的丰富成果相比,差距甚大.之所以这样,是因为数学本身就很难,再加上过细的专业化,数学史研究所要求的综观全局的能力往往很难达到.在人类跨入21世纪之时,数学史的研究也将会有很大起色.正因为如此,本书试图做引玉之砖,为现代数学史的研究做一点铺垫.

本书的完成源于作者十多年的辛勤工作以及更长时期的资料积累,当然更应该感谢许多数学家及数学史家对我各方面的帮助.首先衷心感谢我的恩师吴文俊先生长期以来对我的支持与鼓励,尤其是吴文俊先生使我处于国内条件比较优越的环境之中,而没有这种条件,我对近现代数学史的研究将难以为继.我还特别感谢德国汉堡大学C.J.Scriba教授以及德国马克斯·普朗克学会,在他们的支持下,我才能够在1985—1987年两年多的时间里,在汉堡大学数学系自然科学、数学及技术史研究所任访问教授并进行研究工作.在此期间,我接触到大量国内难以见到的资料以及各种档案材料,这对于我后来的工作及本书的写作都有着不可估量的价值.其间,我还曾去过格廷根及其他各地,受到了很好的接待,这对我的工作大有裨益.我深切怀念挪威奥斯陆大学已故的Aubert教授,感谢他及克里斯蒂安森学院

Beegen 教授邀请我访问挪威，并报告“希尔伯特问题”及“伽罗华以后的代数方程论”.本书的有关章节，实际上是该报告内容的扩展.国外许多数学家及数学史家也给我寄来极为珍贵的参考资料，他们的大名将列入序后的致谢栏，谨向他们致以衷心的感谢.

在本书即将出版之际，首先感谢山东教育出版社孙永大社长的大力支持，特别要感谢本书责任编辑李俊亭，他的耐心细致的工作使本书增色不少.我还要感谢江苏教育出版社喻伟编审，他对推动本书的写作也给予了热情支持.

本书在写作过程中，得到了国家自然科学基金会、中国科学院政策局的支持，谨此致谢.

胡作玄

2005 年 10 月

致　谢

(按姓氏字母顺序为序,敬称略)

Kirsti Andersen

David H. Arnold

Otto B. Bekken

John L. Berggren

B.C. Berndt

Lipman Bers

Henk J.M. Bos

Umberto Bottazzini

Herbert Breger

Claude Brezinski

Paul L. Butzer

J.W.S. Cassels

S.D. Chatterji

Roger L. Cooke

A.J. Crilly

Joseph W. Dauben

Jean Dieudonné

Pierre Dugac

Harold M. Edwards

Steven B. Engelsman

Walter Feit

Craig G. Fraser

Günther Frei

S. Gelbart

Christian Gilain

Helene Gispert

Enrico Giusti

Lvor Grattan-Guinness

Jeremy J. Gray

Thomas W. Hawkins Jr.

Heinekamp

H-J. Hess

S. Hildebrandt

G. Israel

Jean-Pierre Kahane

Victor J. Katz

Steven L. Kleiman

Andreas Kleinert

J. P. S. Kung

Jesper Lützen

Saunders Maclane

Barry Mazur

Gregory H. Moore

E. Neuenschwander

Olaf Neumann

Karen H. Parshall

Esther R. Phillips

Jean-Paul Pier

Helena Pycior

R. A. Rankin

Karin Reich

Paulo Ribenboim

Peter Roquette

Winfried Scharlau

J. Schoenbeck

Christoph J. Scriba

W. Strobl

C. Truesdell

A. Vogt

目　　录

序言…………………………………………………………… 1
致谢…………………………………………………………… 1

导言…………………………………………………………… 1
1　**数学** ………………………………………………………… 1
1.1　数学是什么 ……………………………………………… 1
1.1.1　数学是一种普遍语言 ………………………………… 2
1.1.2　数学是一种普遍方法 ………………………………… 3
1.1.3　数学是一种普遍思想原则 …………………………… 6
1.1.4　数学是一种思想工具、理性思维框架 ……… 6
1.2　数学的分科及其主要问题 ……………………………… 8
1.2.1　操作技术 ……………………………………………… 8
1.2.2　技术理论 ……………………………………………… 9
1.2.3　操作对象理论 ……………………………………… 10
1.2.4　对象理论 …………………………………………… 10
1.2.5　结构理论 …………………………………………… 12
1.2.6　元理论 ……………………………………………… 17
2　**数学史**……………………………………………………… 17
2.1　数学的演化与进步 …………………………………… 18

2.2 数学史的分期 …… 20
2.2.1 前史时期 …… 21
2.2.2 古代及中世纪时期 …… 22
2.2.3 17—18 世纪的数学 …… 23
2.2.4 19 世纪的数学 …… 24
2.2.5 20 世纪的数学 …… 26
3 数学史学史 …… 27
3.1 数学史的工作 …… 27
3.2 数学史研究的分期 …… 29
3.2.1 史前史(18 世纪之前) …… 29
3.2.2 草创时期(1750—1870) …… 29
3.2.3 黄金时代(1870—1914) …… 30
3.2.4 低潮时期(1914—1960) …… 32
3.2.5 复兴时期(1960—) …… 33
第 1 章 古代数学的遗产 …… 34
1 近代数学的起源 …… 34
1.1 古希腊的数学 …… 35
1.2 印度—阿拉伯的计算技术 …… 37
2 近代以前欧洲数学的独创领域 …… 38
2.1 三次、四次代数方程的求解 …… 38
2.2 对数的发明 …… 42
3 古希腊经典著作的传播 …… 43
第 2 章 17—18 世纪各国数学发展概况 …… 48
1 意大利 …… 48
2 法国 …… 51
3 英国 …… 55

4　其他各国 …… 61
4.1　尼德兰 …… 61
4.2　德国 …… 62
4.3　瑞士 …… 64
第 3 章　符号代数学 …… 66
1　数学的符号化 …… 66
2　韦达 …… 67
3　符号代数学 …… 70
4　代数方程论 …… 74
4.1　方程根的数目 …… 74
4.2　正根、负根、实根、复根的数目 …… 76
4.3　根与系数的关系 …… 78
5　五次方程的求解 …… 79
5.1　一般方程 …… 80
5.2　二项方程 …… 84
第 4 章　解析几何学 …… 87
1　笛卡尔 …… 87
2　解析几何学的产生 …… 90
3　笛卡尔的《方法谈》中的附录《几何学》 …… 93
4　解析几何学的发展与传播 …… 96
第 5 章　微积分 …… 106
1　微积分前史 …… 108
1.1　形形色色的曲线 …… 108
1.2　曲线的求积法 …… 113
1.3　曲线的求切线法 …… 120
2　微积分的创立 …… 125

2.1 牛顿 …… 125

2.2 莱布尼茨 …… 128

2.3 微积分的初建 …… 132

2.3.1 微积分的普遍性 …… 132

2.3.2 牛顿的微积分 …… 133

2.3.3 莱布尼茨的微积分 …… 136

2.3.4 微积分优先权之争 …… 141

3 微积分的发展 …… 143

3.1 伯努利时代(1690—1740) …… 143

3.1.1 伯努利家族 …… 145

3.1.2 一元微积分 …… 149

3.1.3 多元微积分 …… 156

3.2 欧拉时代 …… 163

3.2.1 欧拉 …… 164

3.2.2 欧拉的三部主要著作 …… 170

3.2.3 微积分技术的进步 …… 173

3.3 拉格朗日时代 …… 176

3.3.1 拉格朗日 …… 176

3.3.2 拉普拉斯 …… 181

3.3.3 勒让德 …… 185

3.3.4 19世纪初的微积分 …… 190

第6章 初等数论 …… 192

1 费尔马 …… 192

2 初等数论 …… 194

2.1 费尔马的数论 …… 194

2.2 欧拉的数论 …… 198

第7章　19世纪的数学 …… 202
1　数学概况 …… 202
2　数学与社会 …… 206
2.1　法国 …… 207
2.2　德国 …… 212
2.3　意大利 …… 220
2.4　英国 …… 225
2.5　俄国 …… 229
2.6　其他各国 …… 231
第8章　实分析 …… 237
1　无穷表达式 …… 237
1.1　无穷级数 …… 239
1.2　无穷连分数 …… 244
2　函数及其表示 …… 249
2.1　函数观念的发展 …… 249
2.2　幂级数 …… 253
2.3　三角级数 …… 259
3　数学分析的严密化 …… 267
3.1　柯西 …… 267
3.2　数学分析的严密化 …… 270
第9章　复分析 …… 278
1　通向复分析的四条途径 …… 278
1.1　代数 …… 279
1.2　代数分析 …… 280
1.3　定积分 …… 282
1.4　几何表示及保角映射 …… 285

2 柯西的复分析 …………………………………… 286
3 黎曼的几何函数论 ………………………………… 294
4 外尔斯特拉斯和他的解析函数论 ………………… 299
4.1 外尔斯特拉斯 ………………………………… 299
4.2 外尔斯特拉斯的解析函数论 ………………… 303
第10章 微分方程 ………………………………………… 306
1 常微分方程 ……………………………………… 307
1.1 特殊类型方程的特殊解法(1690—1740)……… 307
1.2 一般常微分方程的系统研究(1740—1800)…… 310
1.3 级数解与特殊函数(1800—1860)……………… 314
1.4 超几何级数 …………………………………… 316
1.5 斯图姆—刘维尔理论 ………………………… 321
1.6 微分方程解析理论(1860—1910)……………… 323
1.7 微分方程定性理论(1880—1930)……………… 328
2 偏微分方程 ……………………………………… 331
2.1 一阶偏微分方程 ……………………………… 331
2.2 二阶数学物理方程 …………………………… 342
2.3 位势理论 ……………………………………… 349
3 积分方程 ………………………………………… 359
3.1 前史 …………………………………………… 362
3.2 沃尔泰拉积分方程理论 ……………………… 368
3.3 弗瑞德霍姆积分方程理论 …………………… 369
3.4 希尔伯特理论 ………………………………… 371
3.5 希尔伯特以后的积分方程理论 ……………… 374
4 变分法 …………………………………………… 375
4.1 前史 …………………………………………… 376

4.2　变分法的建立 …………………………… 377
4.3　极值条件 ………………………………… 379
4.4　19世纪末以来的发展 …………………… 380
第11章　代数 …………………………………… 383
1　通论 ……………………………………… 383
2　线性代数及多线性代数 ………………… 385
3　代数方程论 ……………………………… 391
3.1　阿贝尔 ………………………………… 391
3.2　伽罗华 ………………………………… 395
3.3　一般五次方程代数不可解性的证明 ………… 399
3.4　伽罗华理论的传播 ……………………… 402
3.5　伽罗华以后的代数方程论 ……………… 403
4　置换群理论 ……………………………… 404
5　代数方程组论 …………………………… 410
第12章　数论 …………………………………… 414
1　高斯 ……………………………………… 414
2　《算术研究》 ……………………………… 418
2.1　同余理论 ……………………………… 419
2.2　二次型理论 …………………………… 422
3　解析数论 ………………………………… 426
3.1　素数定理 ……………………………… 427
3.2　黎曼ζ函数 …………………………… 431
4　不定方程 ………………………………… 437
4.1　通论 …………………………………… 437
4.2　费尔马大定理 ………………………… 441
第13章　几何学 ………………………………… 447