与义务教育
课程标准教材同步

Z 学习加油站丛书

学习加油站丛书
XUEXI JIAYOUZHAN CONGSHU

XIN FUJIAO DAOXUE

新辅教导学

数学

七年级（下册）

教材解读
课时同步
学案设计

XUESHENGYONGSHU
学生用书

南方出版社

与义务教育课程标准教材同步

Z（适用浙教）

XIN FUJIAO DAOXUE

新辅教导学

数学

七年级（下册）

《学习加油站丛书》编委会 编

XUESHENGYONGSHU

学生用书

南方出版社

图书在版编目(CIP)数据

新辅教导学：七年级数学 /《学习加油站丛书》编委会编. —海口：南方出版社，2009.1
(学习加油站丛书)
学生用书
ISBN 978-7-80760-169-2

Ⅰ.新... Ⅱ.学... Ⅲ.数学课-初中-教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 069920 号

新辅教导学—学生用书　　七年级数学(下)Z

责任编辑：季海燕
出版发行：南方出版社
邮政编码：570208
社　　址：海南省海口市和平大道 70 号
电　　话：(0898)66160822
经　　销：新华书店
印　　刷：杭州飞达工艺美术印刷厂
开　　本：787×1092　　1/16
印　　张：62
字　　数：1200 千字
版　　次：2009 年 1 月第 1 版　2009 年 1 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-80760-169-2
全套定价：90.00元(共 5 册)

编者语

《新辅教导学》以全新面貌又出现在您的面前啦。新面貌体现在体例新、思路新、题型新。全书以“教材目标解读”、“教材同步导学”、“课外同步精练”三大栏目为轴心，辐射教材全过程，居高临下把握教材。立足于教材，又不拘泥于教材，真心做到教与学的紧密互动和统一。

本丛书分教师用书和学生用书编写。两本用书的区别在于，教师用书中有详细的分析、解答，而在学生用书中解答部分留空，让学生自己动手完成。

一般教辅用书只能供师生课外使用，本丛书的最大特点是既能供师生课外使用，同时能供师生课内同步使用。

教参不是教案，一般的教案又缺乏系统性。备好一个教案，需要找大量参考资料，还得做好课前准备（如写投影片、抄小黑板、翻印等）。备好一堂课不容易，尤其是那些既要上课，又要做学生教育、管理的班主任有时会感到力不从心。而我们的教师用书每一课时都是经过精心设计的教案，具有系统性、规范性、科学性和可操作性，教师使用后便可感知其实用价值。

在学生用书中，每一课时都是一个完整的学案，不仅能节省摘记时间，解决既要摘记又要听讲“顾此失彼”的矛盾，而且能明白一堂课的重难点、突破口，能完整地完成一堂课的学习，从而大大提高课堂学习效率。

丛书的编写以义务教育课程标准教材为依据，以课时讲练为切入点，突出重、难点，精心设计，引发思考，积极探索，力求做到扎扎实实地增强能力，切切实实地提高素质。

本丛书的作者都是教学经验丰富，一直在浙江省名校一线任教的名师。以名师成功的经验，十分投入地编写，编委会精心策划、组织，本丛书的质量不仅可靠，更堪称优良。

希望这套书能成为师生和家长们的良师益友。虽然从策划、编写到成书，精心设计，细致操作，可谓尽心尽力，但疏漏之处在所难免，恳望广大教师和学生批评指正。

亲爱的同学们：

为了增进我们之间的相互了解和交流，以便我们今后出版的图书能够更有效地满足你的需求，请抽出宝贵时间填写这份读者反馈表，只要填满全部有效信息并寄给我们，你将有可能成为最幸运的读者，精美的图书等着你来拿。数量有限（每学期50名），赶快行动，加入我们的活动，让我们的思想在交流中碰撞！

邮寄地址：浙江省杭州市文三路569号康新花园A座501室浙江新南方图书有限公司
邮政编码：310012
咨询热线：0571-85125590
传　　真：0571-85125590
网　　址：http://shop36542093.taobao.com

★你最希望得到的精美图书是？（请在你喜欢的任一图书后打“✓”）

《中国四大名著》系列 □　精装版工具书 □　《世界文学名著》系列 □

读者反馈表

（复印件无效）

姓名______　电话______　班级______　学校______　学校地址______

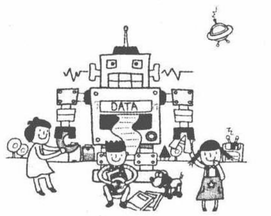
邮编______　书名______　学科______　版本______　售书单位______

1. 您知道“学习加油站”系列丛书吗
   □知道　□不知道
2. 您通过何种途径了解到这套丛书
   □一直使用　□媒体介绍　□他人推荐　□其他
3. 您购买本书的理由
   □老师介绍　□他人推荐　□同学购买　□价格便宜　□体例较好　□内容全面　□答案详尽　□其他原因
4. 您对本书的总体印象
   □很好　□好　□一般　□差　□很差
5. 本书与您的学习
   □同步　□基本同步　□不同步
6. 本书的习题量
   □太多　□适中　□太少
7. 习题的难易程度
   □太难　□较难　□适中　□简单　□太简单
8. 本书试题的答案解析详细吗
   □详细　□一般　□不详细
9. 本书设置最好的栏目是：______
10. 本书设置最差的栏目是：______
11. 本书存在的错处有：______

12. 您知道“学习加油站”丛书标识（学习加油站丛书）代表什么具体含义吗？

13. 您认为一本好的教辅书应该是什么样的？本书作哪些地方的调整会对您的学习提供更有益的帮助？

14. 请列举您及您同学最喜欢、最常用的教辅书的名字。并说说理由。



目　录

第1章　三角形的初步知识(10 课时)

第 1 课时　1.1　认识三角形(一)

教材目标解读

知识要点

进一步认识三角形的概念，会用符号、字母表示三角形，理解“三角形任何两边的和大于第三边”的性质.

能力要求

通过观察、想象、推理、交流等数学活动，发展空间想象能力和推理能力.

温馨提示

让学生观察、动手操作三角形实际情景，使学生体验到学习和研究三角形是生产和生活的需要，知道应用三角形的知识来解决实际问题.

教材同步导学

【问题探究】

1. 认识三角形的概念及基本要素，如何用符号、字母表示三角形？

2. 由两点之间线段最短，可以得到三角形的什么性质？

3. 怎样判断三条线段能否组成三角形？

归纳

1. 由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形. 组成三角形的三条线段叫做三角形的边，每两条边所组成的角叫做三角形的内角(简称三角形的角). “三角形”用符号“△”表示，如图 1-1-1，顶点是 A,B,C 的三角形记做“$\triangle ABC$”，读做“三角形 ABC”. 边：AB(边 c)，AC(边 b)，BC(边 a)；角：$\angle A,\angle B,\angle C$.

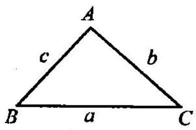


图 1-1-1

2. 由两点之间线段最短，可以得到如下性质：

三角形任何两边的和大于第三边.

将性质定理的文字表述转化为几何语言：把 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A,B,C 的对边 BC,AC,AB 分别记为 a,b,c，就有 $b+c>a,a+b>c,a+c>b$. 三个不等式同时成立.

3. 要判断三条线段能否组成三角形，一般要检验三个关系式都成立. 为了说明的方便我们提出“只要把最大的一条线段与另外两条线段的和作比较”的方法，即归纳为较短的两条边之和大于最长的边. 而要说明三条线段不能组成三角形，那么只要说明其中一个关系式不成立即可.

典型例题点拨

例 1　(教材例 1)判断下列各组线段中，哪些能组成三角形，哪些不能组成三角形，并说明理由.

(1) $a=2.5\text{cm},b=3\text{cm},c=5\text{cm}$；

(2) $e=6.3\text{cm},f=6.3\text{cm},g=12.6\text{cm}$.

[分析] 要判断三条线段能否组成三角形，只要把最长的一条线段与另外两条线段的和作比较. 如果最长的一条线段小于另外两条线段的和，那么这三条线段就能组成三角形；如果最长的一条线段大于或等于另外两条线段的和，那么这三条线段就不能组成三角形.

[解] (1)∵最长线段是 $c=5\text{cm}$，

$a+b=2.5+3=5.5(\text{cm})$，

$\therefore a+b>c$.

∴线段 a,b,c 能组成三角形.

(2)∵最长线段是 $g=12.6\text{cm}$，

$e+f=6.3+6.3=12.6(\text{cm})$，

$\therefore e+f=g$.

∴线段 e,f,g 不能组成三角形.

友情提示

要判断三条线段能否构成三角形，没必要将任意两条线段之和是否大于另一条线段都进行比较，也就是说没必要三个不等式 $a+b>c,a+c>b,b+c>a$ 同时成立，而只要满足较小两边之和大于第三边就可判断它能构成三角形，否则不能. 让学生掌握判断三条线段能否组成三角形的方法.

同步跟踪练习

1-1. 由下列长度的三条线段能组成三角形吗？请说明理由.

(1) 1cm，2cm，3.5cm；

(2) 4cm，5cm，9cm；

(3) 6cm，8cm，13cm.

1-2. 由下列长度的三条线段能组成三角形吗？请说明理由.

(1) 20cm,15cm,8cm；

(2) 7cm,15cm,8cm；

(3) 5cm,15cm,8cm.

1-3. 以 2cm,3cm,4cm 长的三条线段能组成三角形吗？

1-4. 以 5cm,10cm,15cm 长的三条线段能组成三角形吗？为什么？

1-5. 已知线段 a,b,c(如图 1-1-2). 它们能组成三角形吗？你是用什么方法判断的？

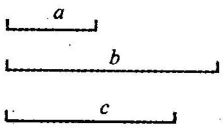


图 1-1-2

例 2 (拓展例题)

如图 1-1-3 所示，$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADC$ 的边 AC 是公共边，BD 与 AC 相交于点 O.

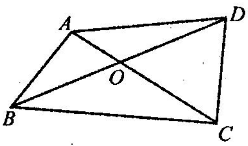


图 1-1-3

(1) 指出以 $\angle AOB$ 为一个内角的三角形及另外两个内角；

(2) 指出以 $\angle AOB$ 为一个外角的三角形及三条边.

[分析] $\angle AOB$ 的两边是 OA 和 OB，对于(1)，OA 和 OB 是所求三角形的边；对于(2)，OA 和 OB 中一条是所求三角形的边. 而另一条是所求三角形的边的反向延长线.

[解] (1) 以 $\angle AOB$ 为一个内角的三角形是 $\triangle AOB$，它的另外两个内角分别是 $\angle BAO$ 和 $\angle ABO$.

(2) 以 $\angle AOB$ 为一个外角的三角形有 $\triangle AOD$ 和 $\triangle BOC$；$\triangle AOD$ 的三边是 AO,OD,DA；$\triangle BOC$ 的三边是 OB,OC,BC.

友情提示

较复杂的图形是由若干个基本图形组合而成的，为便于解题，往往将基本图形单独分离出来. 如本例中第(1)题，确定出 $\triangle ABO$ 后. 可以将 $\triangle ABO$ 单独画一个图形来分析.

同步跟踪练习

2-1. 如图 1-1-4，请写出：

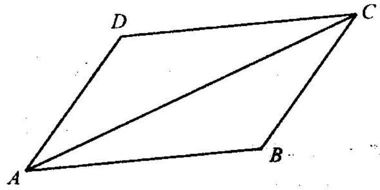


图 1-1-4

(1) 图中各三角形；

(2) 每一个三角形的三条边和三个内角.

2-2. 如图 1-1-5，AC 与 BE 相交于点 D，图中有多少个三角形？请把它们写出来.

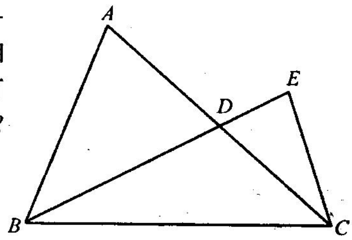


图 1-1-5

2-3. 如图 1-1-6，以 D 为顶点的三角形有_____个；以 AC 为边的三角形有_____个；以 $\angle EAB$ 为内角的三角形有_____个.

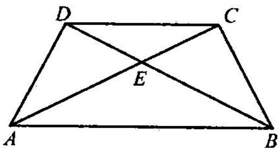


图 1-1-6

例 3 (拓展例题)两根木棒的长分别为 7cm 和 10cm，要选择第三根木棒，将它们合钉成一个三角形框架. 求第三根木棒长 x(cm)的取值范围. 若 x 是奇数，则 x 的值是多少？这样的三角形有几个？若 x 是偶数，则 x 的值是多少？这样的三角形又有几个？

[分析] 由两边之和大于第三边，两边之差小于第三边得 $3<x<17$，

∴再在此范围内找出奇数或偶数，即可回答相应问题.

[解] 依据三角形的三边关系，得 $10-7<x<10+7$，即 $3<x<17$，

∴第三根木棒长是大于 3cm，而小于 17cm.

∵x 是奇数，

∴$x=5,7,9,11,13,15$.

此时三边为 7,10,5 或 7,10,7 或 7,10,9 或 7,10,11 或 7,10,13 或 7,10,15,故有 6 个三角形.

∵x 是偶数,

∴$x=4,6,8,10,12,14,16$.

此时三边为 7,10,4 或 7,10,6 或 7,10,8 或 7,10,10 或 7,10,12 或 7,10,14 或 7,10,16,故有 7 个三角形.

友情提示

已知两边的长度求第三边的取值范围,只要运用三角形的两边之和大于第三边,两边之差小于第三边即可得到.

同步跟踪练习

3-1. 如图 1-1-7,在△ABC 中,D 是 AB 上一点,且 $AD=AC$,连结 CD,将“>”或“<”填入下面各个空格,并说明理由.

(1) AB ______ $AC+BC$;

(2) $2AD$ ______ CD.

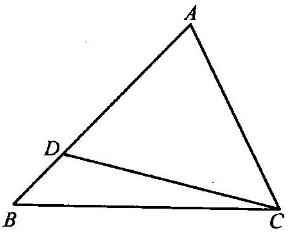


图 1-1-7

3-2. 两根木棒的长分别是 5cm 和 7cm. 要选择第三根木棒,将它们钉成一个三角形. 如果第三根木棒的长为偶数,那么第三根木棒的取值情况有 ( )

A. 3 种　　B. 4 种

C. 5 种　　D. 6 种

3-3. 如图 1-1-8,在△ABC 中,$CD\perp AB$ 于点 D,请比较 CD,BC 的长短,并说明理由.

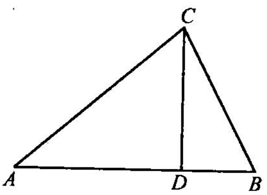


图 1-1-8

3-4. 要做一个三角形的铁架子,已有两根长分别为 1m 和 1.5m 的铁条,如图 1-1-9,需要再找一根铁条,把它们首尾相接焊在一起. 小红拿来的铁条长 2.2m,小慧拿来的铁条长 0.4m,这两根铁条合适吗?你是怎样判断的?

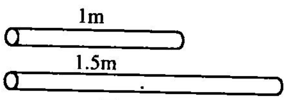


图 1-1-9

例 4 (拓展例题)已知△ABC 的周长为 84cm,$b+6a=6c$,$a:c=7:8$,问能否以 a,b,c 为三边组成△ABC?如果能,试求出三边;如果不能,请说明理由.

[分析] 能否组成三角形的关键是 a,b,c 是否满足三角形的三边关系. 由 $a:c=7:8$ 想到可以用设比的方法求 a,b,c.

[解] 设 $a=7x$,则 $c=8x$,代入 $b+6a=6c$,得 $b=6x$.

∵$a+b+c=84$,

∴$7x+6x+8x=84$.

解得:$x=4$.

∴$a=28$cm,$b=24$cm,$c=32$cm.

∵$28+24>32$,

∴以 a,b,c 为三边能够组成△ABC.

友情提示

1. 根据线段比的条件采用“设比”的方法很重要.

2. 本例的结论在题目中并没有确定,而是通过探索、计算、说理等过程求解的,属于“开放性”问题. 这是一类近几年出现的新颖、重要的题型,有利于培养发散性思维. 本例处理的逻辑思路是先假设能组成三角形,再通过求得的三边长进行验证.

同步跟踪练习

4-1. 若一个三角形有两边相等,周长为 17cm,一边长为 3cm,则它的另一边的长是 ( )

A. 11cm　　B. 7cm

C. 11cm 或 7cm　　D. 以上答案均正确

4-2. 现有 2cm,4cm,5cm,8cm 长的四根木棒,任意选取三根组成一个三角形,那么可以组成三角形的个数为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

4-3. 平面上有三个点 A,B,C,它们之间的距离满足关系式 $AB+BC=AC$. 你能画图说明 A,B,C 三个点的位置吗?

4-4. 已知一个三角形的周长为 20cm,其中两边长都等于第三边的 3 倍. 求这个三角形的最长边长为多少 cm?

课堂寄语

本节课的重点是“三角形任何两边的和大于第三边”的性质. 判断三条线段能否组成三角形,过程较为复杂,是本节的难点.

课外同步精练

落实基础

1. 已知三角形两条边长分别为 13cm 和 6cm,第三条边与其中一条边长相等. 那么第三条边长为______cm.
2. 已知一个三角形的两条边长分别为 5 和 6,设该三角形有两条边长相等. 那么该三角形的周长是__________.
3. 两根木棒的长分别为 8cm 和 10cm,要选择第三根木棒,将它们钉成一个三角形框架,那么第三根木棒的长度 x(cm)的范围是____________.
4. 下列说法正确的是 ( )

A. 由三个角组成的图形叫三角形

B. 由三条线段组成的图形叫三角形

C. 由不在同一条直线上的三条线首尾顺次连接所组成的图形叫三角形

D. 长分别为 2cm,3cm,5cm 的三条线段能够组成一个三角形

知能提升

5. 已知三角形的两边长分别为 3 和 7,若周长为奇数,则这样的三角形的个数是 ( )

A. 2 B. 3

C. 4 D. 5

6. 如图 1-1-11,图中共有三角形______个.

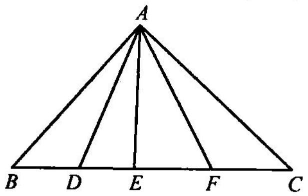


图 1-1-11

7. 如图 1-1-12,在△ABC 中,过点 A 作 AD_1,AD_2,…,AD_9,分别交 BC 于 D_1,D_2,…,D_9,则图中共有三角形______个.

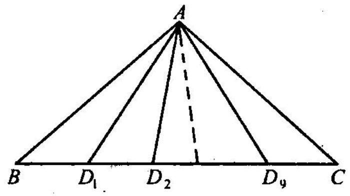


图 1-1-12

8. 有两边相等的三角形的周长是 12cm,一边与另一边的差是 3cm,求三边长.

挑战自我

9. 已知正整数 a,b,c,$a<b<c$,且 c 的值为 6. 问是否存在以 a,b,c 为三边的三角形?若存在,最多可组成几个三角形?若不存在,说明理由.

第 2 课时　1.1　认识三角形(二)

教材目标解读

知识要点

理解“三角形三个内角的和等于 180°”、“三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和”的性质，了解三角形的分类，会运用三角形的内角和外角的性质解简单的几何问题.

能力要求

通过观察、操作、想象、推理、交流等数学活动，培养空间想象能力、推理能力和有条理的表达能力.

温馨提示

通过学生的动手实践、观察、讨论，让学生从中获得丰富的感知，经历和体验图形的变化过程，激发学生的学习兴趣，调动他们的积极性，引导他们感悟知识的生成、发展和变化，学会推理的数学思想方法，培养敢于实践及合作交流的习惯.

教材同步导学

【问题探究】

1. 你还能用其他方法得到三角形的内角和为 180°这一结论吗?

2. 你能区别锐角三角形、直角三角形、钝角三角形吗?

3. 你认为三角形共有几个外角? 三角形的外角具有什么性质?

归纳

1. 请按图 1-2-1 所示的步骤折纸：剪一个 $\triangle ABC$，分别取 AC，BC 的中点 D，E，连结 DE. 过 D，E 作 $DF\perp AB$ 于点 F，$EH\perp AB$ 于点 H. 依次把 $\triangle CDE$，$\triangle ADF$，$\triangle BEH$ 沿 DE，DF，EH 折叠，得长方形 $DFHE$.

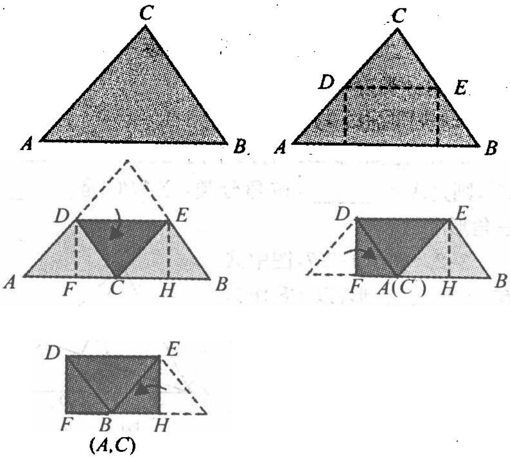


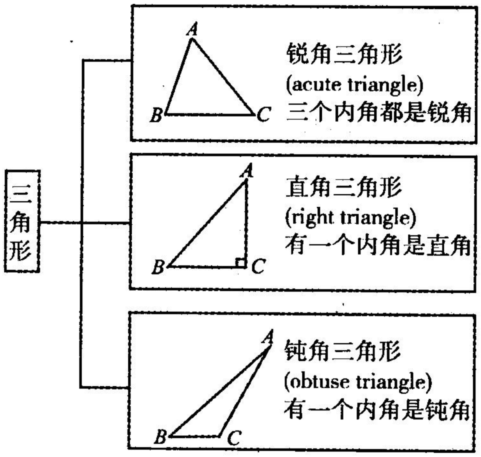
图 1-2-1

得出 $\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

还可以用量角器量出三角形三个内角的度数并将它们相加或把三个角剪下来拼成一个平角，从而得到如下重要结论：

三角形三个内角的和等于 180°.

2. 三角形可以按内角的大小进行分类：



3. 由三角形一条边的延长线和另一条相邻的边组成的角，叫做该三角形的外角，一个三角形有 6 个外角，外角有如下性质：

三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

三角形的一个外角大于和它不相邻的任意一个内角.

典型例题点拨

例 1　(教材例 2)如图 1-2-2，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=45°$，$\angle B=30°$，求 $\angle C$ 的度数.

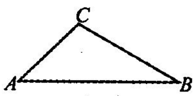


图 1-2-2

[分析] 利用“三角形三个内角的和等于 180°”即可求得.

[解] ∵ $\angle A+\angle B+\angle C=180°$(三角形的三个内角的和等于 180°)，

∴ $\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=180°-(45°+30°)=105°$.

友情提示

在任意三角形中，只要已知其中两角的度数即可求得其他角的度数，在解题过程中，应直接应用三角形内角和定理，千万别再去把探究过程写一遍.

同步跟踪练习

1-1. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=25°18'$，$\angle B=78°$

53′,求$\angle C$的度数.

1-2. 在$\triangle ABC$中,已知$\angle A=\angle B$,$\angle C=40°$.求$\angle A$的度数.

1-3. 在$\triangle ABC$中,$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$的度数之比是2∶3∶4,求$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$,以及和它们都相邻的外角的度数.

例 2 (教材例 3)一张小凳子的结构如图 1-2-3 所示,$\angle 1=\angle 2$,$\angle 3=100°$,求$\angle 1$的度数.

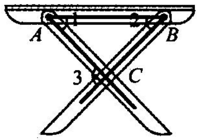


图 1-2-3

[分析] 由图可知:$\angle 3$为$\triangle ABC$中$\angle ACB$的外角,故得$\angle 3=\angle 1+\angle 2$,再由$\angle 1$与$\angle 2$之间的关系可求得$\angle 1$的度数.

[解] 解法一:$\because\angle 3$是$\triangle ABC$的一个外角,

$\therefore\angle 3=\angle 1+\angle 2$(三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和).

$\because\angle 1=\angle 2$,

$\therefore\angle 3=2\angle 1$.

$\therefore\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\angle 3=\frac{1}{2}\times 100°=50°$.

解法二:$\because\angle ACB+\angle 3=180°$,而$\angle 3=100°$,

$\therefore\angle ACB=80°$.

又$\because\angle 1+\angle 2+\angle ACB=180°$(三角形的三个内角和为 180°),

$\therefore\angle 1+\angle 2=100°$,而$\angle 1=\angle 2$.

$\therefore\angle 1=\angle 2=\frac{1}{2}\times 100°=50°$.

友情提示

三角形的外角和性质定理本身是由三角形的内角和性质定理得到的.可以运用外角和定理解决的问题往往也可以用内角和定理来解决.只是在解决问题时应选择较简单的方法.

同步跟踪练习

2-1. 锐角三角形的外角都是________.

2-2. 如图 1-2-4 所示,$\angle ABC=70°$,$\angle A=20°$,$\angle ADC=120°$,那么$\angle C=$______度.

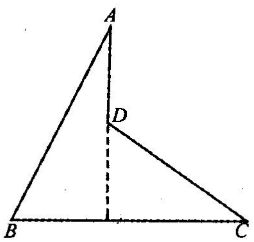


图 1-2-4

2-3. 下面的结论是否正确?请说明理由.

(1) 三角形的任何一个外角大于和它不相邻的任意一个内角;

(2) 四边形的内角和等于 360°.

2-4. 如图 1-2-5,在$\triangle ABC$中,$\angle C$是直角,D是BC上一点.已知$\angle 1=\angle 2$,$\angle B=25°$,求$\angle BAD$的度数.

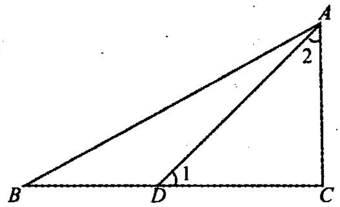


图 1-2-5

例 3 (拓展例题)如图 1-2-6 所示,在$\triangle ABD$中,$AC\perp BD$,垂足为C,$DF\perp AB$,垂足为F.AC与DF交于点E.图中共有几个直角三角形?试分别说出这些直角三角形,并任选一个说出它的直角边和斜边.

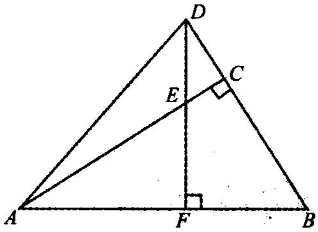


图 1-2-6

[分析] 先确定有几个三角形,再逐个判断是不是直角三角形.有一个内角是直角的三角形就是直角三角形.因此也可以从分析直角的个数入手.

[解] 图中共有 6 个直角三角形,分别是直角$\triangle AEF$,直角$\triangle DEC$,直角$\triangle ABC$,直角$\triangle ADC$,直角$\triangle DFB$,直角$\triangle DAF$.如直角$\triangle DFB$的斜边是BD,直角边是DF,FB.

友情提示

为防止重复或遗漏,可采用以下方法:把图形看成"$\triangle ABD$被AC,DF分成四格",先分析"一格"的图形,再分析"二格"的图形,依此类推逐一确定,也可以按边或角分类确定.

同步跟踪练习

3-1. 已知$\triangle ABC$的两个内角$\angle C=80°$,$\angle B=40°$,则$\angle A=$______,按角分类,$\triangle ABC$是________三角形.

3-2. 如图 1-2-7,图中共有____个三角形;以BF作为一边的三角形是________;$\angle BFE$是________的一个内角,是__________的一个外角.

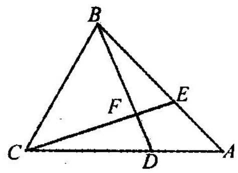


图 1-2-7

3-3. 如图 1-2-8 所示，在$\triangle ABC$中，$AC\perp BC$，$CD\perp AB$于点D. E是AB上的一点.

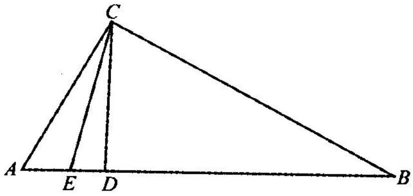


图 1-2-8

(1) 找出图中所有的直角三角形；

(2) 找出图中的钝角三角形，并说明理由.

例 4 （拓展例题）如图 1-2-9，已知D是$\triangle ABC$的边BC延长线上的一点，点F在AB上，DF与AC交于点E，已知$\angle A=40°$，$\angle D=25°$，$\angle BFD=100°$，求$\angle ECB$的度数.

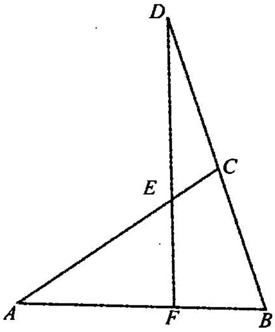


图 1-2-9

［分析］观察图形. $\angle ECB$是$\triangle ABC$的一个内角，已知$\angle A=40°$，只要求出$\angle B$，而在$\triangle DFB$中可求出$\angle B$. 另一种思路是，$\angle ECB$可以看做是$\triangle DEC$的一个外角，故$\angle ECB=\angle D+\angle DEC$，而$\angle DEC$与$\angle AEF$是对顶角，由外角的性质可知$\angle AEF=\angle BFD-\angle A=60°$，从而求出$\angle ECB$.

［解］$\because \angle B+\angle D+\angle BFD=180°$（三角形三个内角的和等于180°），

$\therefore \angle B=180°-(\angle D+\angle BFD)=55°$.

$\because \angle A+\angle B+\angle ECB=180°$（三角形三个内角的和等于180°），

$\therefore \angle ECB=180°-(\angle A+\angle B)=180°-(40°+55°)=85°$.

友情提示

1. 试一试将$\angle ECB$看做是$\triangle DEC$的一个外角的解法，哪种方法更简便？

2. 学会熟练画图，体验图形给数学解题带来的直观感受.

3. 要逐步学会将较复杂的图形分解成几个基本图形来分析.

同步跟踪练习

4-1. 如图 1-2-10 所示，$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$______.

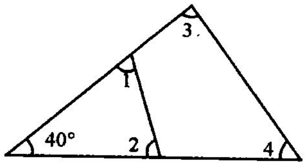


图 1-2-10

4-2. 三角形的最大内角至少要大于或等于 （　　）

A. 45°　　B. 60°

C. 75°　　D. 90°

4-3. 如图 1-2-11，在$\triangle ABC$中，$\angle B=\angle C$，$FD\perp BC$，$DE\perp AB$，$\angle AFD=155°$，求$\angle EDF$的度数.

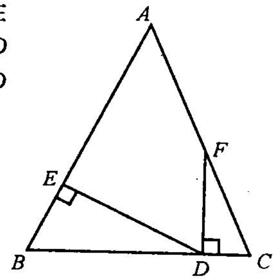


图 1-2-11

课堂寄语

本节课的重点是“三角形三个内角的和等于180°”的性质. 难点是教材例3中涉及几个角之间的关系，不易辨认.

课外同步精练

落实基础

1. 下列说法中，错误的是 （　　）

A. 一个三角形的三个内角中，至少有一个角不大于60°

B. 有一个外角是锐角的三角形是钝角三角形

C. 锐角三角形中，两个角的和小于直角

D. 直角三角形中有一个外角等于和它相邻的内角

2. 在$\triangle ABC$中，若$\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$，则$\triangle ABC$是 （　　）

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 以上都不对

3. 三角形的一个外角等于它相邻内角的4倍，等于它不相邻的一个内角的2倍，则这个三角形各角的度数是 （　　）

A. 45°，45°，90°　　B. 30°，60°，90°

C. 36°，72°，72°　　D. 25°，25°，130°

4. 一个三角形中,锐角至少有_____个,钝角最多有_____个.

5. 如图 1-2-12 所示的是由五角星变化而成的图形,那么$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5=$______度.

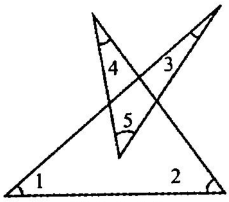


图 1-2-12

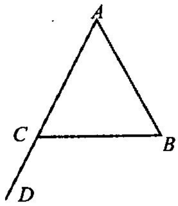


图 1-2-13

6. 如图 1-2-13,在$\triangle ABC$中,已知$\angle A=38°$,$\angle B=62°$,D是AC延长线上的一点,求$\angle BCD$的度数.

知能提升

7. 如果直角三角形的一个锐角的外角等于 128°,那么另一个锐角的度数为______.

8. 已知$\triangle ABC$中,$\angle A:\angle B:\angle C=1:3:5$.求$\angle A$,$\angle B$和$\angle C$的度数.它是什么三角形?

9. $\triangle ABC$中,$\angle A:\angle B=2:3$,$\angle C-\angle A=40°$,求与$\angle A$相邻的外角的度数.

挑战自我

10. 如图 1-2-14,$\angle BOC=100°$,$\angle C=20°$,$\angle B=25°$.求$\angle A$的度数.在解答的过程中你发现$\angle A$,$\angle B$,$\angle C$之间有什么关系?请你写出一个你发现的规律.

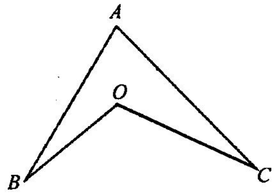


图 1-2-14

第3课时　1.2　三角形的角平分线和中线

教材目标解读

知识要点

了解三角形的角平分线的概念，了解三角形的中线的概念，会利用量角器、刻度尺画三角形的角平分线和中线.

能力要求

经历折纸和画图的实践动手操作过程，认识三角形的角平分线和中线，培养学生的动手能力和作图能力.

温馨提示

让学生动手操作、观察、思考，形成对新知的感性认识，通过画图体验三角形三条角平分线、三条中线交于一点.

教材同步导学

【问题探究】

1. 三角形的角平分线和中线是线段、射线，还是直线？

2. 怎样画三角形的角平分线和中线？

3. 任意画一个三角形，并分别画出它的三条角平分线，你发现了什么？

4. 任意画一个三角形，并分别画出它的三条中线，你发现了什么？

归纳

1. 在三角形中，一个内角的角平分线与它的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线. 以前学过的角平分线是一条射线，而三角形的角平分线是指内角平分线，即一个内角的平分线在三角形内(包括边界)的部分，是一条线段. 三角形的角平分线仍具有角平分线的基本性质：平分三角形的一个内角.

在三角形中，连结一个顶点与它对边中点的线段，叫做这个三角形的中线. 三角形的中线也是一条线段. AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，则 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC$；$AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，则 $BD=CD=\frac{1}{2}BC$.

2. 用量角器或折纸的方法画三角形的角平分线；用刻度尺或折纸的方法画三角形的中线.

3. 三角形的三条角平分线相交于一点.

4. 三角形的三条中线相交于一点.

典型例题点拨

例1　(教材例题)如图 1-3-1，AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 已知 $\angle B=45°$，$\angle C=60°$，求下列角的大小：

(1) $\angle BAE$；

(2) $\angle AEB$.

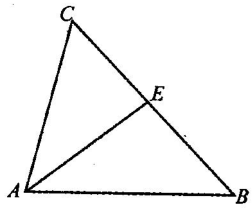


图 1-3-1

[分析] 由三角形的内角和定理得 $\angle CAB$ 的度数，由角平分线定义可求得 $\angle BAE$；再利用三角形的内角和定理或三角形的外角和定理得到 $\angle AEB$ 的度数.

[解] (1) ∵ AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

∴ $\angle CAE=\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAC$.

∵ $\angle BAC+\angle B+\angle C=180°$(三角形的三个内角和等于 180°)，

∴ $\angle BAC=180°-\angle B-\angle C=180°-45°-60°=75°$.

∴ $\angle BAE=37.5°$.

(2) ∵ $\angle AEB=\angle CAE+\angle C$(三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和)，

$\angle CAE=\angle BAE$，

∴ $\angle AEB=37.5°+60°=97.5°$.

友情提示

充分利用所学知识解决问题，可分以下两部分：

(1) 根据条件讨论可能产生的结论.

(2) 建立所求未知量与已知量的等量关系.

本例的第(2)小题还可以运用内角和定理或其他方法来求得.

同步跟踪练习

1-1. 已知 $\triangle ABC$，如图 1-3-2 所示：

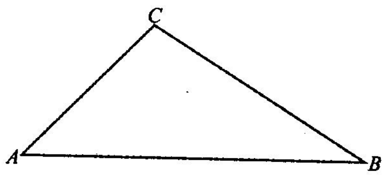


图 1-3-2

(1) 用刻度尺画 BC 边上的中线；

(2) 用量角器画 $\angle C$ 的平分线.

1-2. 如图 1-3-3，AD，CE 分别是 $\triangle ABC$ 的中线和角平分线，则 $BD=$________$=\frac{1}{2}$________；$\angle ACE=$________$=\frac{1}{2}$________.

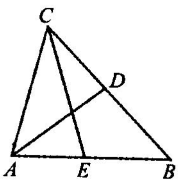


图 1-3-3

1-3. 如图 1-3-4，AF 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，AE 是 BC 边上的中线，选择“$>$”“$<$”或“$=$”填空.

(1) EB ______ EC；

(2) $\angle CAF$ ______ $\frac{1}{2}\angle BAC$；

(3) $\angle AFB$ ______ $\angle C+\angle FAB$；

(4) $\angle AEC$ ______ $\angle B$.

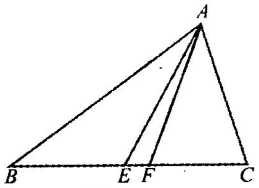


图 1-3-4

例 2 如图 1-3-5，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，如果 $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ACD$ 的周长多 2cm，且 AB 与 AC 的和为 16cm，求 AB，AC 的长.

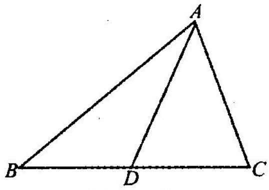


图 1-3-5

[分析] $\triangle ABD$ 的周长为 AB，AD，BD 三线段的和，$\triangle ACD$ 的周长为 AC，AD，CD 三线段的和，而 $BD=CD$，故由 $\triangle ABD$ 的周长比 $\triangle ACD$ 的周长多 2cm，可得 AB 比 AC 多 2cm，且 AB 和 AC 的和为 16cm，可求得 AB，AC 的长.

[解] 设 AC 长为 $x$cm，则 AB 长为 $(x+2)$cm，则

$x+(x+2)=16$.

解得：$x=7$.

$x+2=9$.

$\therefore AB$ 长为 9cm，AC 长为 7cm.

友情提示

由三角形中线定义得 $BD=DC=\frac{1}{2}BC$ 或 $BC=2BD=2DC$，至于到底运用哪个结论较合适，要看具体题目来定，而不可千篇一律. 应灵活运用所学知识，用代数方法解几何题.

同步跟踪练习

2-1. 如图 1-3-6，$BD=DE=EF=FC$，AD 是 ______ 的中线，______ 是 $\triangle AEC$ 的中线，AE 是 ______ 的中线.

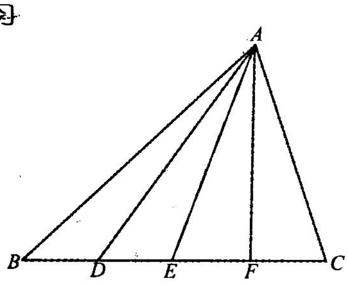


图 1-3-6

2-2. 如图 1-3-7，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AB=5$cm，$AC=3$cm，则 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长之差为 ______ cm；$\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的面积关系为 ______.

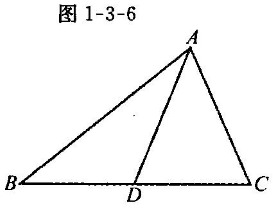


图 1-3-7

2-3. 如图 1-3-8，已知 AD 是 BC 边上的中线，$AB=5$cm，$AD=4$cm. $\triangle ABD$ 的周长是 12cm，求 BC 的长.

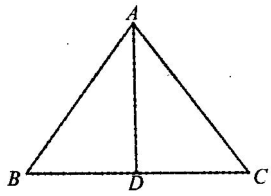


图 1-3-8

2-4. 如图 1-3-9，在 $\triangle ABC$ 中，BE 是边 AC 上的中线. 已知 $AB=4$cm，$AC=3$cm，$BE=5$cm，求 $\triangle ABE$ 的周长.

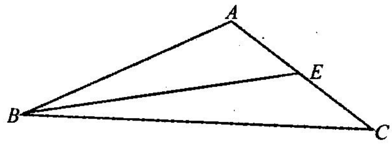


图 1-3-9

例 3 如图 1-3-10 所示，$\triangle ABC$ 的角平分线 AD，CE 相交于点 F，设 $\angle B=x$ 度，试用 x 的代数式表示 $\angle AFC$ 的度数.

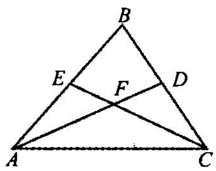


图 1-3-10

[分析] 在 $\triangle ABC$ 中，由 $\angle B=x$ 度，得 $\angle BAC$ 与 $\angle BCA$ 的度数和为 $180°-x$，由角平分线定义得，$\angle FAC+\angle FCA=\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle BCA=\frac{1}{2}(180°-x)$ 度，再由三角形内角和等于 $180°$，可得 $\angle AFC$ 的度数.

[解] $\because \angle B+\angle BAC+\angle BCA=180°$（三角形三个内角的和等于 $180°$），

$\therefore \angle BAC+\angle BCA=(180-x)°$.

$\because AD$，CE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，

$\therefore \angle FAC=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle FCA=\frac{1}{2}\angle BCA$.

$\because \angle FAC+\angle AFC+\angle FCA=180°$（三角形三个内角的和等于 $180°$），

$\therefore \angle AFC=180°-\angle FAC-\angle FCA=180-\frac{1}{2}(180-x)=\left(90+\frac{1}{2}x\right)°$.

友情提示

用已知量表示有关量是解决几何计算问题的常用方法，是用列方程的方法求几何图形的某些量的基础. $\angle AFC$ 是三角形两内角的角平分线的交角，它应该等