

高等学校教材

主编  
郭科

数学实验  
高等数学分册

 高等教育出版社

高等学校教材

# 数学实验 高等数学分册

主编 郭 科  
编者 陈 聆 徐松浦 黄光鑫  
余海洋 常睿春 郑 磊

高等教育出版社

## 内容提要

本书是《数学实验》系列教材之一,是与高等数学课程配套的实验教材。书中的实验内容按照高等数学课程的章节展开,实验项目设置包含验证性、设计性和综合性三个层次,同时考虑知识性、趣味性的统一以及融知识学习、能力培养、素质提高于一体的思路,以提高学生学数学的兴趣和信心,培养和锻炼学生从学数学到用数学的思维转变,提升数学创新思维和数学应用能力。其中,验证性实验是用 MATLAB 软件进行一些基本运算;设计性实验和综合性实验是通过案例讲解如何用高等数学方法与 MATLAB 软件相结合解决实际问题。每部分配有习题或思考题供读者练习。

全书内容包括:函数与极限、一元函数微分学、一元函数积分学、空间解析几何、多元函数微分学、多元函数积分学、级数理论以及常微分方程。本书不仅适合本科生教学使用,也可作为数学建模的辅导书以及从事相关研究的学者的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

数学实验.高等数学分册/郭科主编. —北京:高等教育出版社,2009.8

ISBN 978 - 7 - 04 - 027659 - 6

I. 数… II. 郭… III. 高等数学 - 实验 - 计算机辅助计算 - 软件包, MATLAB - 高等学校 - 教材 IV. O13 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 135151 号

---

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	400 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
总 机	010 - 58581000		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
印 刷	国防工业出版社印刷厂		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
		畅想教育	<a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>
开 本	787 × 960 1/16	版 次	2009 年 8 月第 1 版
印 张	13	印 次	2009 年 8 月第 1 次印刷
字 数	240 000	定 价	15.80 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 27659 - 00

## 《数学实验》系列教材编委会

主编：郭 科

编委：王茂芝 周仲礼 陈 聆

郭发明 范安东 王权锋

# 总 序

工科数学教学改革的全面推进促进了数学建模课外科技活动的开展以及数学实验室的建立和数学实验课程的开设;反过来,这一系列举措也进一步促使工科数学教学改革向纵深发展。特别地,数学实验课程作为沟通工科数学三大基础课程(高等数学、线性代数、概率论与数理统计)和数学建模之间的桥梁,对于提升大学生学数学的兴趣、沟通数学理论学习和数学实验实践、促进大学生从学数学到用数学的转换,进而为下一步数学建模奠定良好的基础等方面起到了积极有效的作用。为此,诸多高校在这一领域做了大量工作,我校(成都理工大学)也经历了从1999年参编《数学实验》,到2003年自编《理工数学实验》(教育科学“十五”国家规划课题研究成果)的发展过程,并一直在这一领域做积极探索。通过十几年的改革和实践,我们认为,目前数学实验课程教材标准不一,内容各异,其中最主要的问题是难以和工科数学三大基础课程进行对接,从而起不到沟通工科数学三大基础课程和数学建模之间的桥梁作用。为此,我们在2003年出版的《理工数学实验》的基础上,成立了以博士生导师郭科教授为主编,包括数学实验室主任、数学基础教学部主任、应用数学系主任和信息与计算科学系主任等成员的编委会,对原教材进行改版和扩编,形成了数学实验课程系列教材,该系列教材具有以下特点:

首先,数学实验系列教材形成一个“从基础到专业再到应用”的完整体系。其中“基础”指的是面向工科数学三大基础课程,为此,我们编写了《数学实验——高等数学分册》、《数学实验——线性代数分册》、《数学实验——概率论与数理统计分册》三本教材分别和高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程匹配。“专业”指的是面向数学与应用数学、信息与计算科学这两个数学类专业,为此,我们编写了《数学实验——数学专业用书》与之配套。而“应用”指的是《数学实验——数学建模分册》。另外,系列教材中所有案例使用的数学软件为MATLAB,为此,我们编写了《数学实验——数学软件教程》。

其次,在上述体系和框架驾驭下,针对不同的使用对象,系列教材的编写遵循“突出创新思维,强化实践能力”这一明确的指导思想。对于面向基础的教材,在编写时遵循“打通理论和实践教学互通的桥梁;加强实践教学环节,一定程度上弥补理论教学和习题课教学的缺陷;在实验项目设置上考虑层次性,并融

入数学建模的初步思想”等原则。对于面向专业的教材,在编写时遵循“从数学学科专业角度理清宏观脉络;从课程层进关系理清数学发展历史;从数学应用角度引入现代数学常见理论和方法以及应用”等原则展开。对于面向应用的教材,在编写时遵循“突出实际工程应用的案例分析”的思路。

第三,该系列教材定位为实验教材,所以,与该系列教材对应的教学活动为实验实践教学活动,而非理论教学活动。

第四,对于面向基础的三本教材,在风格上是统一的,教材在内容的设置上和相应理论教学课程是配套的。同时,由于该系列教材定位为实验教材,所以,在内容安排上全部为实验项目,而且实验项目的设置包含验证性、设计性和综合性三个层次。其中验证性实验项目主要是让学生更深入和形象地理解高等数学、线性代数、概率论与数理统计中的有关概念和理论,提高学数学的兴趣;而设计性和综合性实验项目的设置主要是培养学生从学数学到用数学的转化,进而提高数学建模能力。这种规划有以下几个优点:一是便于作为高等数学、线性代数、概率论与数理统计三门课程实验教学实施,教学针对性强;二是真正起到沟通工科数学三大基础课程和数学建模之间的桥梁作用。

第五,在教材编写过程中,在人员搭配方面考虑了理论教学和实验教学一线教师的密切配合。具体地讲,面向基础的三本教材编写人员由数学实验室和数学基础教学部教师组成,而面向专业的教材由数学专业授课教师和数学实验室教师组成。这种人员搭配一定程度上避免了理论和实践的脱节问题。

本系列教材中,面向基础的三本教材适用于开设了高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程的所有专业;面向专业的教材适用于数学类专业;而面向应用的教材适合于所有参加数学建模的师生和有关工程技术人员。各教材在内容讲解和学时设置上可根据各校实际情况进行把握,具有较大的弹性。

另外,需要指出的是,本系列教材的编写和出版得到了我院以下国家级和省(部)级质量工程的资助:数学与应用数学国家级特色专业建设项目(2008年)、数学应用与计算机仿真省级实验教学示范中心建设项目(2007年)、数学与应用数学省级特色专业建设项目(2007年)、数学地质四川省优秀教学团队建设项目(2007年)、理工数学实验省级精品课程建设项目(2005年)。

最后需要说明的是,虽然该系列教材经过了试用,但由于时间和水平有限,错漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

2009年3月于成都理工大学

# 前 言

《数学实验——高等数学分册》是为理工科院校开设数学实验课程编写的教材,是与高等数学课程配套实施的实验教材,积累了我校多年来在工科数学教学改革和数学实验教学改革等方面的综合成果。该书是《数学实验》系列教材之一,它将经典数学知识、数学建模与计算机应用三者融为一体,使学生深入理解高等数学基本概念、基本理论,熟悉常用的数学软件,既培养了学生进行数值计算和数据处理的能力,也锻炼了学生应用数学知识建立数学模型、解决实际问题的能力,同时还可以激发学生学习数学的兴趣。

本书内容分为九章。前八章是按照理工科院校高等数学教学的先后顺序安排的,分别为:第1章函数与极限,第2章一元函数微分学,第3章一元函数积分学,第4章空间解析几何,第5章多元函数微分学,第6章多元函数积分学,第7章级数理论,第8章常微分方程,第9章综合性实验。除第9章外,各章又分为验证性实验和设计性实验。验证性实验主要让学生学会如何使用 MATLAB 软件解决数学中的一些经典问题,设计性实验主要让学生体会怎样用该部分的数学知识去建立数学模型、解决实际问题,在设计性实验后面还附有思考与提高,可供学生自己动手完成。第9章综合性实验具有一定的灵活性和难度,供学有余力的学生学习。

本书实验安排层次分明,紧密结合高等数学知识,易教易学。同时在设计性实验中有适当的超前性,但其内容也是学生今后要学到用到的,并且很容易接受和掌握。实验内容选材广泛、论述清楚,具有一定的实用价值和趣味性。

本书的主要读者为大学一年级学生,与高等数学课程同步开设,学生应在教师的指导下完成全部的验证性实验。对于设计性实验,可根据时间的多少灵活安排,或在教师指导下完成,或由学生在课外单独完成。

本书由郭科教授、陈聆副教授组织编写。各章节编写人员(按照章节先后顺序排列)如下:

陈 聆:第1章、第2章、第3章验证性实验

常睿春:第1章、第2章、第3章设计性实验

徐松浦:第5章、第6章验证性实验

黄光鑫:第5章、第6章设计性实验

余海洋:第4章、第7章、第8章验证性实验

郑 磊：第 4 章、第 7 章、第 8 章设计性实验

邓添予、曾玉祥、袁勇等研究生参与了第 9 章综合性实验中程序测试和验证等工作。

在本书的编写过程中参阅了许多专家和学者的论著文献，并引用了部分文献中的实例，恕不一一指明出处，在此一并向有关作者致谢！

本书在编写过程中得到成都理工大学和信息管理学院的大力支持，在此表示衷心的感谢！

由于水平及时间有限，误漏之处在所难免，敬请读者批评指正。



# 目 录

第 1 章 函数与极限	1
1.1 验证性实验	1
实验一 函数图形	1
实验二 函数的极限	6
实验三 复合函数与反函数	8
练习题	10
1.2 设计性实验	11
实验一 数据拟合问题	11
实验二 复利问题	15
思考与提高	16
第 2 章 一元函数微分学	17
2.1 验证性实验	17
实验一 初等函数的导数	17
实验二 隐函数与参量函数的导数	22
实验三 函数的微分	26
实验四 导数的应用	28
练习题	34
2.2 设计性实验	35
实验一 最优价格问题	35
实验二 效果最佳问题	37
实验三 相关变化率	39
思考与提高	40
第 3 章 一元函数积分学	42
3.1 验证性实验	42
实验一 不定积分	42
实验二 定积分	44
实验三 定积分的应用	47
练习题	50
3.2 设计性实验	51
实验一 树的高度问题	51
实验二 还款问题	52

	实验三 生日蛋糕问题 .....	53
	思考与提高 .....	55
<b>第 4 章</b>	<b>空间解析几何</b> .....	57
4.1	验证性实验 .....	57
	实验一 空间曲线 .....	57
	实验二 二次曲面 .....	60
	练习题 .....	65
4.2	设计性实验 .....	66
	实验一 地球表面的气温分布 .....	66
	实验二 路线的设计 .....	67
	思考与提高 .....	69
<b>第 5 章</b>	<b>多元函数微分学</b> .....	70
5.1	验证性实验 .....	70
	实验一 二元函数的极限 .....	70
	实验二 多元函数的偏导数 .....	71
	实验三 隐函数的偏导数 .....	73
	实验四 高阶偏导数 .....	75
	实验五 方向导数 .....	77
	实验六 偏导数的几何应用 .....	78
	实验七 多元函数的极值 .....	80
	练习题 .....	82
5.2	设计性实验 .....	83
	实验一 合理开料问题 .....	83
	实验二 血管在分岔点的几何形状 .....	84
	思考与提高 .....	87
<b>第 6 章</b>	<b>多元函数积分学</b> .....	89
6.1	验证性实验 .....	89
	实验一 二重积分 .....	89
	实验二 三重积分 .....	93
	实验三 第一类曲线积分 .....	98
	实验四 第一类曲面积分 .....	100
	实验五 第二类曲线积分 .....	102
	实验六 第二类曲面积分 .....	105
	实验七 梯度、散度与旋度 .....	107
	练习题 .....	110
6.2	设计性实验 .....	110
	实验一 通信卫星在地面上的覆盖面积 .....	110

实验二 雨中行走问题 .....	112
思考与提高 .....	115
<b>第 7 章 级数理论 .....</b>	<b>116</b>
7.1 验证性实验 .....	116
实验一 数项级数 .....	116
实验二 幂级数 .....	118
实验三 Fourier 级数 .....	122
练习题 .....	124
7.2 设计性实验 .....	125
实验一 序列的周期性和共轭对称性研究 .....	125
实验二 基金存入数的计算 .....	126
思考与提高 .....	127
<b>第 8 章 常微分方程 .....</b>	<b>129</b>
8.1 验证性实验 .....	129
实验一 微分方程的通解 .....	129
实验二 微分方程的特解 .....	131
练习题 .....	133
8.2 设计性实验 .....	134
实验一 数学摆的位置 .....	134
实验二 导弹追踪问题 .....	135
实验三 地中海鲨鱼问题 .....	138
思考与提高 .....	142
<b>第 9 章 综合性实验 .....</b>	<b>144</b>
综合性实验一 用 MATLAB 简单模拟地震波的传播过程 .....	144
综合性实验二 乘公交、看奥运 .....	157
思考与提高 .....	193
<b>参考文献 .....</b>	<b>194</b>

# 第 1 章 函数与极限

【函数与极限简介】 函数,对于数学的每一个分支来说都是极其重要的基本概念,在现实生活中有着广泛的应用.许多实际问题,根据我们所学知识,通过抽象概括,都可以建立数学模型来解决.掌握好函数的概念对今后的学习非常有用.极限概念是由于求某些实际问题的精确解答而产生的.例如我国古代数学家刘徽(3世纪)利用圆内接正多边形来推算圆面积的方法——割圆术,就是极限思想在几何学上的应用.在解决实际问题中形成的这种极限方法,已成为高等数学中的一种基本方法.极限理论是微积分的理论基础,贯穿整个微积分理论的始终,在微积分理论中具有非常重要的地位和意义.

## 1.1 验证性实验

### 实验一 函数图形

#### 【实验目的】

1. 了解基本初等函数及图形特征,会用 MATLAB 图形命令画图.
2. 会画复合函数、参变量函数及分段函数的图形.

【实验要求】 熟悉 MATLAB 图形命令 plot.

#### 【实验内容】

1. 利用图形命令分别在同一坐标系下画出下列基本初等函数的图形,并观察图形特征.

$$(1) y = x, y = x^2, y = x^3, y = x^4;$$

$$(2) y = 2^x, y = 10^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = e^x;$$

$$(3) y = \ln x, y = \lg x, y = \log_2 x;$$

$$(4) y = \arcsin x, y = \arccos x.$$

2. 利用图形命令画出下列函数的图形.

$$(1) y = 3x^2 - x^3, x \in [-5, 5];$$

$$(2) y = \cos 4x, x \in [-\pi, \pi];$$

$$(3) y = x + \cos x, \quad x \in [-\pi, \pi];$$

$$(4) \begin{cases} x = \sin t, \\ y = \sin 2t, \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi];$$

$$(5) f(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \leq 1, \\ x, & |x| > 1. \end{cases}$$

## 【实验过程】

```
1. (1) >>x = -1:0.01:1;
>>y1 = x;y2 = x.^2;y3 = x.^3;y4 = x.^4;
>>plot(x,y1,'-',x,y2,':',x,y3,'*',x,y4,'--');
```

运行结果:

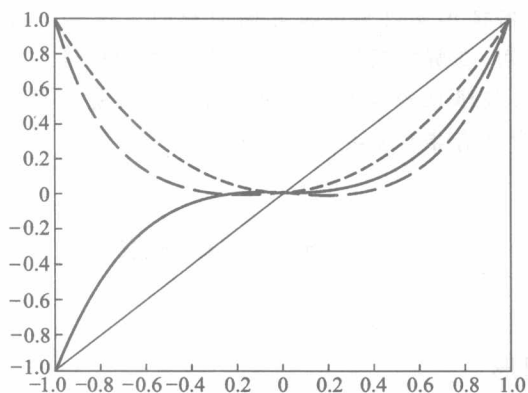


图 1-1 幂函数图

```
(2) >>x = linspace(-1,1,60);
>>y1 = 2.^x;y2 = 10.^x;y3 = (1/3).^x;y4 = exp(x);
>>plot(x,y1,'-',x,y2,':',x,y3,'*',x,y4,'--');
```

运行结果:

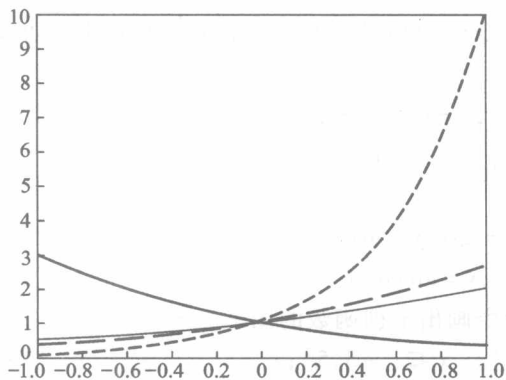


图 1-2 指数函数图

```
(3) >>x = linspace(0.1,2 * pi,60);
>>y1 = log(x);y2 = log10(x);y3 = log2(x);
>>plot(x,y1,'-',x,y2,':',x,y3,'-.');
运行结果:
```

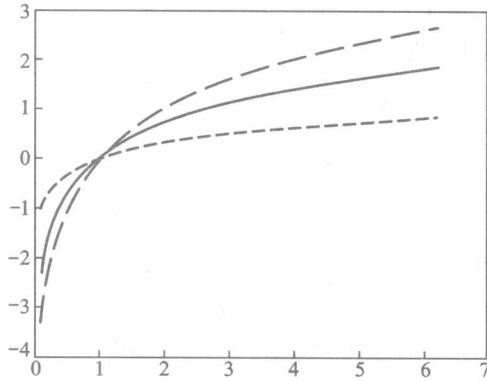


图 1-3 对数函数图

```
(4) >>x = linspace(-1,1,60);
>>y1 = asin(x);y2 = acos(x);
>>plot(x,y1,'-',x,y2,'--');
运行结果:
```

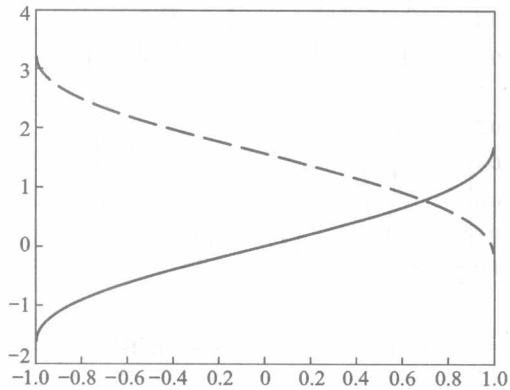


图 1-4 反三角函数图

```
2. (1) >>x = -5:0.01:5;
>>y = 3 * x.^2 - x.^3;
```

```
>>plot(x,y);
```

运行结果:

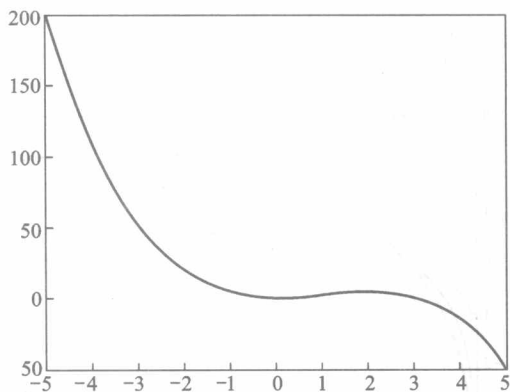


图 1-5 函数  $y=3x^2-x^3$  的图形

```
(2) >>x = -pi:0.01:pi;
```

```
>>y = cos(4 * x);
```

```
>>plot(x,y);
```

运行结果:

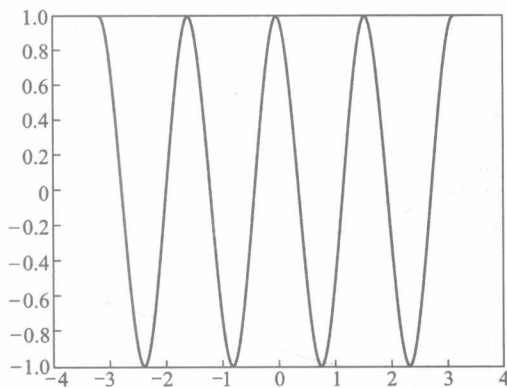


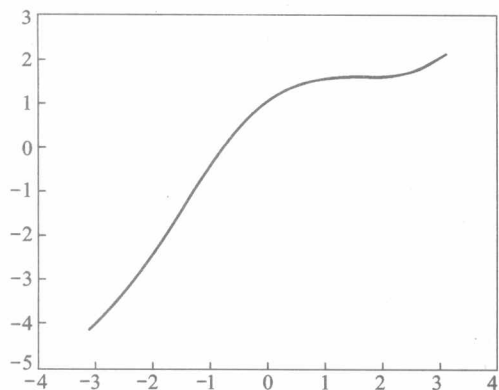
图 1-6 函数  $y = \cos 4x$  的图形

```
(3) >>x = -pi:0.01:pi;
```

```
>>y = x + cos(x);
```

```
>>plot(x,y);
```

运行结果:

图 1-7 函数  $y = x + \cos x$  的图形

```
(4) >>t=0:0.01:2*pi;  
>>x=sin(t);  
>>y=sin(2*t);  
>>plot(x,y);
```

运行结果:

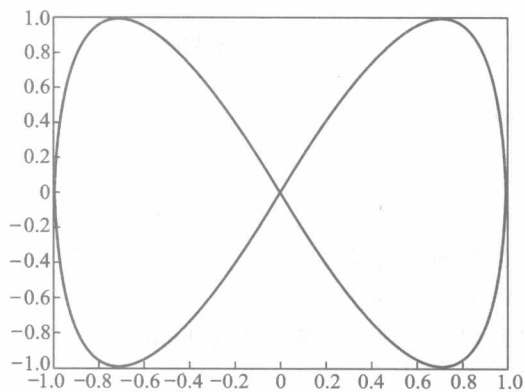


图 1-8 参变量函数图

```
(5) for x = -2:0.001:2  
if abs(x) <= 1  
f = x^2;  
plot(x,f)  
hold on  
else
```



```

f = x;
plot(x,f)
hold on
end
end

```

运行结果:

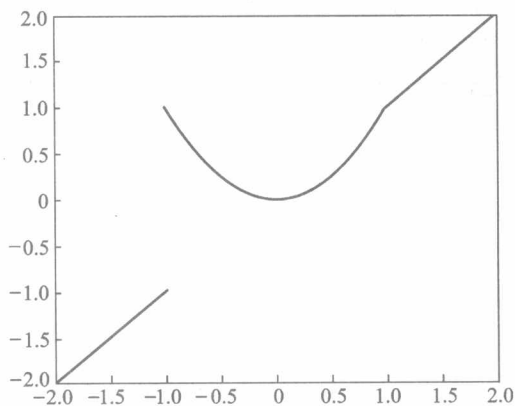


图 1-9 分段函数图

## 实验二 函数的极限

### 【实验目的】

1. 熟悉函数极限的概念.
2. 掌握求各种类型函数的极限的方法.
3. 会用 MATLAB 命令求函数极限.

【实验要求】 熟悉 MATLAB 中求极限的命令 limit.

### 【实验内容】

1. 计算下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx};$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x};$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+3};$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2 + x};$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 2x - 1);$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2 - 4}};$$