



面向21世纪课程教材学习辅导书

普通物理学教程

力 学

第二版

学习指导书

管 靖 张 英 杨晓荣



高等教育出版社

HIGHER EDUCATION PRESS

面向 21 世纪课程教材学习辅导书

普通物理学教程

力 学

第二版

学习指导书

管 靖 张 英 杨晓荣



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书是漆安慎、杜婵英编著的面向 21 世纪课程教材《普通物理学教程:力学》(第二版)的配套学习指导书。全书基本上按照教材的章节顺序,每章给出“思考题解答或提示”、“习题解答或提示”以及结合具体问题进行的“学习指导”。

本书思考题和习题都附有原题,便于使用不同教材的读者参考。本书可供高等学校物理专业师生使用,也可供中学物理教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理学教程.力学(第二版)学习指导书/管靖,张英,杨晓荣. —北京:高等教育出版社,2009.6
ISBN 978-7-04-026276-6

I. 普… II. ①管…②张…③杨… III. 力学-高等学校-教学参考资料 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 038435 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	400-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landraco.com
印 刷	北京中科印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×960 1/16	版 次	2009 年 6 月第 1 版
印 张	12	印 次	2009 年 6 月第 1 次印刷
字 数	220 000	定 价	15.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26276-00

前 言

普通物理学中的力学是高等学校物理专业学生的第一门基础课。这门课讲的是力学,但意义却更为深远,应该理解为“从力学开始学物理”。力学研究物体的机械运动,既形象又直观,而且读者对它也比较熟悉,所以它正是学习物理学的最好切入点。但是,力学这门课程并不简单,可能是读者将要学习的最重要、最困难的一门课程,因为在这门课程中,读者要掌握的新思想、新概念和新方法,可能比在高年级或研究生阶段的一门课程中还要多。在学习力学的过程中,如果读者能够清楚地理解课程中所阐述的物理内容,即使还不能在较复杂的情况下运用自如,实际上就已经克服了学习物理学的真正的、大部分的困难,可以有信心地继续学习物理学了。

本书基本上按照《普通物理学教程—力学》(第二版)的章节顺序,每章都给出“思考题解答或提示”、“习题解答或提示”和“学习指导”。

读者必须认真学习教材,这本书不准备、也不可能为读者提供学习的捷径。本书不对教材进行总结归纳,更不去讨论什么是重点。“学习指导”是结合具体问题进行的,大多是“借题发挥”,给读者一些建议,但不求面面俱到。为便于区分,“学习指导”用大字宋体印刷并多置于[]之中(思考题、习题的原题也用大字宋体印刷)。

对于较典型或难度较大的习题给出“解答”,习题解答用大字楷体印刷。习题解答按教材的教学要求,力求做到思路清晰、逻辑严密、较为详尽,希望对读者的学习有所帮助,并成为读者完成作业的样本。

大部分题目给出“提示”。所谓提示,是指给出解题的主要步骤和答案,但不完全满足解题要求的格式与步骤。提示用小字楷体印刷。

“学学问,先学问,只会答,非学问。”如何提出问题,是需要逐步学习的,教材设置思考题就是为初学者做出如何提出问题的范例,所以读者不但要关注思考题的解答,更应关注如何在学习中提出问题。

学习一门课程,必须独立完成必要的练习。在大学低年级课程中,为督促读者学习,一般会布置作业。读者必须正确利用这本指导书,本书是为那些努力学习但又困难的读者编写的。思考题、习题必须独立思考,遇到困难解决不了,

为了不耗费过多的时间,可以参阅一下本书,有了思路后还要尽量独立完成练习,直接阅读本书或抄写答案是没有意义的。

由于教材已经给出了习题答案,本书又给出了所有习题的解答或提示,所以“把作业写出来让老师看看对不对”已经完全没有意义了!读者自己是学习过程的主体,通过对思考题、习题的思考和解答,检验学习的效果并获得进一步的提高才是目的。

作业必须遵从课程要求的格式和步骤,实际上这是对读者进行科学表述的训练,这对于初入大学的读者是非常重要的!前面已经说过,本书的习题解答就是读者完成作业的格式和步骤的样本。

作业(思考题和习题)不可能涵盖课程的所有内容。而且有些最重要的内容,比如对于牛顿力学的理解、物理模型的建立等,作业几乎完全不能体现。大学课程与中学不同,上课以后绝不能只做作业,做完作业也绝不是完成学习的标志,这一点请读者必须注意。

最后提醒读者,要有意识地逐步清除应试教育的习惯,遇到一个问题可以不会(这时就可以参阅本书了),但不可以乱做,做的每一步都一定要有理由、有根据,作业中还要把这些理由用最简单的文字交代清楚。(这一点是要经过努力才能学会的!)此外,不必过多关注哪种题该怎么做,更不要死记解题的套路,而应注意总结物理学研究问题、解决问题的思路与方法。

编 者

2009年1月于北京

目 录

数学知识	1
第一部分 微积分初步	1
第二部分 矢量	4
第一章 物理学与力学	8
思考题	8
第二章 质点运动学	10
思考题	10
习题	12
第三章 动量·牛顿运动定律·动量守恒定律	33
思考题	33
习题	39
第四章 动能和势能	68
思考题	68
习题	70
第五章 角动量·关于对称性	90
思考题	90
习题	92
第六章 万有引力定律	100
思考题	100
习题	100
第七章 刚体力学	106
思考题	106
习题	109
第八章 弹性体的应力和应变	133
思考题	133
习题	134
第九章 振动	141

思考题	141
习题	143
第十章 波动和声	153
思考题	153
习题	155
第十一章 流体力学	165
思考题	165
习题	170
第十二章 相对论简介	179
思考题	179
习题	181

数学知识

(1) 教材把这部分内容安排在第十二章之后,但教学中多放在第一章之前或分散于各章中讲授.为便于读者阅读,把它放在第一章之前.

(2) 由于读者还会在数学课程中细致地学习这些数学知识.而且在教学中可以把这些知识分散开,在需要用到它们之前有针对性地讲授,不一定专门设置数学的习题.所以本书不准备对教材中的习题逐题进行讨论,主要是给出一些指导与建议.

第一部分 微积分初步

学习物理的人应该具备良好的数学科学素质,数学绝不只是工具.在力学中讲数学主要关注于实用,知其然就行,不必深究其所以然.数学课就要讲得透彻,还要解决素质教育的问题.微积分的建立是人类思想史上革命性的变革,读者能否掌握微积分的思想是科学思维能否“近代化”的关键.先在物理学中学点微积分,再学数学就会有较好的物理背景,对学好数学也有利;而且还可以体会到“实用型”和“素质型”教育的差异,使你对素质教育有正确的理解.

现在学习微积分,只要读懂教材就可以了,不必提前学数学课程中的内容.在力学中是用“渗透式”的讲法讲一点微积分,读者可能不习惯“渗透式”而喜欢“透彻式”,这是应该改变的.追求透彻,从一个方面讲这是优点,但是如果不透彻就抗拒,那就是缺点了,这种习惯会使接受新事物变得缓慢.

(一) 求导数中的变量变换

教材 P463 习题 1. (4) 求 $y = \sin \sqrt{1+x^2}$ 的导数.

$$\text{解: } y' = \frac{dy}{dx} = \cos(1+x^2)^{1/2} \cdot \frac{1}{2}(1+x^2)^{-1/2} \cdot 2x = \frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$$

[详细做法: 令 $w = 1 + x^2$, $u = \sqrt{w}$, 所以

$$\begin{aligned} y' &= \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dw} \frac{dw}{dx} = \frac{d(\sin u)}{du} \frac{d(w^{1/2})}{dw} \frac{d(1+x^2)}{dx} \\ &= \cos u \cdot \frac{1}{2} w^{-1/2} \cdot 2x = \cos(1+x^2)^{1/2} \cdot \frac{1}{2}(1+x^2)^{-1/2} \cdot 2x \end{aligned}$$

读者初学时最好一步一步地做, 熟悉后就可以写得简洁了.]

(二) 微分的运算法则

微分 $dy = y'dx$ 的运算法则与导数相同, 比如 $d(y_1 + y_2) = dy_1 + dy_2$, $d(y_1 y_2) = y_2 dy_1 + y_1 dy_2$ 等等. 证明是简单的, 请读者自己思考.

例题 1 求 $y = \sin \sqrt{1+x^2} + x^3$ 的微分 dy .

$$\begin{aligned} \text{解: } dy &= d(\sin \sqrt{1+x^2}) + dx^3 = \frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} dx + 3x^2 dx \\ &= \left(\frac{x \cos \sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} + 3x^2 \right) dx \end{aligned}$$

(三) 积分中的变量变换

教材 P463 习题 3. (9) 求不定积分 $\int \sin^2 x \cos x dx$.

$$\text{解: } \int \sin^2 x \cos x dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

[详细做法: 令 $z = \sin x$, $d(\sin x) = \cos x dx$, 则

$$\int \sin^2 x \cos x dx = \int z^2 dz = \frac{1}{3} z^3 + C = \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

熟悉之后可以采用简洁的表述方式.]

教材 P463 习题 3. (12) 求不定积分 $\int \frac{\ln x}{x} dx$.

$$\text{解: } \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x d \ln x = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C$$

教材 P463 习题 4. (6) 求定积分 $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx$.

解法 1: 令 $z = \sin 2x$, $dz = 2 \cos 2x dx$, 则

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int_{\pi/6}^{\pi/4} 2 \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int_{\sqrt{3}/2}^1 dz = \frac{1}{2} z \Big|_{\sqrt{3}/2}^1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

[变量变换 $x \rightarrow z = \sin 2x$ 的同时, 积分上限 $x = \pi/4 \rightarrow z = \sin 2x = \sin \pi/2 = 1$ 和积分下限 $x = \pi/6 \rightarrow z = \sin 2x = \sin \pi/3 = \sqrt{3}/2$ 也要一起作变换.]

$$\begin{aligned} \text{解法 2: } \int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx &= \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1}{2} d(\sin 2x) \\ &= \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$

[解法 2 是常用的写法, $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1}{2} d(\sin 2x)$, 实际已经完成了变量变换, 但由于在表达式中直接看到的变量还是 x , 所以积分上下限还是用 $x = \pi/4$ 和 $x = \pi/6$; 这样在下一步 $\frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4} = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{\pi}{3} \right)$ 的计算中不易出错.

当然也可以表示为 $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx = \int_{\sqrt{3}/2}^1 \frac{1}{2} d(\sin 2x) = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{\sqrt{3}/2}^1$, 但这时必须记得变量是 $\sin 2x$, 否则就出错了. 这样写比较严格, 但可能反不如 $\int_{\pi/6}^{\pi/4} \cos 2x dx = \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1}{2} d(\sin 2x) = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_{\pi/6}^{\pi/4}$ 写法清晰.

两种做法无正误、优劣之分, 读者可按喜好选用.]

教材 P463 习题 4. (8) 求定积分 $\int_0^{\pi/2} (3x + \sin^2 x) dx$.

$$\begin{aligned} \text{解: } \int_0^{\pi/2} (3x + \sin^2 x) dx &= \int_0^{\pi/2} \frac{3}{2} d(x^2) + \int_0^{\pi/2} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx \\ &= \frac{3}{2} \int_0^{\pi/2} d(x^2) + \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} dx - \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} d \sin 2x \\ &= \frac{3}{2} x^2 \Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{2} x \Big|_0^{\pi/2} - \frac{1}{4} \sin 2x \Big|_0^{\pi/2} \\ &= \left[\frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 + \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin \pi \right] - 0 = \frac{3\pi^2 + 2\pi}{8} \end{aligned}$$

教材 P463 习题 7. 求曲线 $y = x^2 + 2$, $y = 2x$, $x = 0$ 和 $x = 2$ 诸线所包围的面积.

提示: 在 $0 \leq x \leq 2$ 范围内曲线 $y = x^2 + 2$ 和 $y = 2x$ 不相交, 所以所求面积为

$$S = \int_0^2 (x^2 + 2) dx - \int_0^2 2x dx = \left(\frac{1}{3} x^3 + 2x \right) \Big|_0^2 - x^2 \Big|_0^2 = \frac{8}{3}$$

(教材原题答案有误.)

第二部分 矢 量

读者可能觉得微积分比较难,矢量在中学就学过,比较容易,但实际并非如此.读者觉得微积分难,是因为它较为生疏;但在学习了高等数学后,力学中使用微积分不会出现任何问题.相比之下,读者学好矢量反而很不容易.中学学过矢量,但在中学物理的数学表述中,使用的几乎全是非负的标量表述,比如牛顿第二定律 $F = ma$, 弹簧弹性力 $F = kx$, 等等.在大学物理中经常要使用矢量或矢量的分量表述,和中学有很大差别,掌握矢量的正确应用和正确表述,需要读者付出切实的努力.有一些读者由于习惯,喜欢固守中学的写法,以至于一直到力学课程结束,依然不能正确地理解和应用矢量,所以读者必须对矢量的概念和应用加以特别的关注.

(一) 矢量的概念

印刷体中矢量用黑斜体表示,比如速度 \boldsymbol{v} 、力 \boldsymbol{F} 等等;手写时,则用在物理量符号上方加箭头的方法表示矢量,比如加速度 \vec{a} , 力矩 \vec{M} , 单位矢量 \vec{i} 、 \vec{j} 、 \vec{k} , 等等.

矢量 \boldsymbol{A} 的大小 $A = |\boldsymbol{A}|$ 称为矢量的模,矢量的模是非负标量(几何量).比如速率 $v = |\boldsymbol{v}|$ 就是速度矢量 \boldsymbol{v} 的模.对于力, \boldsymbol{F} 和 F 两符号意义不同,手写矢量 \vec{F} 时上方的箭头是万不可遗漏的.

在直角坐标系 $Oxyz$ 中矢量 \boldsymbol{F} 的正交分解式为 $\boldsymbol{F} = F_x \boldsymbol{i} + F_y \boldsymbol{j} + F_z \boldsymbol{k}$. 力的分量 F_x 、 F_y 和 F_z 是可正可负的标量(代数量),与矢量 \boldsymbol{F} 和矢量的模 F 都不相同,读者应清晰区分.

教材 P473 习题

1. 判断下列表述的正误:

(1) 位移 s 和速度 \boldsymbol{v} 都是矢量,对匀速直线运动,有 $\frac{s}{\boldsymbol{v}} = t$.

(2) 力为矢量,某力 $\boldsymbol{F} = 5 \text{ N}$.

(3) \boldsymbol{F}_1 、 \boldsymbol{F}_2 为 \boldsymbol{F} 的分力,则 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$.

(4) 力 \boldsymbol{F} 在 x 和 y 轴上的分力为 $F_x = F \cos \alpha$, $F_y = F \sin \alpha$.

解:(1) 矢量的乘法有多种,但没有矢量除法的定义,所以 $\frac{s}{\boldsymbol{v}} = t$ 是错误的.

(2) 矢量和标量是两种不同的量,无法进行比较.因为矢量不可能等于标量,所以 $\boldsymbol{F} = 5 \text{ N}$ 是错误的.(可以是 $F = 5 \text{ N}$. 但 $F = -5 \text{ N}$ 也是错误的,因为矢量的模不可以取负值.)

(3) F_1 和 F_2 是 F 的分力, 则 $F = F_1 + F_2$, 但一般 $F \neq F_1 + F_2$.

(4) 表述错误. 设力 F 在 Oxy 平面内, 与 Ox 方向夹角为 α , 则 F 沿 Ox 方向的分量为 $F_x = F \cos \alpha$, 沿 Ox 方向的分力为 $F_x = F \cos \alpha \cdot i$; 沿 Oy 方向的分力为 $F_y = F \sin \alpha \cdot j$.

例题 2 判断以下表述是否正确:

(1) 如例题 2 图 (a) 所示, $\Delta r \cos \alpha = r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$.

(2) 如例题 2 图 (a) 所示, $\Delta r \cos \alpha = r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$.

(3) 设 r 为质点位置矢量, 则质点速率 $v = \frac{dr}{dt}$.

(4) 如例题 2 图 (b) 所示, 质点在重力场中做自由落体运动, 加速度为 a , 则: ① $a = g$, ② $a = -g$, ③ $a_x = g$, ④ $a_x = -g$.

解: (1) 由图可见 $\Delta r = r_2 - r_1$. Δr 、 r_1 和 r_2 的方向不同, α 、 α_1 和 α_2 大小不同, 所以 $\Delta r \cos \alpha \neq r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$.

(2) 由于 $\Delta x = |\Delta r| \cos \alpha$, $x_1 = r_1 \cos \alpha_1$ 和 $x_2 = r_2 \cos \alpha_2$, 且 $\Delta x = x_2 - x_1$, 所以

$$|\Delta r| \cos \alpha = r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$$

$|\Delta r|$ 是位移矢量 Δr 的大小; Δr 是位置矢量 r_2 的大小 r_2 和 r_1 的大小 r_1 之间的差值, 见例题 2 图 (a); 可见一般情况下 $|\Delta r| \neq \Delta r$. 所以 $\Delta r \cos \alpha \neq r_2 \cos \alpha_2 - r_1 \cos \alpha_1$.

$$(3) \quad v = |v| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t}$$

$$\frac{dr}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

由于一般情况下 $|\Delta r| \neq \Delta r$, 所以 $v \neq \frac{dr}{dt}$.

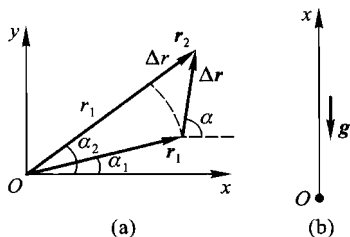
(4) 加速度是矢量, $a = g$. 由于加速度 a 的方向沿 Ox 轴负方向, g 为正值常量, 所以 $a_x = -g$. a 是加速度 a 的大小, 因此 $a = g$.

因为 a 不可以取负值, 所以 $a = -g$ 错误.

由于 a 沿 Ox 轴负方向, a_x 应取负值, 故 $a_x = g$ 错误.

(二) 坐标系与矢量的正交分解

请读者注意, 在数理问题中一般使用的直角坐标系 $Oxyz$ 都是右手正交坐标系. 即三个坐标轴 Ox 、 Oy 和 Oz 两两相互正交(垂直); 且右手螺旋由 Ox 轴经 90° 转向 Oy 轴时, 右手螺旋的前进方向为 Oz 轴. 比如, 请读者参见 7.3.7 题解图, 当



例题 2 图

画出 Ox 和 Oy 轴后,其 Oz 轴自然垂直纸面向外.

一般不使用非右手正交坐标系,如果使用必须作极清楚、详细的说明.教材 P474 习题 5 中使用了非正交坐标系,这并无不可;但除非必须,读者一般不要使用这样的坐标系.

矢量的正交分解是新知识,利用矢量的正交分解式可以对矢量进行解析运算.对于不是太简单的问题,应尽量使用矢量的正交分解式进行计算,不要固守中学的方法.

矢量既有大小、又有方向.比如,求力 F ,不能只得出 $F = 5 \text{ N}$,必须说明力 F 的方向.但另一方面,请读者注意,矢量的正交分解式是对矢量的完备描述.比如,如果已经求出力 F 的正交分解式 $F = (1.83i + 2.51j) \text{ N}$,就已经对力 F 作出了完备描述;不一定需要再求出 $F = 3.11 \text{ N}$ 和力 F 与 Ox 轴的夹角 $\alpha = 0.941 \text{ rad}$ 了(由于教师可以有特定要求,请读者询问教师的意见).

(三) 部分习题的解答或提示(由教材 P473 开始的习题)

7. 判断下述公式的正误:

$$(1) |A|A = A \cdot A$$

$$(2) (A \cdot B)(A \cdot B) = (A \cdot A)(B \cdot B)$$

$$(3) (A \cdot B)C = A(B \cdot C)$$

$$(4) (A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$$

$$(5) \text{若 } A \cdot B = 0, \text{ 则 } A = 0 \text{ 或 } B = 0.$$

提示:(1) $|A|A = A^2 = A \cdot A$;

$$(2) (A \cdot B)(A \cdot B) = A^2 B^2 \cos^2 \alpha_{AB}, (A \cdot A)(B \cdot B) = A^2 B^2;$$

$$(3) (A \cdot B)C = (AB \cos \alpha_{AB})C, A(B \cdot C) = (BC \cos \alpha_{BC})A;$$

$$(4) (A + B) \cdot (A - B) = A \cdot A - A \cdot B + B \cdot A - B \cdot B = A^2 - B^2;$$

(5) 还可能 $A \perp B$.

10. 已知 $A + B = 3i + 5j - k$ 和 $A - B = 4i - 4j + k$, 求 A 与 B 的夹角.

$$\text{提示: } A = \frac{1}{2}[(A + B) + (A - B)] = \frac{7}{2}i + \frac{1}{2}j$$

$$B = \frac{1}{2}[(A + B) - (A - B)] = -\frac{1}{2}i + \frac{9}{2}j - k$$

于是 $A = \frac{5}{2}\sqrt{2}$, $B = \frac{1}{2}\sqrt{86}$, $A \cdot B = \frac{1}{2}$, 所以 $\alpha = \arccos \frac{A \cdot B}{AB} = \arccos \frac{\sqrt{43}}{215}$.

11. 已知 $A + B + C = 0$, 求证 $A \times B = B \times C = C \times A$.

提示: 因为 $A + B + C = 0$, 三矢量首尾相接形成三角形. $A \times B$ 、 $B \times C$ 和 $C \times A$ 均与三矢量形成的三角形所在平面垂直、且指向相同(如又乘顺序颠倒, 则指向反向), 其大小均为三角形面积的两倍, 所以 $A \times B = B \times C = C \times A$.

12. 计算由 $P(3, 0, 8)$ 、 $Q(5, 10, 7)$ 和 $R(0, 2, -1)$ 为顶点的三角形的面积.

提示:由 P 指向 Q 的矢量 $A = 2i + 10j - k$, P 指向 R 的矢量 $B = -3i + 2j - 9k$, 三角形面积 $S = \frac{1}{2} |A \times B| = 48.3$.

13. 化简下面各式:

$$(1) (A + B - C) \times C + (C + A + B) \times A + (A - B + C) \times B.$$

$$(2) i \times (j + k) + j \times (i + k) + k \times (i + j + k). \text{ [教材原题有误]}$$

$$(3) (2A + B) \times (C - A) + (B + C) \times (A + B).$$

$$\text{解: (1) } (A + B - C) \times C + (C + A + B) \times A + (A - B + C) \times B \\ = A \times C + B \times C + C \times A + B \times A + A \times B + C \times B = 0$$

$$(2) i \times (j + k) + j \times (i + k) + k \times (i + j + k) = k \times k = 0$$

$$(3) (2A + B) \times (C - A) + (B + C) \times (A + B) \\ = 2A \times C + B \times C - B \times A + B \times A + C \times A + C \times B = A \times C$$

14. 计算下面诸式:

$$(1) i \cdot (j \times k) + k \cdot (i \times j) + j \cdot (k \times i)$$

$$^* (2) A \cdot (B \times A).$$

$$\text{解: (1) } i \cdot (j \times k) + k \cdot (i \times j) + j \cdot (k \times i) = i \cdot i + k \cdot k + j \cdot j = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$(2) A \cdot (B \times A) = B \cdot (A \times A) = 0$$

$$^* 15. \text{ 求证 } (A + B) \cdot [(A + C) \times B] = -A \cdot (B \times C).$$

$$\text{证: } (A + B) \cdot [(A + C) \times B] = (A + C) \cdot [B \times (A + B)] \\ = (A + C) \cdot (B \times A) = A \cdot (B \times A) + C \cdot (B \times A) \\ = A \cdot (C \times B) = -A \cdot (B \times C)$$

16. 已知 $A = (1 + 2t^2)i + e^{-t}j - k$, 求 $\frac{dA}{dt}$, $\frac{d^2A}{dt^2}$.

$$\text{解: } \frac{dA}{dt} = \frac{dA_x}{dt}i + \frac{dA_y}{dt}j + \frac{dA_z}{dt}k = 4t i + (-e^{-t})j + 0k = 4t i - e^{-t}j$$

$$\frac{d^2A}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dA}{dt} \right) = \frac{d(4ti - e^{-t}j)}{dt} = 4i + e^{-t}j$$

17. 已知 $A = 3e^{-t}i - (4t^3 - t)j + tk$, $B = 4t^2i + 3tj$, 求 $\frac{d}{dt}(A \cdot B)$.

$$\text{解: } A \cdot B = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \\ = 3e^{-t} \cdot 4t^2 + [-(4t^3 - t)]3t + 0 = 12t^2 e^{-t} - 12t^4 + 3t^2$$

$$\frac{d}{dt}(A \cdot B) = \frac{d}{dt}(12t^2 e^{-t} - 12t^4 + 3t^2) \\ = 24te^{-t} - 12t^2 e^{-t} - 48t^3 + 6t = 12te^{-t}(2 - t) - 6t(8t^2 - 1)$$

第一章

物理学与力学

思考题

1.1 国际单位制中的基本单位是哪些？

提示：m(米)、kg(千克)、s(秒)、A(安培)、K(开尔文)、mol(摩尔)、cd(坎德拉)。

1.2 中学所学匀变速直线运动公式为 $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ ，各量单位为时间： s (秒)，长度： m (米)。若改为以 h (小时)和 km (千米)作为时间和长度的单位，上述公式如何？若仅时间单位改为 h ，如何？若仅 v_0 单位改为 km/h ，又如何？

提示：以 h 和 km 为时间和长度单位时， $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 。[正常情况下，以 h 和 km 为时间和长度单位时，速度单位则为 km/h ，加速度单位则为 km/h^2 。]

仅时间单位改为 h 时， $s = v_0 (3\ 600t) + \frac{1}{2} a (3\ 600t)^2$ 。[仅时间单位改为 h 时，指其他物理量仍采用国际单位制。这里是作为单位换算的练习，一般不这样使用单位。]

仅 v_0 单位改为 km/h 时， $s = \left(\frac{1\ 000}{3\ 600} v_0\right) t + \frac{1}{2} a t^2$ 。[同上，其他物理量仍采用国际单位制。]

1.3 设汽车行驶时所受阻力 F 与汽车的横截面 S 成正比且和速率 v 之平方成正比。若采用国际单位制，试写出 F 、 S 和 v^2 的关系式；比例系数的单位如何？其物理意义是什么？

提示： $F = k S v^2$ ， k 的单位为 kg/m^3 ， k 的物理意义是密度。

1.4 某科研成果得出

$$\alpha = 10^{-29} \left(\frac{m}{m_1} \right)^2 \left[1 + 10^{-3} \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^3 \frac{m_p}{m_1} \right]$$

其中 m 、 m_1 、 m_2 和 m_p 表示某些物体的质量, 10^{-3} 、 10^{-29} 、 α 和 1 为纯数(即量纲为 1). 你能否初步根据量纲判断此成果有误否?

提示: 式子两边的量纲均为 1, 故不能判断此结果有误.

第二章

质点运动学

思考题

2.1 质点位置矢量方向不变,质点是否一定作直线运动?质点沿直线运动,其位置矢量是否一定方向不变?

提示:质点位置矢量方向不变,质点一定作直线运动;质点沿直线运动,位置矢量的方向可能改变.

2.2 若质点的速度矢量的方向不变仅大小改变,质点作何种运动?速度矢量的大小不变而方向改变,作何种运动?

提示:若质点速度矢量的方向不变仅大小改变,质点作变速直线运动;若质点速度矢量的大小不变而方向改变,质点作匀速率曲线运动.

2.3 “瞬时速度就是很短时间内的平均速度”,这一说法是否正确?如何正确表述瞬时速度的定义?我们是否能按照瞬时速度的定义通过实验测量瞬时速度?

提示:瞬时速度是通过导数定义的, $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$, 瞬时速度是平均速度 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限. 实验直接测量的一般是一定 Δt 内的平均速度, 可以看成是瞬时速度在一定精度下的近似值.

2.4 试就质点直线运动论证:加速度与速度同符号时,质点作加速运动;加速度与速度反号时,作减速运动. 是否可能存在这样的直线运动,质点速度逐渐增加但其加速度却在减小?

提示:由 $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ 知 $dv_x = a_x dt$; 因 $dt \geq 0$, 故 dv_x 与 a_x 同号; 当 v_x 与 dv_x 同号时, v_x 的量值增大, 为加速运动. 可能存在速度增加而加速度减小的直线运动.