

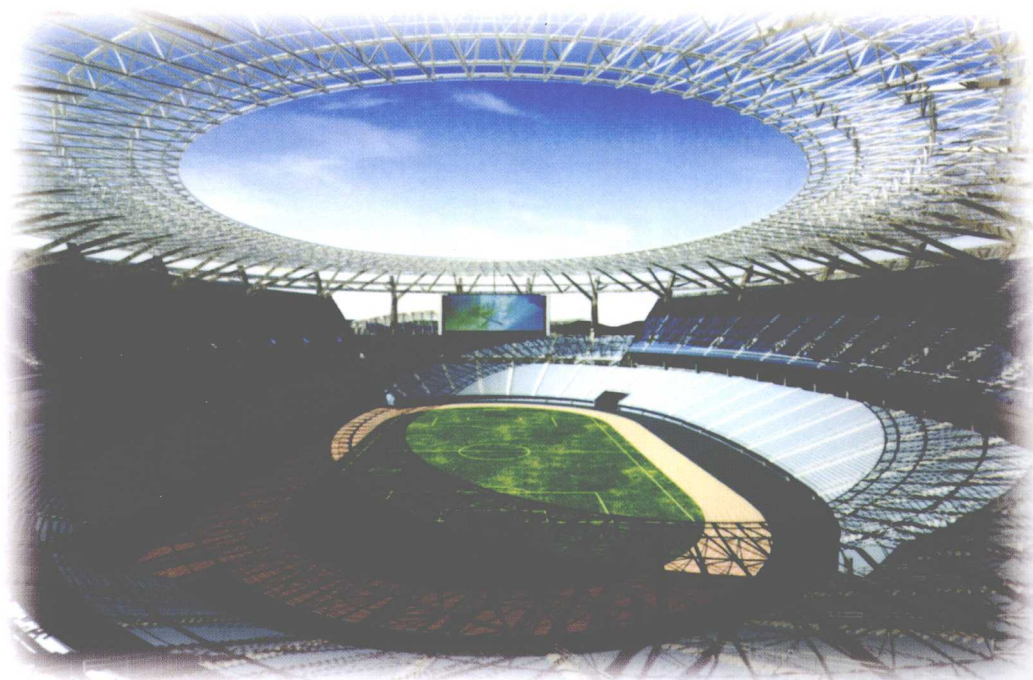
万水
ANSYS 技术丛书

空间钢结构

APDL

参数化计算与分析

陈志华 刘红波 周 婷 曲秀姝 等编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

万水 ANSYS 技术丛书

空间钢结构 APDL 参数化 计算与分析

陈志华 刘红波 周 婷 曲秀姝 等编著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

ANSYS 作为最为通用和有效的大型商业化有限元软件,在空间钢结构领域得到了广泛的应用,成为我国空间钢结构领域科学研究和工程应用的主要工具之一。本书通过 8 章内容系统介绍 ANSYS 中参数化分析语言 APDL 及其在空间钢结构领域的应用。工程实例涉及空间结构领域最为活跃的两类结构——网壳结构与网架结构、近几年应用比较广泛的新型空间结构——弦支穹顶结构及其工程设计比较关注的温度场分析等内容。另外本书结合近年来 ANSYS 的工程应用经验,总结 ANSYS 的应用技巧。在内容上安排由浅入深,兼顾到初学者、一般使用者以及科研和工程高级分析人员的实际需要。

本书适合土木、力学、建筑等相关专业的高年级本科生、研究生和工程技术人员学习使用,并且可作为高校或其他相关 CAE 培训机构的参考教材。另外本书特别适合希望利用 ANSYS 的 APDL 语言进行二次开发的读者。

书中实例的 APDL 命令流文件读者可从中国水利水电出版网站和万水书苑下载,网址为 <http://www.waterpub.com.cn/softdown/>和 <http://www.wsbookshow.com>。

图书在版编目 (CIP) 数据

空间钢结构 APDL 参数化计算与分析 / 陈志华等编著.
北京:中国水利水电出版社, 2009

(万水 ANSYS 技术丛书)

ISBN 978-7-5084-6746-7

I. 空… II. 陈… III. 空间结构: 钢结构—有限元分析—
应用软件, APDL IV. TU391-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 146955 号

策划编辑: 杨庆川 责任编辑: 宋俊娥 加工编辑: 杨元佳

书 名	万水 ANSYS 技术丛书 空间钢结构 APDL 参数化计算与分析
作 者	陈志华 刘红波 周 婷 曲秀姝 等编著
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn 电话: (010) 68367658 (营销中心)、82562819 (万水)
经 售	全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京市天竺颖华印刷厂
规 格	184mm×260mm 16 开本 21 印张 536 千字
版 次	2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷
印 数	0001—5000 册
定 价	45.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换
版权所有·侵权必究

前 言

随着 2008 年北京奥运会和 2010 年上海世博会等大型社会经济活动的开展,我国空间结构的综合技术得到快速发展,尤其是大型空间钢结构的有限元分析技术得到了较为全面的飞速发展。ANSYS 作为最为通用和有效的大型商业化有限元软件,在空间钢结构领域得到了广泛的应用,成为我国空间钢结构领域科学研究和工程应用的主要工具之一。

APDL 语言是 ANSYS 软件提供给使用者的一种参数化设计语言,是类似于 FORTRAN 的解释性语言。ANSYS 的 APDL 语言,不仅可以方便地用于结构模型的参数化建模、参数化荷载施加与求解以及参数化后处理结果显示等方面,还是实现结构优化设计分析的基础。因此熟练掌握和应用 APDL 语言是能否充分利用 ANSYS 软件的关键。

本书基于 APDL 语言和工程实例,编写常用空间钢结构形式的参数化建模程序和分析程序,为读者提供一套完整的 APDL 程序和详细的程序注释。本书的特色是不仅可以使读者方便快速地学习 ANSYS 的 APDL 语言,而且可以轻松地掌握利用 ANSYS 进行空间钢结构各类分析的技术和技巧。作者建议读者使用本书时,配合使用 ANSYS 帮助文件中的命令介绍,通过本书提供的命令流,查阅该命令流的相关用法,以扩展读者的知识面,形成一套完整的参数化分析与计算知识体系。

本书共分为 8 章。第 1 章对空间钢结构和 ANSYS 软件的基本知识进行简要介绍;第 2 章介绍 APDL 语言的使用方法;第 3 章给出四种常用网架结构形式的参数化建模程序,并介绍如何使用 ANSYS 进行空间网架结构的静力分析、优化分析和节点受力分析;第 4 章给出五种常用单层网壳结构的参数化建模程序,并介绍如何使用 ANSYS 进行单层网壳结构的静力分析、稳定分析(包括特征值屈曲分析和非线性屈曲分析)和地震作用分析等;第 5 章以工程实例为背景,详细介绍如何利用 ANSYS 进行弦支穹顶结构的参数化建模、等效节点荷载计算、形态分析、优化设计、稳定分析、动力分析、风振响应分析和施工模拟分析;第 6 章详细介绍如何使用 ANSYS 软件进行日照温度场下空间结构中外露构件的温度场分析;第 7 章以工程实例为背景,详细介绍如何使用 ANSYS 软件的 APDL 语言进行空间钢结构的火灾反应分析;第 8 章根据作者在学习、工作中的经验,给出 ANSYS 软件的一些使用经验和应用技巧。

本书适用于土木、力学、建筑等相关专业的高年级本科生、研究生和工程技术人员,并且可作为高校或其他相关 CAE 培训机构的参考教材。另外本书特别适合希望利用 ANSYS 的 APDL 语言进行二次开发的读者。

本书主要由陈志华、刘红波、周婷、曲秀姝负责编写。在编写过程中,天津大学建筑工程学院博士生闫翔宇、硕士生王大伟和何彩云等为本书提供了宝贵的资料和建议,在此对他们表示感谢。

在此还要感谢中国水利水电出版社/北京万水电子信息有限公司杨元泓等编辑为本书出版而付出的辛勤劳动。

由于作者水平的局限,书中不当之处在所难免,欢迎读者朋友批评指正。作者联系方式 E-mail: zhchen@tju.edu.cn; hb_liu2008@163.com。

编 者

2009 年 5 月于天津大学

目 录

前言

第1章 绪论	1	2.3.3 查询函数	55
1.1 空间钢结构概述	1	2.4 流程控制	57
1.1.1 空间钢结构的特点	1	2.4.1 *IF-*ELSEIF-*ELSE-*ENDIF 条件分支	58
1.1.2 空间钢结构与计算机辅助设计	1	2.4.2 *DO-*ENDDO 循环	59
1.2 ANSYS 软件概述	2	2.4.3 函数表达式	60
1.2.1 ANSYS 软件的应用现状	2	2.5 宏文件	62
1.2.2 ANSYS 软件在空间钢结构中的 应用优势	2	2.5.1 宏文件的创建	63
1.2.3 ANSYS 文件系统	3	2.5.2 宏文件的运行	65
1.3 杆系结构有限元基本理论	4	第3章 网架结构分析	67
1.3.1 结构的离散化	4	3.1 网架结构有限元模型	67
1.3.2 单元分析	5	3.1.1 Link8 单元简介	67
1.3.3 整体分析	12	3.1.2 Beam4 单元简介	68
1.3.4 结构的节点位移、支座反力与 杆件内力求解	13	3.1.3 建模中需要注意的问题	71
1.3.5 直接刚度法解平面刚架算例	13	3.2 用 APDL 语言实现空间网架结构的 参数化建模	72
1.4 ANSYS 分析基本步骤	17	3.2.1 两向正交正放网架	72
1.4.1 基本步骤	17	3.2.2 两向正交斜放网架	78
1.4.2 实例分析	17	3.2.3 正放四角锥网架	85
第2章 APDL 语言	31	3.2.4 斜放四角锥网架	90
2.1 参数与参数系统	31	3.3 网架结构静力分析	95
2.1.1 参数	31	3.4 网架结构优化分析	98
2.1.2 标量参数的定义与赋值	31	3.4.1 结构优化概述	98
2.1.3 数组参数的定义与赋值	33	3.4.2 结构优化在 ANSYS 中的实现	99
2.1.4 参数的显示与删除	38	3.4.3 优化分析命令适用简介	100
2.2 数据文件的读入与写出	41	3.5 网架节点受力性能分析	108
2.2.1 使用 *VREAD 命令读取数据文件 填充数组	41	第4章 网壳结构分析	121
2.2.2 使用 *TREAD 命令读取数据文件 并填充 TABLE 类型数组	42	4.1 单层球面网壳结构的参数化建模	121
2.2.3 使用 *VWRITE 命令写出数据文件	44	4.1.1 肋环型网壳参数化建模	121
2.3 ANSYS 数据库数据的调用	46	4.1.2 施威德勒型网壳参数化建模	126
2.3.1 *GET 提取命令	46	4.1.3 联方型网壳参数化建模	129
2.3.2 与 *GET 等价的内嵌提取函数	51	4.1.4 凯威特网壳参数化建模	133
		4.1.5 短程线型网壳参数化建模	137
		4.2 等效节点荷载的施加	143

4.3	网壳结构静力分析	145	5.10.1	基本理论	233
4.4	网壳结构的稳定分析	149	5.10.2	施工反分析法简介	233
4.4.1	特征值屈曲分析	149	5.10.3	施工反分析法的 APDL 实例	234
4.4.2	考虑初始缺陷的非线性屈曲分析	150	5.10.4	施工正分析法简介	237
4.5	网壳结构的地震作用分析	152	5.10.5	弦支穹顶结构张力补偿法施工模拟的 APDL 程序实例	238
4.5.1	等效质量节点的施加	152			
4.5.2	网壳结构振动模态分析	155			
4.5.3	网壳结构地震作用瞬态动力响应分析	156			
第 5 章	弦支穹顶结构分析	160	第 6 章	空间钢结构日照温度场分析	245
5.1	弦支穹顶结构概述	160	6.1	ANSYS 热分析及热应力分析概述	245
5.1.1	弦支穹顶的基本概念	160	6.1.1	ANSYS 热分析概述	245
5.1.2	弦支穹顶结构实例描述	161	6.1.2	热分析基本知识	245
5.2	弦支穹顶结构有限元模型的建立	163	6.1.3	热分析的基本类型	248
5.2.1	基本理论	163	6.2	太阳辐射作用下矩形截面钢管的稳态热分析	248
5.2.2	实例分析	164	6.2.1	稳态热分析基本步骤	248
5.3	等效节点荷载宏文件的形成	171	6.2.2	实例分析	249
5.3.1	基本理论	171	6.3	太阳辐射作用下矩形钢管的瞬态热分析	254
5.3.2	实例分析	171	6.3.1	瞬态热分析的基本步骤	254
5.4	弦支穹顶结构的形态分析	179	6.3.2	问题描述	255
5.4.1	基本理论	179	6.3.3	太阳辐射强度计算理论	256
5.4.2	实例分析	183	6.3.4	对流换热计算理论	258
5.5	弦支穹顶结构的预应力优化分析	188	6.3.5	长波辐射计算理论	258
5.5.1	基本理论	188	6.3.6	本实例中相关参数取值	259
5.5.2	实例分析	189	6.3.7	分析步骤	259
5.6	弦支穹顶结构的静力分析	197	第 7 章	空间钢结构火灾反应分析	277
5.6.1	基本理论	197	7.1	预应力组合网架结构概述	277
5.6.2	实例分析	198	7.1.1	预应力组合网架结构概念	277
5.7	弦支穹顶结构稳定性分析	208	7.1.2	预应力组合网架结构实例描述	278
5.7.1	基本理论	208	7.1.3	预应力组合网架结构火灾分析的基本方法与步骤	278
5.7.2	弦支穹顶结构特征屈曲实例分析	209	7.2	高温材料模型文件的生成	279
5.7.3	弦支穹顶结构非线性屈曲实例分析	220	7.2.1	生成结构钢的材料模型文件	279
5.8	弦支穹顶结构的模态分析	221	7.2.2	生成混凝土的材料模型文件	285
5.8.1	基本理论	221	7.2.3	预应力索的高温材料特性文件的形成	289
5.8.2	实例分析	222	7.3	构件温度—时间曲线数据宏文件的形成	292
5.9	弦支穹顶结构的风振响应分析	227	7.3.1	环境温度假定	292
5.9.1	基本理论	227	7.3.2	钢管的温度—时间曲线数据文件的形成	293
5.9.2	实例分析	228			
5.10	弦支穹顶结构的预应力施工模拟	233			

7.3.3 钢索的温度—时间曲线数据文件的形成.....	295	8.2 ANSYS 数据库查询方法总结.....	313
7.3.4 上弦混凝土梁板的温度—时间曲线数据文件的形成.....	299	8.3 如何正确理解 ANSYS 的节点坐标系.....	314
7.4 预应力组合网架结构整体火灾反应分析.....	303	8.4 巧用 MATRIX27 单元模拟弹簧.....	314
7.4.1 基本理论.....	303	8.5 COMBIN14 单元模拟半刚性节点.....	316
7.4.2 ANSYS 分析过程.....	303	8.6 ANSYS 表面效应单元的使用经验.....	318
7.4.3 APDL 分析程.....	304	8.7 利用 BEAM188 或者 BEAM189 进行材料非线性分析.....	319
第 8 章 ANSYS 软件使用经验与常用技巧.....	312	8.8 利用 BEAM 单元分析温度梯度作用下构件截面的温度应力分布.....	322
8.1 巧用 Toolbar.....	312	参考文献.....	328

第 1 章 绪论

1.1 空间钢结构概述

空间钢结构的水平是一个国家土木建筑业水平的重要衡量标准，也是一个国家综合国力的体现，因此世界各国对空间结构技术的发展一直给予高度的重视。随着我国国民经济的飞速发展及大型社会活动的开展，空间钢结构的水平得到迅速发展，基本已达到国际先进水平。特别是伴随奥运会、世博会等国家重大活动相继开展，国内对高标准、高规格的体育场馆、会议展览馆、机场航站楼等社会公共建筑的需求逐渐提高，这对我国空间钢结构的水平提出了更高的要求，也将给我国空间钢结构的进一步发展带来良好的契机。

1.1.1 空间钢结构的特点

所谓空间结构是指具有不宜分解为平面结构体系的三维形体，具有三维受力特性，在荷载作用下呈空间工作的结构。与其他结构相比，空间钢结构具有以下优势：

1. 结构自重轻

结构自重较轻是空间钢结构的主要优势。在荷载作用下，空间钢结构的杆件主要承受轴向力，因而杆件的材料强度能得到较好的利用，减小了用钢量，使结构自重减小。与同等跨度的平面网架相比，当跨度在 30m 以下时，采用空间钢结构可节省用钢量 5%~10%；当跨度在 30m 以上时，采用空间钢结构可节省 10%~20%，且跨度越大，节省的用钢量也越多。

2. 结构抗震性能好

空间钢结构的材料在空间分布，因此空间钢结构的抗震性能较好。1976 年唐山大地震后，京津地区的大中跨度网架，如首都体育馆、天津二七俱乐部、天津大学体育馆、北京国际俱乐部等网架、悬索结构，经检查都未发现任何损坏。唐山以及其他地区震后重建时，为数不少的公用和工业建筑的屋盖都采用了网架结构。

3. 可以实现轻盈优美的建筑形式

大跨度钢结构不仅要实现其建筑功能，还常作为地标性建筑，因此需要具有特殊的建筑造型。传统的钢筋混凝土结构自重大，造型厚重，对于一些轻盈、现代的建筑形式不再适用，而空间钢结构的自重轻，建造形式灵活，可以实现多样的建筑造型，更适合用于现代建筑中。

4. 施工周期短，便于工业化生产

杆件和节点便于定型化、商品化，可在工厂中成批生产，有利于提高生产效率。比如我国多家单位先后已成批生产空心焊接球节点及螺栓球节点网架结构，且规格齐全。

1.1.2 空间钢结构与计算机辅助设计

空间钢结构为高次超静定结构，使用传统的结构分析方法进行计算时，计算工作量巨大，耗费的分析设计时间长，且容易出错，很多情况下还需要简化，影响了计算分析的精度，限

制了空间结构的发展。随着电子计算技术的发展,对这种高次超静定的空间钢结构可以较精确地进行分析计算,或编制出计算用表以供设计应用。这不仅解决了过去无法进行的结构分析问题,而且缩短了工程的设计周期,因此推动了大跨度空间钢结构在社会各类建筑中的大量应用。

随着计算机技术、新型材料及空间钢结构分析理论的发展,近几十年来,各种新型空间钢结构体系,如组合网架结构、空腹网格结构、斜拉网格结构、弦支穹顶结构、索穹顶结构、开合空间钢结构、特种空间结构,以及各种混合结构体系等已先后被提出,并在体育馆、展览馆、飞机库、厂房等建筑中得到了广泛的应用。这些结构的出现开创了空间结构的新局面,成为当代建筑工程领域中最新、最前沿的空间结构体系。同时也给结构工程师提出了更高的要求,因为对于这些新型的空间结构体系没有标准的设计软件可用,只能在一些有限元软件的辅助下才能完成分析与设计,比如 ANSYS、ABAQUS、NASTRAN 等,这就需要结构工程师掌握一定的有限元计算理论及有限元软件的使用方法。为给工程师及其科研人员提供一本较好的 ANSYS 分析指导参考书,本书结合几种目前常用的空间钢结构形式,给出其在 ANSYS 软件中的实现方法及实现程序。

1.2 ANSYS 软件概述

1.2.1 ANSYS 软件的应用现状

ANSYS 软件作为一个大型通用有限元软件,能够用于结构、热、流体、电磁、声学等学科的研究中,广泛用于土木工程、地质矿产、水利、铁道、汽车交通、国防军工、航天航空、船舶、机械制造、核工业、石油化工、轻工、电子、家用电器和生物医学等一般工业及科学研究工作。ANSYS 软件是第一个通过 ISO 9001 质量认证的大型通用有限元分析设计软件,是美国机械工程协会(ASME)、美国核安全局(NQA)及近 20 种专业技术协会认证的标准分析软件。

在世界范围内,ANSYS 软件已经成为土木建筑行业 CAE(计算辅助工程)仿真分析软件的主流。ANSYS 在钢结构和钢筋混凝土房屋建筑、体育场馆、桥梁、大坝、隧道以及地下建筑物等工程中得到了广泛的应用。可以对这些结构在各种外荷载条件下的受力、变形、稳定性及各种动力特性作出全面分析,从力学计算、组合分析等方面提出全面的解决方案,为土木工程师提供了一种功能强大且方便易用的分析方法。ANSYS 在 2008 北京奥运会场馆建设中得到了广泛的应用,如老山自行车馆、北京工业大学羽毛球馆、国家体育场等都利用 ANSYS 进行了有限元仿真分析。

利用 ANSYS 软件可以有效地保证工程的设计和施工质量,缩短周期、降低工程成本,对于提高设计和施工水平、增强行业竞争力起到了很大的促进作用。从竞争和技术发展的角度来看,采用计算机辅助工程分析技术是大势所趋。

1.2.2 ANSYS 软件在空间钢结构中的应用优势

对于空间钢结构而言,尤其是近几年发展起来的新型空间钢结构,现有的设计软件无法独立完成结构的分析设计,比如弦支穹顶结构的找形和找力分析、预应力空间结构(张弦梁、

弦支穹顶、斜拉网格结构等)的预应力优化分析等在现有的设计软件中无法实现,比如 3D3S、TWCAD 等设计软件,必须借助大型通用有限元软件。ANSYS 与其他通用有限元软件(ABAQUS、SAP2000、NASTRAN、MIDAS 等)相比,具有以下优势:

(1) 强大的建模能力。大跨度空间钢结构的最大特点就是单元与节点较多,具有规律性,利用 ANSYS 的 APDL 描述性语言可以较方便地建立空间钢结构的有限元模型。另外,空间钢结构经常会出现多杆件空间汇交的情况,而产生一些复杂的节点,因此工程中为了保证节点安全工作,必须对节点进行受力分析,而 ANSYS 本身方便的实体建模模块与其他 CAD 软件如 AutoCAD、Pro/E 等绘图软件有良好的接口程序,可以方便地建立实体模型,或者利用 ANSYS 本身的实体建模功能也可建立各种复杂的节点实体模型。

(2) 强大的求解能力。ANSYS 11.0 提供了多种求解器,主要类型有迭代求解器(预条件共轭梯度、雅可比共轭梯度、不完全共轭梯度)、直接求解器(波前、稀疏矩阵)、特征值求解法(分块 lanczos 法、子空间法、凝集法、QR 阻尼法)、并行求解器(分布式并行、代数多重网格)等,用户可根据问题类型选择合适的求解器。

(3) 强大的非线性分析能力。可进行几何非线性、材料非线性、接触非线性和单元非线性分析。其中,材料非线性包括电材料和形状记忆合金等。

(4) 强大的网格划分能力。可进行智能网格划分,根据几何模型的特点自动生成有限元网格。也可根据用户的要求,实现多种网格划分。

(5) 良好的优化能力。通过 ANSYS 的优化设计功能,确定最优设计方案;通过 ANSYS 的拓扑优化功能,可对模型进行外形优化,寻找对材料的最佳利用率。

(6) 单场及多场耦合分析能力。ANSYS 不但能进行诸如结构、热、流体运动、电磁等单场分析,还可以进行这些类型的相互影响研究及多物理场的耦合分析。

(7) 具有多种接口能力。ANSYS 提供了与多数 CAD 软件及有限元分析软件的接口程序,可实现数据的共享和交换,如 UG、Pro/E、Parasolid、SolidWorks、CADAM、AutoCAD 等。

(8) 强大的后处理能力。可获得任何节点和单元的数据,具有列表输出、图形显示、动画模拟等多种数据输出形式,可进行多种荷载工况的组合和各种数学运算,以及时间历程分析能力等。

(9) 强大的二次开发能力。可利用 APDL、UPFs、UIDL 等进行二次开发,几乎可完成用户的任意功能要求,这点是很多软件所不及的。

(10) 强大的数据统一能力。ANSYS 使用统一的数据库存储模型存储数据和求解结果,实现前后处理、分析求解及多场分析的数据统一。

(11) 支持多种硬件平台和操作系统平台。

1.2.3 ANSYS 文件系统

ANSYS 11.0 的文件形式为 Jobname.Ext,包括工作名和扩展名两部分。ANSYS 11.0 文件的工作名由用户定义,用于标识不同个体的差异,扩展名由 ANSYS 程序定义,用于标识 ANSYS 11.0 文件的不同类型。典型的 ANSYS 11.0 文件包括日志文件、数据库文件、错误文件、输出文件、结果文件。

1. 日志文件(Jobname.LOG)

进入 ANSYS 时系统会打开日志文件。在 ANSYS 中键入的每个命令或在 GUI(图形用户

界面)方式下执行的每个操作都会被记录到日志文件中。退出 ANSYS 时系统会关闭该文件。使用/INPUT 命令读取日志文件可以对崩溃的系统或严重的用户错误进行恢复。

2. 数据库文件 (Jobname.DB)

数据库文件是 ANSYS 程序中最重要文件之一,它包含所有的输入数据(单元、节点信息、初始条件、边界条件、荷载信息)和部分结果数据(通过 POST1 后处理器读取)。

3. 错误文件 (Jobname.ERR)

错误文件用于记录 ANSYS 发出的每个错误或警告信息。如果 Jobname.ERR 文件在启动 ANSYS 之前已经存在,那么所有新的警告和错误信息都将追加到这个文件的后面。

4. 输出文件 (Jobname.OUT)

输出文件会将 ANSYS 给出的响应捕获至用户执行的每个命令,而且还会记录警告、错误消息和一些结果。

5. 结果文件 (Jobname.RST、Jobname.RTH、Jobname.RMG)

结果文件存储 ANSYS 计算结果的文件,其中 Jobname.RST 为结构分析结果文件; Jobname.RTH 为热分析结果文件; Jobname.RMG 为电磁分析结果文件。

1.3 杆系结构有限元基本理论

杆系结构是指由杆件组成的结构,杆件的几何特征是其长度远大于其截面的宽度和高度(或直径)。空间结构如空间网格结构、弦支穹顶结构上层网壳部分的基本构成单元都是杆件,因此对空间钢结构进行有限元分析建模时常采用空间杆单元(LINK 单元与 BEAM 单元)模拟结构杆件。本节主要介绍用于杆系结构的有限单元法的基本思想及基本步骤。

有限单元法的基本思想是将连续结构分解成为离散的单元进行求解。它将求解域看成是由许多称为有限元的、小的互联子域组成,对每一单元假定一个合适的(较简单的)近似解,然后推导求解这个域总的满足条件(如结构的平衡条件),从而得到问题的近似解。虽然大多数实际问题难以通过计算得到精确解,但是应用有限元法可以得到精度较高的计算结果,可应用于复杂的大跨度空间钢结构计算。

一般,用有限元法分析杆系结构通常采用位移法,即设定结构节点位移为未知量,得到节点位移列阵;将整体结构离散为杆件单元,求解单元刚度矩阵,通过对号入座法得到整体刚度矩阵;将所有荷载等效为节点荷载,得到节点荷载列阵;将位移列阵、整体刚度矩阵、节点荷载列阵代入整体刚度方程中,求解位移未知量,进而求得杆件内力。

1.3.1 结构的离散化

结构的离散化是指对连续结构进行分解,一般先在连续结构上确定节点,然后将结构从节点处分割成有限个单元。对于杆系结构,如果研究对象为等截面直杆组成的杆系,那么,这些节点应该就是结构上杆件的转折点、汇交点和截面突变点等。如果研究对象为曲杆结构,可将它化为许多折线来处理,每一直线段取作一个单元,如果截面是变化的,则可取该单元中节点处的截面近似地表示单元的截面,计算时仍按等截面单元进行。因此,对这种结构进行计算时,单元划分越多,计算结果精度越高。

1.3.2 单元分析

单元分析的内容包括分析单元力学性质（求解单元刚度矩阵）、选择位移模式并计算等效节点力。对于杆单元来说，就是建立单元杆端处位移与内力的关系，这可以利用单元的平衡条件、几何条件和物理条件来解决。在研究作用在单元上的荷载时，可以利用静力等效原则，把它们全部移至到杆端处（或节点处）。

1. 分析单元力学性质

分析单元力学性质的目的是根据单元的材料性质、形状、尺寸、节点数目、位置及其含义等，找出单元节点力与节点位移的关系式，得到单元刚度矩阵。此时需要利用单元的平衡条件、几何条件和物理条件建立力和位移的方程式，从而导出单元刚度矩阵。杆单元可分为平面轴力杆单元、平面梁单元、平面刚架单元，下面分别介绍这三种单元的刚度矩阵。

(1) 局部坐标系与整体坐标系。在进行有限单元法分析时，经常要遇到两种坐标系以及与这两种坐标系相关的参数，为此，规定以下记号。

首先，在进行单元分析时，采用单元局部坐标系 XY ，并假设 X 轴与单元的杆轴线重合。设任一 (i) 号单元 JK ，则单元杆轴线与局部坐标系的关系如图 1-1 所示，系统方向遵循右手法则。

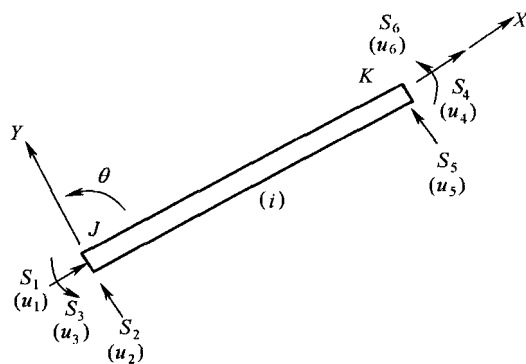


图 1-1 单元局部坐标系下各参数示意图

单元杆端力列阵 $S^{(i)}$ 和单元杆端位移列阵 $u^{(i)}$ 分别为：

$$S^{(i)} = \begin{pmatrix} S_1^{(i)} \\ S_2^{(i)} \\ S_3^{(i)} \\ S_4^{(i)} \\ S_5^{(i)} \\ S_6^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_J \\ Q_J \\ M_J \\ N_K \\ Q_K \\ M_K \end{pmatrix}, \quad u^{(i)} = \begin{pmatrix} u_1^{(i)} \\ u_2^{(i)} \\ u_3^{(i)} \\ u_4^{(i)} \\ u_5^{(i)} \\ u_6^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_J \\ v_J \\ \theta_J \\ u_K \\ v_K \\ \theta_K \end{pmatrix}$$

如图 1-1 所示的杆端力及杆端位移均为正号，反之为负。

其次，在进行整体分析时还涉及到另一个坐标系统——整体坐标系 \overline{XY} 。

相应的杆端力列阵、杆端位移列阵分别为：

$$\bar{S}^{(i)} = \begin{pmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{S}_4 \\ \bar{S}_5 \\ \bar{S}_6 \end{pmatrix} \quad \bar{u}^{(i)} = \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{u}_4 \\ \bar{u}_5 \\ \bar{u}_6 \end{pmatrix}$$

其正负号规定如图 1-2 所示，与图中力方向相同为正，反之为负。以后约定：凡是按整体坐标系推求的物理量都在上面加“ $\bar{\quad}$ ”，以示区别。对于节点的位移及节点荷载，由于它们都是以整体坐标作为参照系统的，为简便表示，略去“ $\bar{\quad}$ ”。

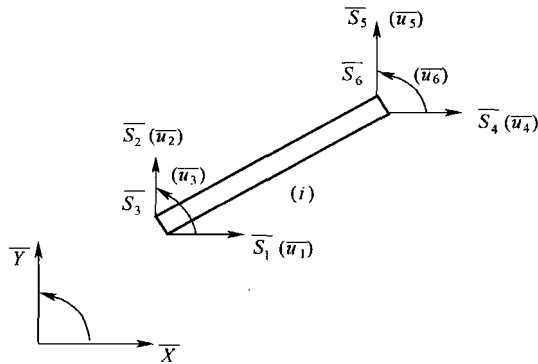


图 1-2 整体坐标系下各参数示意图

当从单元分析转到整体分析时，需将各单元杆件在节点处拼装。为使拼装顺利进行，各杆件单元的所有力学参数均应采用统一的整体坐标系来表示。因此，需要将局部坐标下单元刚度矩阵进行坐标变换，以便将它转变为用整体坐标表示的单元刚度矩阵。

假设 (i) 号杆 JK，杆长为 l ，截面积为 A ，截面惯性矩为 I ，弹性模量为 E 。局部坐标系的 X 轴与整体坐标系的 \bar{X} 轴夹角为 α ，如图 1-3 所示。

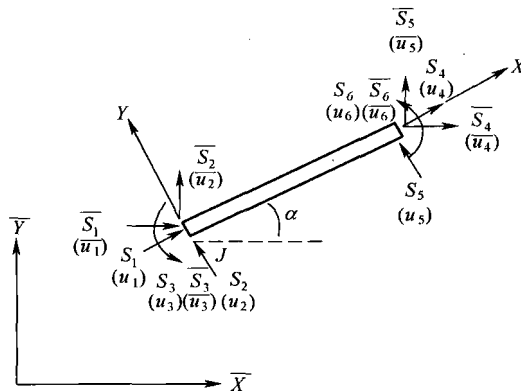


图 1-3 局部坐标系与整体坐标系

两个坐标系的杆端力之间的关系可以根据投影关系得出

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \bar{S}_1 \cos \alpha + \bar{S}_2 \sin \alpha \\ S_2 &= -\bar{S}_1 \sin \alpha + \bar{S}_2 \cos \alpha \\ S_3 &= \bar{S}_3 \\ S_4 &= \bar{S}_4 \cos \alpha + \bar{S}_5 \sin \alpha \\ S_5 &= -\bar{S}_4 \sin \alpha + \bar{S}_5 \cos \alpha \\ S_6 &= \bar{S}_6 \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

用矩阵符号可以写成

$$S^{(i)} = \lambda_T^{(i)} \bar{S}^{(i)} \quad (1-2)$$

其中

$$\lambda_T^{(i)} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

称为坐标转换矩阵。

若引用符号 $C_x = \cos \alpha$ ， $C_y = \sin \alpha$ ，以及子阵记号

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 \\ -C_y & C_x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

则坐标转换矩阵为

$$\lambda_T^{(i)} = \begin{bmatrix} C_x & C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_y & C_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_x & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_y & C_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\lambda] & 0 \\ 0 & [\lambda] \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

同理，可以推求得到两个坐标系的杆端位移之间的关系

$$u^{(i)} = \lambda_T^{(i)} \bar{u}^{(i)} \quad (1-6)$$

将式 (1-2) 和式 (1-6) 分别代入单元刚度方程式 $S^{(i)} = K^{(i)} u^{(i)}$ 两端，得

$$\lambda_T^{(i)} \bar{S}^{(i)} = K^{(i)} \lambda_T^{(i)} \bar{u}^{(i)} \quad (1-7)$$

将等式两边分别左乘 $\lambda_T^{(i)}$ 的逆矩阵 $(\lambda_T^{(i)})^{-1}$ ，得

$$\bar{S}^{(i)} = (\lambda_T^{(i)})^{-1} K^{(i)} \lambda_T^{(i)} \bar{u}^{(i)} \quad (1-8)$$

其中, 转换矩阵 $\lambda_T^{(i)}$ 是一个正交矩阵, 它具有如下特点:

$$(\lambda_T^{(i)})^{-1} = (\lambda_T^{(i)})^T \quad (1-9)$$

将式 (1-9) 代入式 (1-8) 中, 即得

$$\bar{S}^{(i)} = \lambda_T^{(i)} K^{(i)} \lambda_T^{(i)} \bar{u}^{(i)} \quad (1-10)$$

$$\bar{K}^{(i)} = \lambda_T^{(i)T} K^{(i)} \lambda_T^{(i)} \quad (1-11)$$

称为整体刚度矩阵, 则整体坐标系下的单元刚度方程为

$$\bar{S}^{(i)} = \bar{K}^{(i)} \bar{u}^{(i)} \quad (1-12)$$

(2) 轴力杆单元刚度矩阵。

局部坐标系下轴力杆单元刚度矩阵

$$K^{(i)} = \frac{EA}{l} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1-13)$$

整体坐标系下轴力杆单元刚度矩阵

$$\bar{K}^{(i)} = \lambda_T^{(i)T} K^{(i)} \lambda_T^{(i)} = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} C_x^2 & C_x C_y & 0 & -C_x^2 & -C_x C_y & 0 \\ C_x C_y & C_y^2 & 0 & -C_x C_y & -C_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_x^2 & -C_x C_y & 0 & C_x^2 & C_x C_y & 0 \\ -C_x C_y & -C_y^2 & 0 & C_x C_y & C_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-14)$$

(3) 平面梁单元刚度矩阵。

局部坐标系下平面梁单元刚度矩阵

$$K^{(i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

整体坐标系下平面梁单元刚度矩阵

$$\bar{K}^{(i)} = \lambda_r^{(i)T} K^{(i)} \lambda_r^{(i)}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} C_x^2 & -\frac{12EI}{l^3} C_x C_y & -\frac{6EI}{l^2} C_y & -\frac{12EI}{l^3} C_y^2 & \frac{12EI}{l^3} C_x C_y & -\frac{6EI}{l^2} C_y \\ -\frac{12EI}{l^3} C_x C_y & \frac{12EI}{l^3} C_x^2 & \frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{12EI}{l^3} C_x C_y & -\frac{12EI}{l^3} C_x^2 & \frac{6EI}{l^2} C_x \\ -\frac{6EI}{l^2} C_y & \frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{4EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} C_y & -\frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} C_y^2 & \frac{12EI}{l^3} C_x C_y & \frac{6EI}{l^2} C_y & \frac{12EI}{l^3} C_y^2 & -\frac{12EI}{l^3} C_x C_y & \frac{6EI}{l^2} C_y \\ \frac{12EI}{l^3} C_x C_y & -\frac{12EI}{l^3} C_x^2 & -\frac{6EI}{l^2} C_x & -\frac{12EI}{l^3} C_x C_y & \frac{12EI}{l^3} C_x^2 & -\frac{6EI}{l^2} C_x \\ -\frac{6EI}{l^2} C_y & \frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} C_y & -\frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

(4) 平面刚架单元刚度矩阵。

局部坐标系下平面刚架单元刚度矩阵

$$K^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (1-17)$$

整体坐标系下平面刚架单元刚度矩阵

$$\bar{K}^{(i)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{EA}{l} C_x^2 + \frac{12EI}{l^3} C_y^2\right) & & & & & \\ \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right) C_x C_y & \left(\frac{EA}{l} C_y^2 + \frac{12EI}{l^3} C_x^2\right) & & & & \\ -\frac{6EI}{l^2} C_y & \frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{4EI}{l} & & & \\ -\left(\frac{EA}{l} C_x^2 + \frac{12EI}{l^3} C_y^2\right) & -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right) C_x C_y & \frac{6EI}{l^2} C_y & \left(\frac{EA}{l} C_x^2 + \frac{12EI}{l^3} C_y^2\right) & & \\ -\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right) C_x C_y & -\left(\frac{EA}{l} C_y^2 + \frac{12EI}{l^3} C_x^2\right) & -\frac{6EI}{l^2} C_x & \left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right) C_x C_y & \left(\frac{EA}{l} C_y^2 + \frac{12EI}{l^3} C_x^2\right) & \\ -\frac{6EI}{l^2} C_y & \frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} C_y & -\frac{6EI}{l^2} C_x & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad \text{对 称} \quad (1-18)$$

设 (i) 单元对应杆端节点编号为 J、K 编号，写成分块矩阵

$$\bar{K}^{(i)} = \bar{K}_{JK}^{(i)} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{JJ} & \bar{K}_{JK} \\ \bar{K}_{KJ} & \bar{K}_{KK} \end{bmatrix} \quad (1-19)$$

其中每一个子阵 \bar{K}_{JJ} 、 \bar{K}_{JK} 、 \bar{K}_{KJ} 、 \bar{K}_{KK} 都是 3×3 阶。

2. 选择位移模式

在有限元法中，通常将位移表示为坐标变量的简单函数，这种近似函数称为位移模式（插值函数）。对于杆单元来说，位移函数为线性函数。通常假定自由节点位移为未知量，通过坐标转换矩阵可得到局部坐标下的节点位移。

3. 计算等效节点力

在利用有限元法对结构进行力学的分析过程中，重要的一步是把一个连续的结构看成离散单元在节点处连接拼装而成，而把作用在结构上的荷载统统用作用在节点上的等效节点力代替。这里的等效是静力等效。具体地说，是指变形前后的效果不应该由于采用了等效力代替而变化。当然，在这里还应该假设是在小变形的线型范围之内，因为在这种情况下，不考虑由于施加荷载的先后顺序对最后变形产生的影响。

以如图 1-4 所示平面刚架结构为例，计算等效节点力。图 1-4 (a) 是原结构，受直接节点荷载 p_1 和非节点荷载 p 、 q 作用，节点 3 产生转角 θ_3 ，其他杆件也产生相应的变形和内力。为了说明等效代换的可能性，将如图 1-4 (a) 所示的原结构受荷载后的变形分解为如图 1-4 (b) 与图 1-4 (c) 所示两步。

图 1-4 (b) 是在节点 3 处暂时加入附加约束，以使它变成固定点。由于不计轴向变形的影响，故只加入刚臂，然后再将荷载 p 及 q 施于杆件上。

图 1-4 (c) 是在图 1-4 (b) 作用后，为恢复原状而撤销了附加约束后的情况。撤销附加力臂，相当于在节点 3 处施加一个与节点 3 总反力、反力矩大小相等、方向相反的节点力和节点力矩。最后，别忘记在节点 3 处加入原来的直接节点荷载 p_1 。

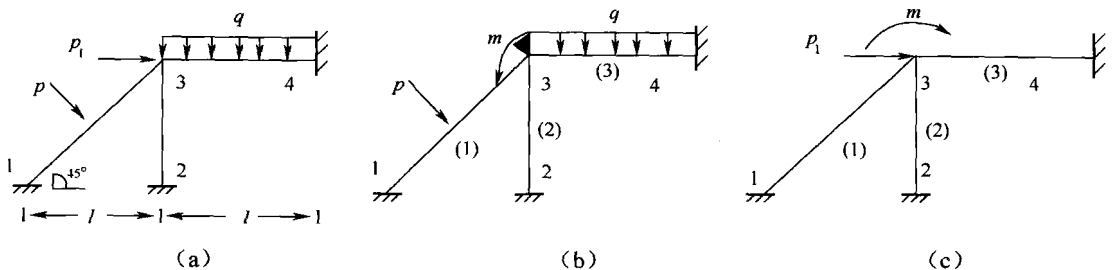


图 1-4 等效节点力计算简图

根据小变形下的叠加原理，可以认为 (b) 图与 (c) 图叠加后的效果应与 (a) 图完全相同。

从节点变形角度来看：(a) 图 = (c) 图。

从结构杆件内力与支座反力来看：(a) 图 = (b) 图 + (c) 图。

求解 (b) 图时，只须考虑将离散后的所有单元按两端固定杆求出各自在非节点荷载作用下的固端力即可。而求解 (c) 图时，只需考虑结构在原直接节点荷载且与 (b) 图所示反向总固端力共同作用下的结构。称 (b) 图中反向的总固端力为 (a) 图非节点荷载的等效节点荷载，