

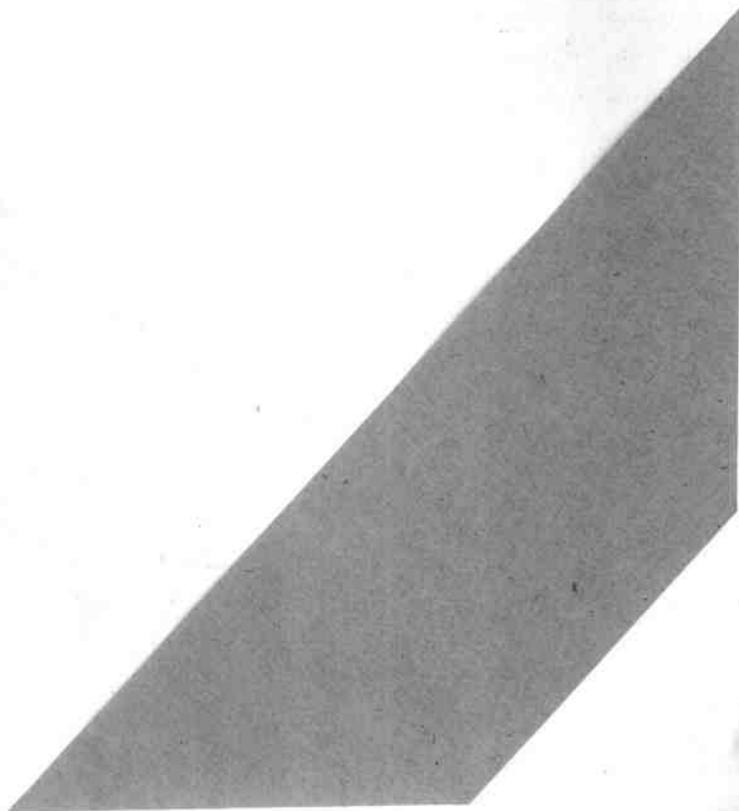
许德斌 编

# 画法几何

中央广播电视大学

# 画 法 几 何

许锡祺 等编



# 画 法 几 何

许锡祺 等编

\*

中央广播电视大学出版社出版

新华书店北京发行所发行

一二〇一工厂印刷

\*

开本787×1092 1/16 印张12.125 千字274  
1989年5月第1版 1989年5月第1次印刷

印数 1—60000

定价2.50元

ISBN 7-304-00365-0/TH·13

# 目 录

前 言	
绪 论	( 2 )
第一章 点	( 8 )
§1-1 点的投影特性	( 8 )
§1-2 点在两投影面体系第一分角中的投影	( 8 )
§1-3 点在三投影面体系第一角中的投影	( 12 )
§1-4 两点的相对位置和重影点	( 17 )
学习指导	( 18 )
第二章 直线	( 21 )
§2-1 直线的投影特性	( 21 )
§2-2 各种位置直线的投影特点	( 22 )
§2-3 一般位置直线的实长及其对投影面的倾角	( 27 )
§2-4 直线与点的相对位置	( 33 )
§2-5 两直线的相对位置	( 36 )
§2-6 一边平行于投影面的直角投影定理	( 40 )
学习指导	( 42 )
第三章 平面	( 48 )
§3-1 平面在投影图中的表示法	( 48 )
§3-2 平面的投影特性	( 51 )
§3-3 平面在三投影面体系中的投影	( 52 )
§3-4 属于平面的直线和点	( 56 )
§3-5 用换面法求平面图形的实形及其对投影面的倾角	( 60 )
§3-6 圆的投影	( 64 )
学习指导	( 68 )
第四章 直线与平面、平面与平面的相对位置	( 70 )
§4-1 平行问题	( 70 )
§4-2 相交问题	( 74 )
§4-3 垂直问题	( 83 )
学习指导	( 88 )
第五章 立体	( 95 )
§5-1 平面立体	( 95 )
§5-2 回转体	( 99 )
学习指导	( 107 )
第六章 平面与立体相交	( 111 )
§6-1 圆柱的截交线	( 111 )
§6-2 圆锥的截交线	( 116 )

§6-3 圆球的截交线 .....	(120)
§6-4 圆环及一般回转体的截交线 .....	(123)
学习指导 .....	(126)
<b>第七章 两立体相交</b> .....	(131)
§7-1 利用积聚性法求作相贯线投影 .....	(132)
§7-2 利用辅助面法求作相贯线投影 .....	(139)
§7-3 相贯线为平面曲线的条件及投影 .....	(146)
§7-4 回转体与组合回转体相交举例 .....	(147)
学习指导 .....	(148)
<b>第八章 展开图</b> .....	(154)
§8-1 平面立体表面展开图画法 .....	(155)
§8-2 可展曲面展开图的画法 .....	(157)
§8-3 不可展曲面的近似展开图画法 .....	(163)
学习指导 .....	(165)
<b>第九章 轴测图</b> .....	(167)
§9-1 轴测图的基本知识 .....	(168)
§9-2 正等测图的画法 .....	(170)
§9-3 斜二等轴测图的画法 .....	(182)
§9-4 轴测剖视图画法 .....	(185)
学习指导 .....	(188)
(19)	
(20)	
(21)	
(22)	
(23)	
(24)	
(25)	
(26)	
(27)	
(28)	
(29)	
(30)	
(31)	
(32)	
(33)	
(34)	
(35)	
(36)	
(37)	
(38)	
(39)	
(40)	
(41)	
(42)	
(43)	

## 前 言

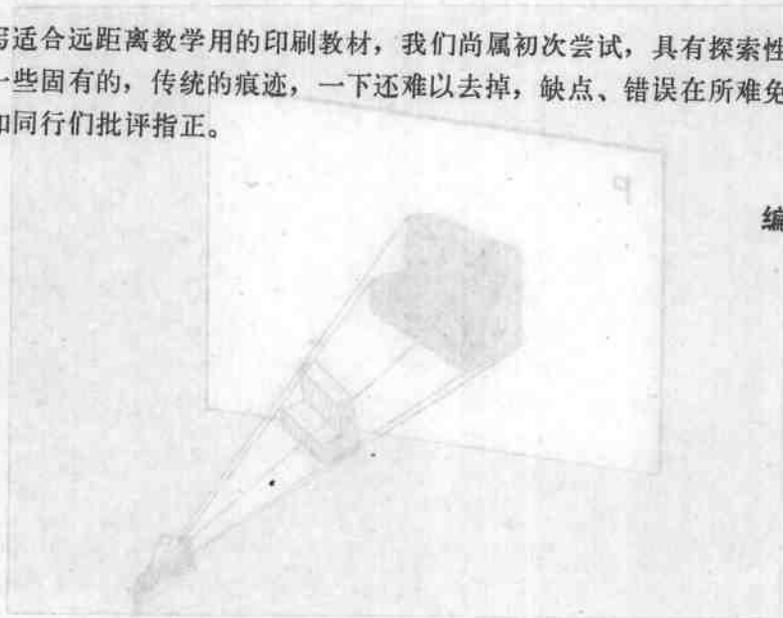
本教材是依据1986年中央广播电视大学制订的《画法几何》教学大纲试行草案编写的。

为了使本教材适应成人教育的培养目标和电视大学远距离教学方式的特点，我们总结了本课程几年来电大借用普通高校教材的使用情况，听取了广大师生的意见。首先，在教材内容方面对借用教材进行了取舍、补充和调整，如取消了曲线、曲面一章的大部分内容，只保留了常见的回转面和回转体；将投影变换的换面法分散于线、面和线面相对位置各章节中，而不集中设章……。以利于保证重点、分散难点、理论联系实际，使基本理论深广度的要求更适合于电大培养目标。其次，对教材章节的编排尽量作到与电视授课的次序对应、衔接，配合密切，以便于学员课前预习、课后复习，集中精力上好电视课。此外，我们有意地在教材中增多立体图例，细化解题步骤的图例，以利于学员进行空间分析和阅读。在各章后面附有针对性强的学习指导，借以阐明各章的目的要求、重点、难点，介绍学习方法和提供复习、自检的题目，为学员自学提供方便。

为了帮助学员消化、巩固所学内容，增强解题能力，我们还编了《画法几何习题集》作为本教材的配套用书。该习题集分为机械类和非机械类两种，供不同专业选用。

本教材由中央广播电视大学许锡祺主编。参加编写的有天津大学任孝天(第7章)梁泰安(第8章)谢庆森(第9章)，中央电大洪钧(第3~4章)许锡祺(绪论、第1、2、5、6章、第9章)。承德石油学校吕金铎承担了许多立体图的绘制并润饰了全部带润饰的立体图，吕金铎、杨俊行、梁泰安、洪钧、张乃燕、许锡祺等同志共同完成了绘图工作。西安交通大学高镇教授对教材初稿提出了许多宝贵意见，进行了审阅，中央电大张乃燕进行了审核，我们在此表示衷心的感谢。

由于编写适合远距离教学用的印刷教材，我们尚属初次尝试，具有探索性，再加上我们水平有限，一些固有的，传统的痕迹，一下还难以去掉，缺点、错误在所难免。欢迎使用本教材的师生和同行们批评指正。



编 者

1988.3.

# 绪 论

## §1 画法几何的研究对象和学习目的

### 一、画法几何的研究对象

1. 研究在平面上表示空间几何形体的图示法。所谓图示法，就是应用投影法将空间几何元素(点、线、面)和几何形体以及它们之间的相互关系表示在平面上的方法和规律。

2. 研究在平面上图解空间几何问题的图解法。所谓图解法，就是依据投影规律、在平面上，应用几何作图来解决空间几何元素的定位、度量、轨迹……等问题的方法。

总之，画法几何是以投影法为基础，研究三维空间几何问题的图示法和图解法的一门学科。是高等工科院校中一门技术基础课程。

### 二、学习画法几何的目的

众所周知：在现代文明生产中，图样是生产部门、科技部门和管理部门的一种必不可少的技术资料。通过图样可以表达设计意图、指导生产和进行技术交流。因此，图样具有在二维平面上反映和说明三维空间问题的特点。

从目前电大的培养目标出发，学习画法几何的主要目的是：为当前或将来在工程技术界从业的工作者奠定阅读和绘制工程图样的理论基础，培养与发展空间想象力和提高分析、解决空间问题的能力。

## §2 投影法的基本知识

### 一、投影法概述

物体在灯光或日光的照射下，在地面或墙面上就会产生该物体的影子，如图1、图2所示。

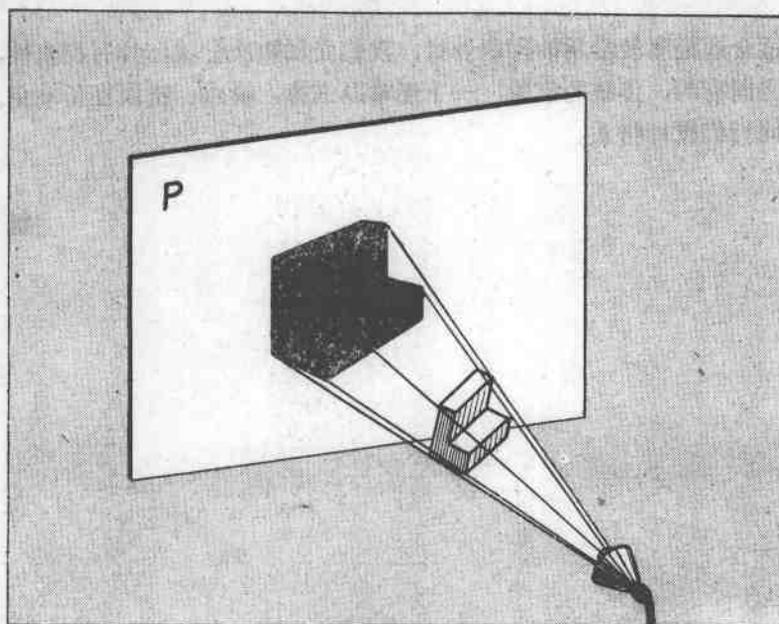


图1 物体在灯光下的影子

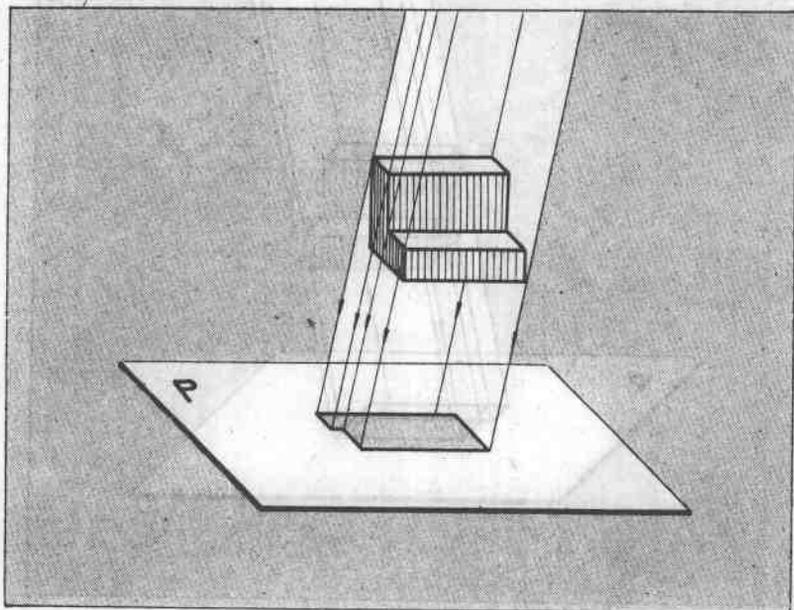


图2 物体在日光下的影子

由图中可见，物体的影子可以反映出该物体的外廓形状，但不能反映出物体的完整形象。这种现象给人们确立投影法以启示。经过长期观察研究、进行科学的抽象后，假定光线能穿透物体，“影子”要落到平面上并以线条来显示物体的完整形象，对这样的“影子”称为物体的投影。如图3、图4所示。

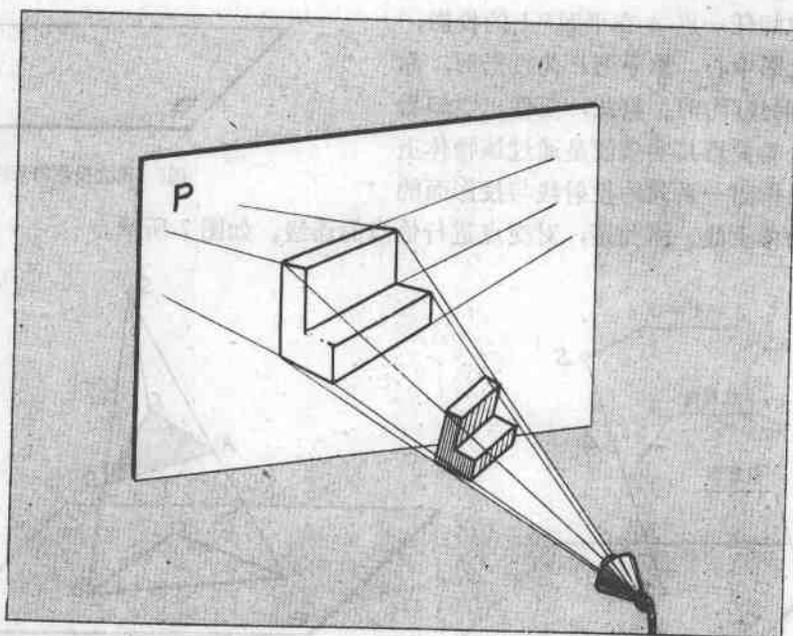


图3 物体的投影

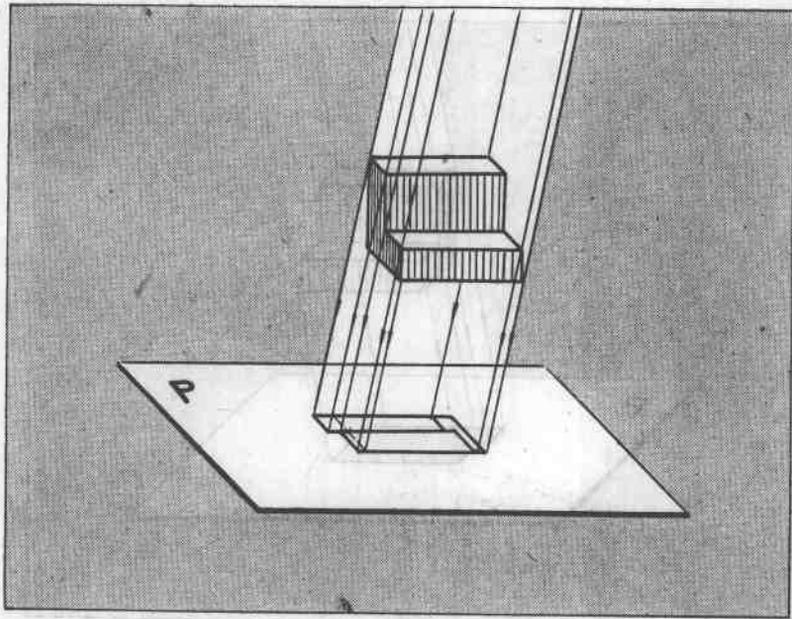


图4 物体的投影

下面进一步从几何观点来分析投影的形成。

设空间有一定点 $S$ 和任一点 $A$ ，以及不通过点 $S$ 和点 $A$ 的平面 $P$ (图5)。自点 $S$ 经过点 $A$ 作直线 $SA$ ，直线 $SA$ 必然会与平面 $P$ 相交于一点 $a$ ，称交点 $a$ 为空间任一点 $A$ 在平面 $P$ 上的投影，称定点 $S$ 为投影中心，称平面 $P$ 为投影面，称直线 $SA$ 为投影线(图6)。据此，要作出空间物体在投影面上的投影其实就是通过该物体上的点、线、面作一系列的投影线与投影面的交点并根据物体上线、面关系，对交点进行恰当的连线。如图7所示。



图5 建立投影的条件

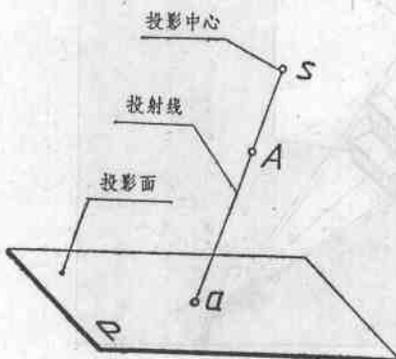


图6 点的投影形成过程

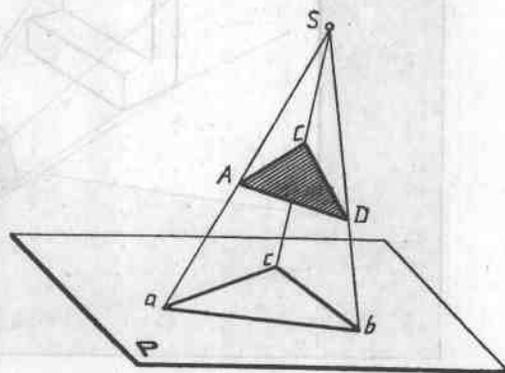


图7  $\triangle ABC$ 的投影形成过程

作 $\triangle ABC$ 在投影面 $P$ 上的投影。先自点 $S$ 过点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 分别作直线 $SA$ 、 $SB$ 、 $SC$ 与投影面 $P$ 的交点 $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，再过点 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 作直线，连成 $\triangle abc$ ， $\triangle abc$ 即空间的 $\triangle ABC$ 在投影面 $P$ 上的投影。

按上述法则将物体表示在给定投影面上的方法称为投影法。

## 二、投影法分类

依据投影中心与投影面的距离进行分类，可将投影法划分为中心投影法和平行投影法两大类。



图8 建筑物透视图

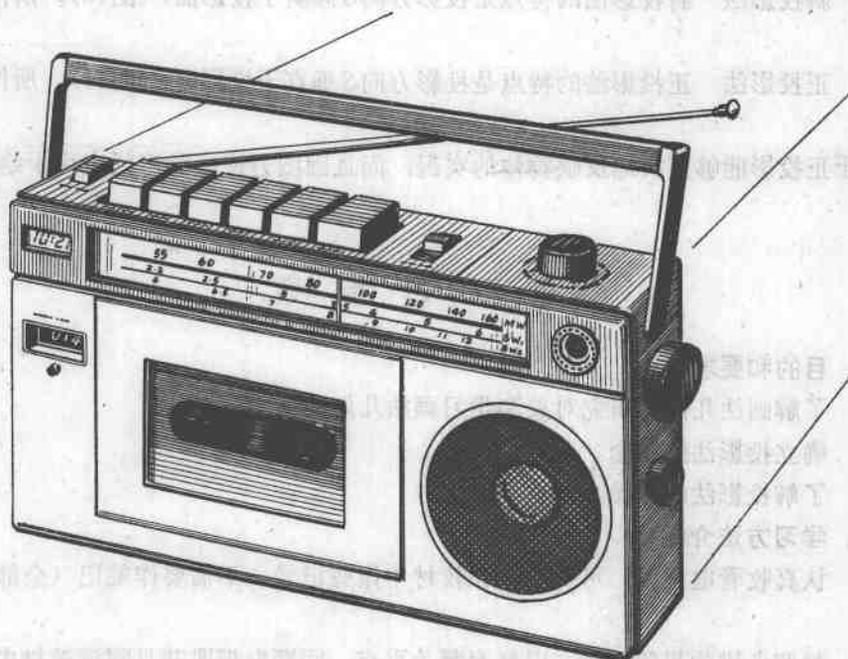


图9 工业产品透视图

1. 中心投影法 当投影中心 $S$ 与投影面 $P$ 的距离为有限远时,其特点是所有的投射线都汇交于投影中心 $S$ ,如图7所示,投射线 $SA$ 、 $SB$ 、 $SC$ 都汇交于投影中心 $S$ 。称这类投影方法为中心投影法。用中心投影法作出物体的投影称为该物体的中心投影。中心投影接近于直观物体的效果,主要应用于绘制建筑物或工业产品说明及广告中的透视图,如图8、图9所示。

2. 平行投影法 当投影中心 $S$ 与投影面 $P$ 的距离为无限远时,则所有的投射线都将相互平行,投射线的方向称投影方向,以箭头和字母 $S$ 表示,如图10、图11所示。称这类投影方法为平行投影法。用平行投影法作出物体的投影称该物体的平行投影。

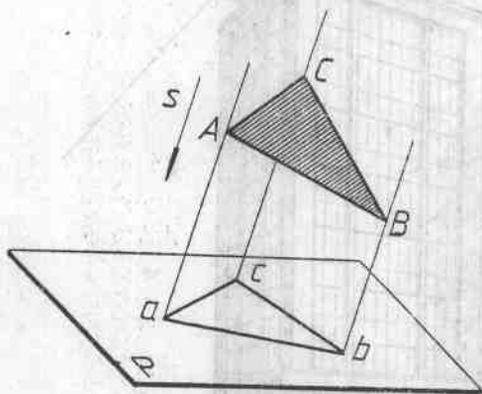


图10 属于平行投影法的斜投影法

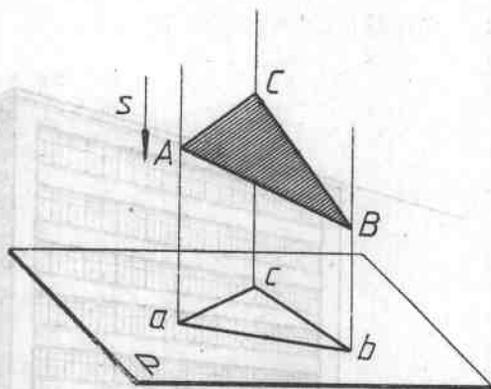


图11 属于平行投影法的正投影法

按投影方向 $S$ 与投影面 $P$ 是否垂直,又可将平行投影法划分为两种:

(1) 斜投影法 斜投影法的特点是投影方向 $S$ 倾斜于投影面 $P$ (图10)。所作投影称斜投影。

(2) 正投影法 正投影法的特点是投影方向 $S$ 垂直于投影面 $P$ (图11)。所作投影称正投影。

由于正投影能够真实地反映物体的实况,而且画图方便,故广泛应用于绘制各种工程图样。

## 学习指导

### 一、目的和要求

1. 了解画法几何的研究对象和学习画法几何的目的。
2. 确立投影法的概念。
3. 了解投影法的分类。

### 二、学习方法介绍

1. 认真收看电视课,可扼要地在教材中作些记号,不需要作笔记(全部画法几何课亦如此)。
2. 按照各讲的目的要求,以复习题为重点,回顾电视课并且阅读教材中相应的章节。适量回答复习题。

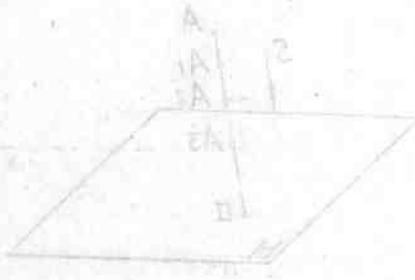
3. 在复习的基础上，背答自检题。自检题的正误判别，可对照教材核对；或是同学间相互校核。

三、复习题

1. 物体的影子与物体的投影有何区别？
2. 得到物体投影的必要条件是什么？
3. 投影法是如何分类的？
4. 正投影法有什么特点？

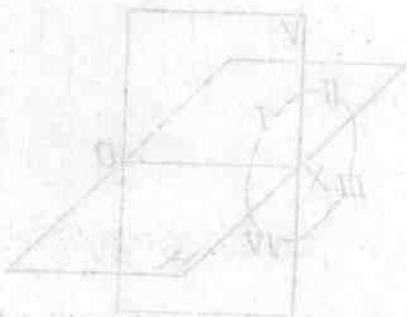
四、自检题

1. 投影法按照\_\_\_\_\_可划分为\_\_\_\_\_投影法和\_\_\_\_\_投影法。
2. 平行投影法按照投射线的\_\_\_\_\_划分为\_\_\_\_\_投影法和\_\_\_\_\_投影法。
3. 正投影法的特点是\_\_\_\_\_。



... 投影法按照... 平行投影法按照... 正投影法的特点是...

投影法中... 8-12



... 8-12

... 投影法中... 8-12

# 第一章 点

点是最基本的几何元素，一切几何形体均可视为点的集合。因此，从研究点的投影性质和投影规律入手，作为研究一切几何形体的基础。

## §1-1 点的投影特性

一、点的投影仍然是点。这是因为作点的投影时，过空间点的投射线与投影面相交只能是点，如图1-1所示。

二、在一定的投影条件下，一个空间点完全可以确定它的唯一的投影位置，但点的一个投影不能确定该点的空间位置。如在投影方向 $S$ （或投影中心）和投影面 $H$ 已知的条件下，当给出空间点 $A$ 时，即可求出它的唯一的投影 $a$ 。因为一条已确定的投射线与已给定的投影面只

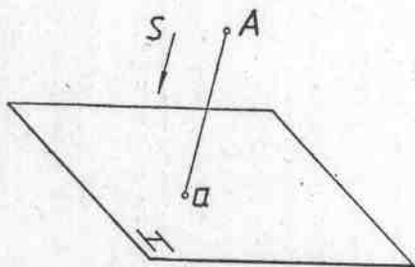


图1-1 点的投影仍然是点

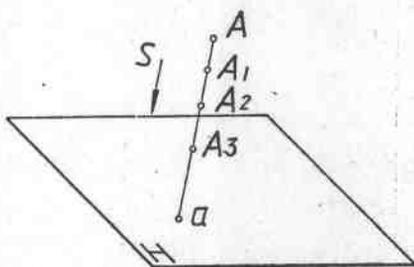


图1-2 点的一个投影不能确定点的位置

能交于一点。但在上述投影条件不变的情况下，若仅知道投影 $a$ ，则不能确定点 $A$ 的空间位置。如图1-2所示，显然在投射线上任意点 $A_1, A_2, A_3 \dots$ 都可能具有投影 $a$ ，因此只知道点 $A$ 的一个投影 $a$ ，不能肯定点 $A$ 的空间位置。

## §1-2 点在两投影面体系第一分角中的投影

### 一、两投影面体系

前一节已经讲到，只有点的一个投影不能确定该点在空间的位置。设空间有两个互相垂直的投影面：一个是正立投影面 $V$ （简称正面或 $V$ 面），另一个是水平投影面 $H$ （简称水平面或 $H$ 面）。两个投影面的交线称为投影轴 $OX$ 。这样整个空间被 $V$ 面和 $H$ 面划分成四个部分，每一部分称为一个分角，依次称之为第一分角、第二分角、第三分角、第四分角，（图1-3）。我们只着重讲述点在第一分角中的投影。

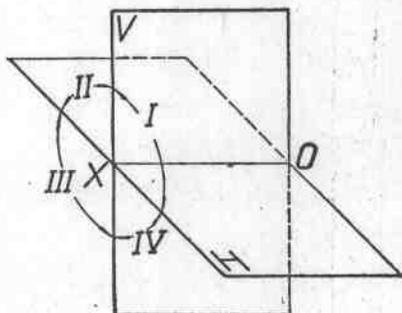


图1-3 四个分角的划分

## 二、点的两面投影图

见图1-4(a)所示,在第一分角内有一点A,要作出点A在两投影面体系中的投影,可自点A向V面作垂直投射射线 $Aa'$ ,其垂足 $a'$ 就是点A在V面上的投影,称为点A的正面投影,用 $a'$ 表示。再由点A向H面作垂直投射射线 $Aa$ ,其垂足 $a$ 就是点A在H面上的投影,称为点A的水平投影,用 $a$ 表示①。

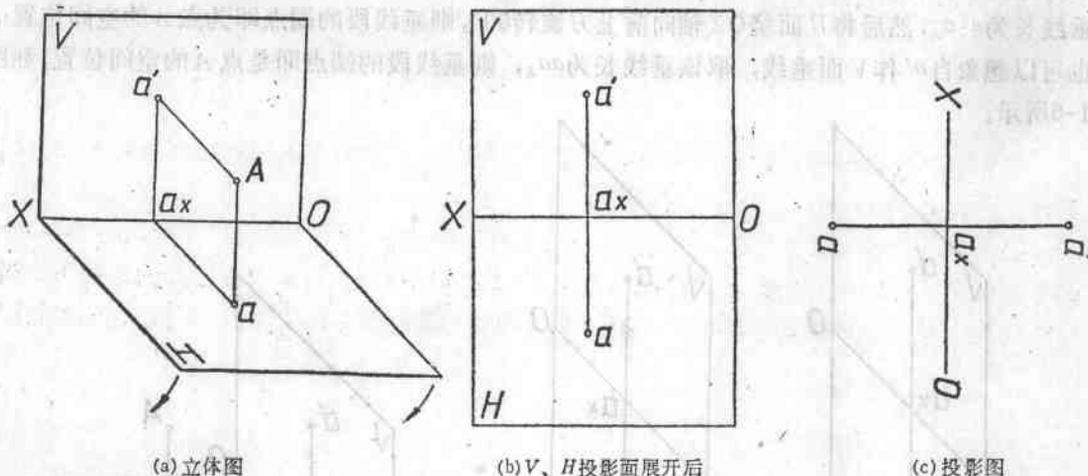


图1-4 点在V、H两面体系中的投影

当移去空间点A后,由 $a'$ 作V面的垂直线;由 $a$ 作H面的垂直线,这两条垂直线必定相交于点A。因此可知:有了点A的V面投影 $a'$ 和H面投影 $a$ ,就可以确定A点在空间的位置。点是如此,其它几何元素或物体也是如此。

在上述两投影面体系中,决定点A在空间的位置是点A在两个互相垂直的投影面上的投影。但画点的投影图时,则需要将点A的两个投影 $a'$ 和 $a$ 画在同一个平面上。为此,规定V面保持不动,将H面绕OX轴向前下方旋转 $90^\circ$ (如图1-4(a)中箭头所示的方向),与V面展成为一个平面。这样,就得到了点A的两面投影图,如图1-4(b)所示。

由于投影面V、H是没有边界的,为了画图简便起见,画投影图时不画出投影面的边界线,而只画出投影轴OX和投影连线 $a'a$ ,表示投影面名称的V和H字样也可省略,如图1-4(c)所示。

### 三、点在两投影面体系中的投影规律

根据点在两投影面体系中得到投影图的过程,可以得出点的投影规律:

1. 点的两个投影的连线垂直于投影轴,即 $a'a \perp OX$ 。

见图1-4(a),由立体几何定理可知:投射射线 $Aa'$ 和 $Aa$ 所确定的平面 $Aaa_xa'$ ,分别与V面、H面相垂直,亦即它垂直于H面和V面的交线OX轴,因而平面 $Aaa_xa'$ 上的直线 $a'a_x$ 和 $aa_x$ 必垂直于OX轴。当 $a$ 随着H面旋转至与V面重合时, $aa_x$ 与OX的垂直关系不变,又因为在投影图中,过 $a_x$ 只能作OX轴的一条垂线,所以 $a'$ 、 $a_x$ 、 $a$ 三点共线,亦即点的两个投影的连线 $a'a \perp OX$ 轴。

2. 点的水平投影到OX轴的距离,反映该点到V面的距离;点的正面投影到OX轴的距离

① 标记的规定:空间点用大写字母表示如A、B、C...;点的水平投影用相应的小写字母表示,如a、b、c...;点的正面投影用相应的小写字母加撇来表示,如 $a'$ 、 $b'$ 、 $c'$ ...

距离反映该点到H面的距离。即 $aa_x = Aa'$ ； $a'a_x = Aa$ 。

由图1-4(a)可知，四边形 $Aaa_xa'$ 是矩形，其对边平行且相等，所以 $aa_x = Aa'$ ； $a'a_x = Aa$ 。

根据点的两面投影规律，当已知一个点的两面投影时，就不难想象出该点被其投影所确定的空间位置。例如已知点A的两面投影 $a'$ 、 $a$ 如图1-5所示，可以想象自 $a$ 作H面垂线，取该垂线长为 $a'a_x$ ，然后将H面绕OX轴向前上方旋转 $90^\circ$ ，则垂线段的端点即为点A的空间位置；也可以想象自 $a'$ 作V面垂线，取该垂线长为 $aa_x$ ，则垂线段的端点即是点A的空间位置，如图1-6所示。

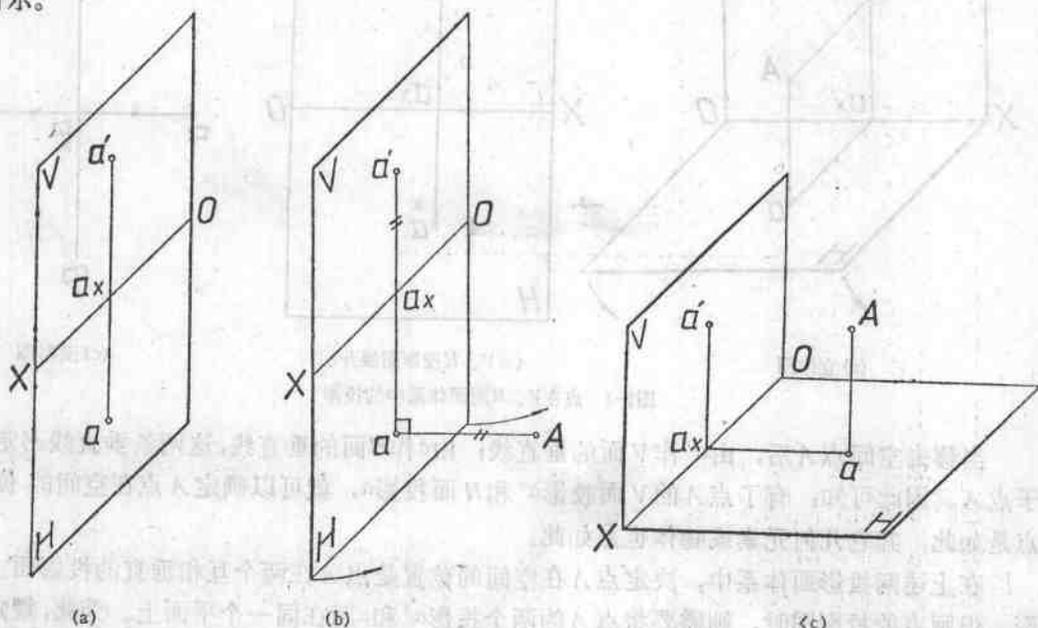


图1-5 据点的投影想象点的空间位置

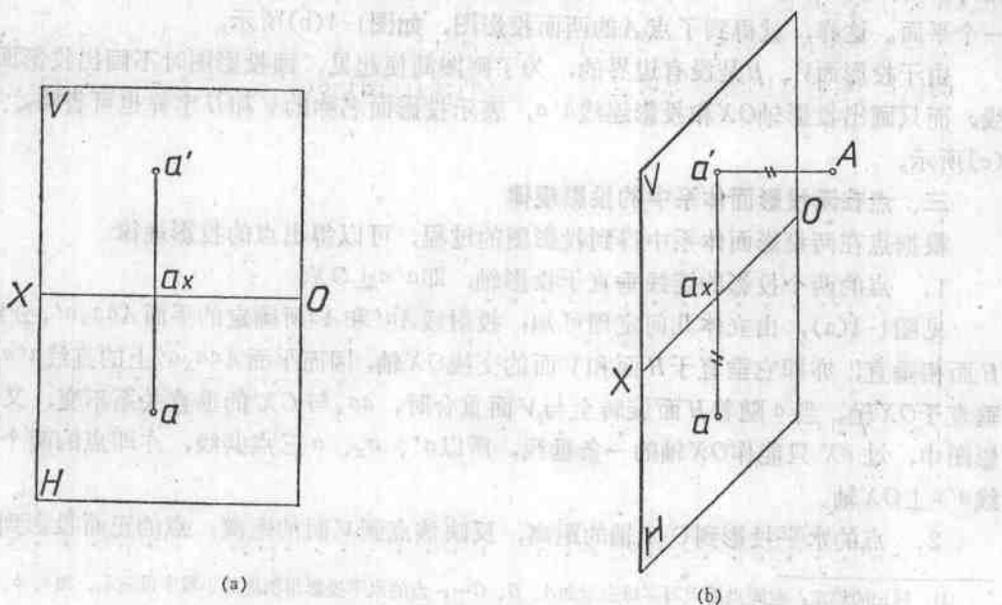


图1-6 据点的投影想象点的空间位置

#### 四、第一分角中各种位置点的投影特征

点在第一分角中，可处于三种不同的位置，即在分角内、在投影面( $V$ 面或 $H$ 面)上和在投影轴( $OX$ 轴)上。图1-7是第一分角中各种位置点的投影图和立体图。由于点的位置不同，它们在投影图中也有不同的投影特征。

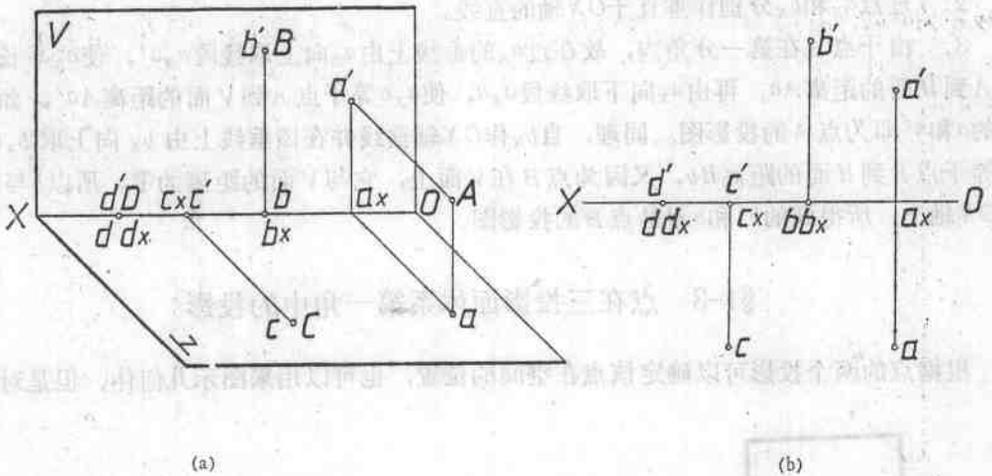


图1-7 第一分角中各种位置点的投影

1. 点A在第一分角内，它的 $V$ 面投影 $a'$ 在 $OX$ 轴的上方；它的 $H$ 面投影 $a$ 在 $OX$ 轴的下方，它们与 $OX$ 轴都分别有一定的距离。
2. 点B在 $V$ 面上，点C在 $H$ 面上，由于点B到 $V$ 面和点C到 $H$ 面的距离均为零，因此它们各有一个相应的投影与点本身重合，而另一个投影位于 $OX$ 轴上。
3. 点D在 $OX$ 轴上，即该点既在 $V$ 面上又在 $H$ 面上，所以该点的两个投影与点本身重合，且都在 $OX$ 轴上。

掌握了各种位置的点在投影图中的投影特征，便可正确、迅速地判定点在空间的位置。

例1-1 根据立体图中所示点A、B的空间位置[图1-8(a)]，试作点A、B的投影图。

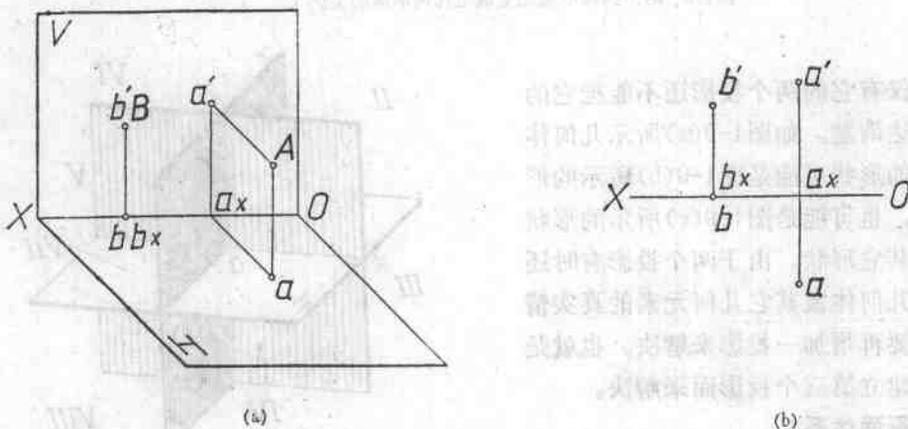


图1-8 已知点A、B的位置，求其投影图

解 分析图[1-8(a)]立体图, 可知点A在第一分角中, 点A对H面的距离为 $Aa$ 、点A距V面的距离为 $Aa'$ 。点B在V面上, 它距H面的距离为 $Bb$ 。作图步骤如下图[1-8(b)]:

1. 画出投影轴 $OX$ , 在轴上定端点 $O$ 。自 $O$ 向左取点 $a_x$ 及 $b_x$ 并使 $Oa_x$ 、 $Ob_x$ 的长度分别等于立体图中的 $Oa_x$ 、 $Ob_x$ 。

2. 过点 $a_x$ 和 $b_x$ 分别作垂直于 $OX$ 轴的直线。

3. 由于点A在第一分角内, 故在过 $a_x$ 的垂线上由 $a_x$ 向上取线段 $a_x a'$ , 使 $a_x a'$ 长度等于点A到H面的距离 $Aa$ ; 再由 $a_x$ 向下取线段 $a_x a$ , 使 $a_x a$ 等于点A到V面的距离 $Aa'$ , 如此, 得到的 $a$ 和 $a'$ 即为点A的投影图。同理, 自 $b_x$ 作 $OX$ 轴垂线并在该垂线上由 $b_x$ 向上取 $b_x b'$ 使 $b' b_x$ 等于点B到H面的距离 $Bb$ , 又因为点B在V面上, 它与V面的距离为零。所以 $b$ 与 $b_x$ 重合在 $OX$ 轴上, 所得到的 $b'$ 和 $b$ 即是点B的投影图。

### §1-3 点在三投影面体系第一角中的投影

根据点的两个投影可以确定该点在空间的位置, 也可以用来图示几何体, 但是对于几何

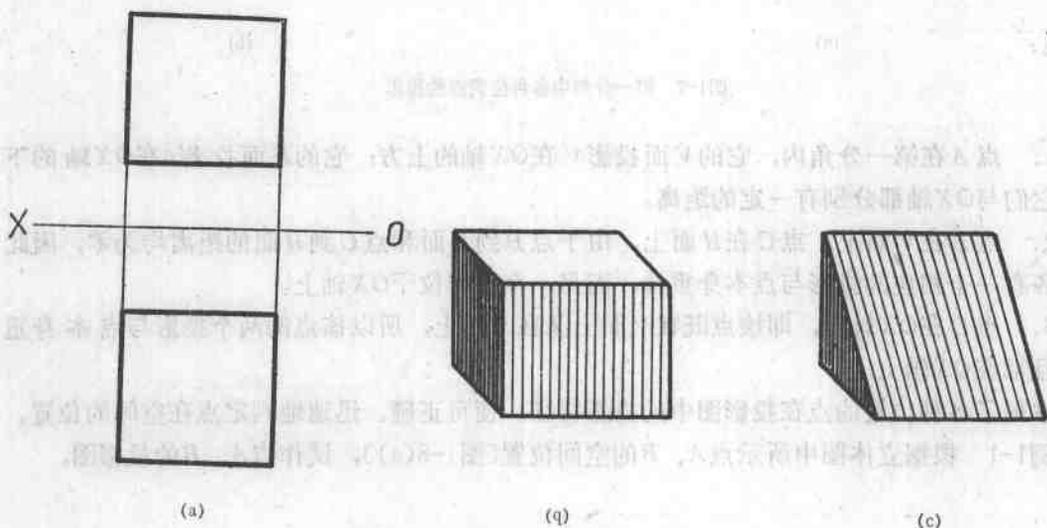


图1-9 两个投影不能完全确定几何形体的实例

体来说, 有时仅有它的两个投影还不能把它的形状确切地表达清楚。如图1-9(a)所示几何体的两投影, 它的形状可能是图1-9(b)所示的形状(正立方体), 也可能是图1-9(c)所示的形状(三棱柱体)或其它形状。由于两个投影有时还不能完全确定几何体或其它几何元素的真实情况, 因此, 需要再增加一投影来解决。也就是说必须借助于建立第三个投影面来解决。

#### 一、三投影面体系

三投影面体系是在两投影面体系的基础

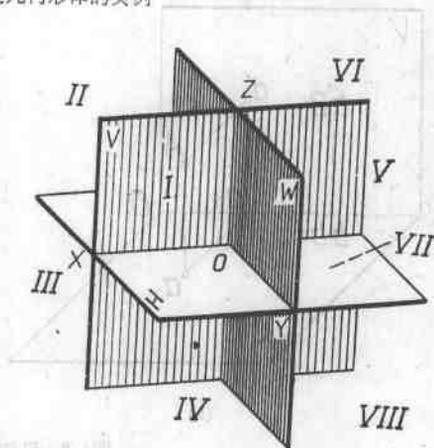


图1-10 三面投影体系