

画法几何及制图科学論文选編

湖北省科学技术协会
湖北省制图学会
湖北省科学技术情报研究所

1965.

前 言

1963年12月湖北省制图学会举行成立大会暨科学报告会时，承全国33所高等工业学校制图教师提出論文88篇，計研究画法几何在生产实际或其他学科中应用的10篇，研究制图有关問題的20篇，研究画法几何理論和方法的34篇，可以說都具有一定的参考价值和启发作用。会后由教育部高等工业学校画法几何及制图教材編审委员会編輯出版的《画法几何及制图教学工作通訊》陸續发表了十几篇。今年春，湖北省科学技术情报研究所同意出版論文选編；为此，組成論文选編委员会，并曾通信征求参加會議代表对选編的意見。在此基础上，經委员会討論研究，决定了如下的选編原則：

1. 能直接为祖国社会主义經濟建設服务，或密切結合生产实际，并具有一定水平的，尽量选入。
2. 对画法几何或制图教学内容有較大参考价值的，擇优选入。
3. 应用画法几何方法解决本門或其他学科問題的，擇优选入。
4. 在几何理論或方法上有独到之处的，酌量选入。
5. 內容相近的，只选有代表性的一篇。
6. 已在《画法几何及制图教学工作通訊》上发表过的，一般不再选入。
7. 由于教学改革正在进行，制图标准还在修訂，因此有关教学观点、方法或制图标准的均不选入。

在选編过程中，承論文作者精簡修訂原稿和参加过會議的代表提供宝贵的意見，在此表示感谢。

由于篇幅的限制，不少佳作未能一一选入，深感遺憾。再者限于編者的学識水平，取舍可能欠当，尚希讀者指正。

編者 1964年11月

汽車車身曲面的繪制問題

汽車曲面研究小組

(清华大学)

自从1959年以来,我組与北京汽車厂車身設計組协作,运用Д. А. Вильямс提出的方法,解决“东方紅”小汽車車身外表面的繪制問題。经过生产实践的考驗,初步証明运用这种方法,可以较为滿意地繪制出所需的車身表面。同时,在工作过程中,我們对于这种方法中某些尚不清楚的理論与实际問題进行了探討。1962年又与該組协作,研究了車身內复件的几何性質,并提出了繪制方法。

本文敘述了我們研究的两个主要課題:

- 一、檢查曲綫的性質和各块表面間的光順連接。
- 二、汽車內复零件的繪制問題。

A. 檢查曲綫的性質与各块派生表面間的光順連接

一、檢查曲綫的性質

1. 檢查曲綫的几何意义: 将派生解图中的直綫4—4变成檢查因素曲綫4—4(图1), 意味着原始曲面(直紋的柱狀面)沿纵向过不同的拉伸或压缩, 修正成一光滑的曲綫面, 然后再以它为基础繪制派生曲面。

修正后的曲綫面与原始柱狀面的关系是: 它的每一截面都是由柱狀面的某个相应截面经过移动而得的。例如在图1中, 曲綫面在 J_2W_2 处的截面, 与柱狀面在 J_1W_1 处的截面相当。

截面 J_1W_1 也称輔助截面。从輔助截面的取法可以得出: 在檢查曲綫上各点高度变化迅速的地段(例如4— M'_2), 曲綫面是由柱狀面上很长一段($B_2—W_2$)压缩而成。曲綫4— M'_2 上各点所代表的截面与直綫4— M_2 上各点所代表的輔助截面一一对应。而檢查曲綫上各点高度变化不大的地段(如 $M'_2—4$), 曲綫面是由柱狀面上很短一段($W_1—D_1$)拉伸而成。

由于原始曲綫面的各截面与原始柱狀面的截面一一对应, 因此这些截面曲綫也必然是光滑曲綫。所以, 只要曲綫面的纵向素綫(檢查曲綫)是光滑的, 是連續地逐漸变化的, 曲綫面本身一定也是光滑的。

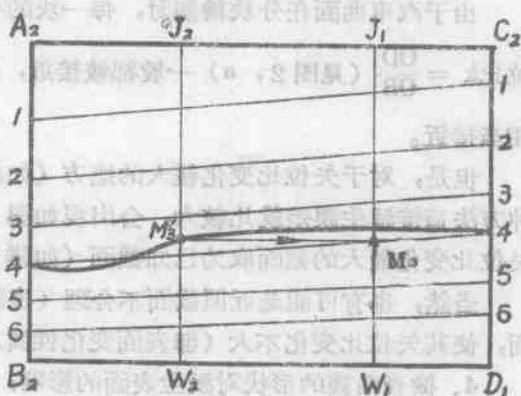


图 1

所以，若希望派生曲面（汽車外表面）是光滑曲面，其必要条件是：檢查曲線必須是光滑曲線（其詳細証明見后）。

2. 檢查曲線的實際意义：利用檢查曲線所制定的派生曲面與原始曲面，除了邊界綫完全重合以外，還有一條曲線素綫（與檢查曲線相對应的曲綫）完全重合。而其餘的各條素綫均不重合。

所以檢查曲線實際上是一條控制曲線，使原始曲綫面與派生曲面盡量接近。這是維氏法制曲綫面的主要特點之一。而檢查曲線則應根據曲面的不同性質來选取，以保證上述兩者最為接近。

3. 檢查點的选取原則：由於檢查曲線對於每一截面曲綫只控制一個點。所以檢查點應取在對曲綫（也即曲面）具有關鍵性的地方。例如側蓋板（維氏書中圖130）主要用檢查曲線來保證與后頂蓋的橫向連接，檢查點就取在連接邊界的附近。在一般情況下則取在曲綫的矢點與光點附近。（曲綫矢點的位置對曲綫性質影響最大，而光點則是汽車曲面繪制中需要考慮的表面特性之一。）

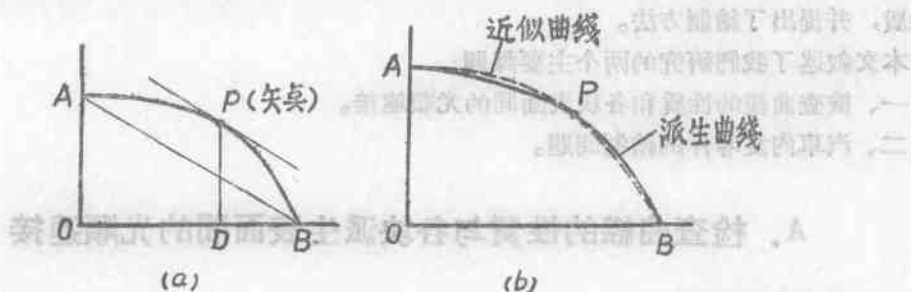


圖 2

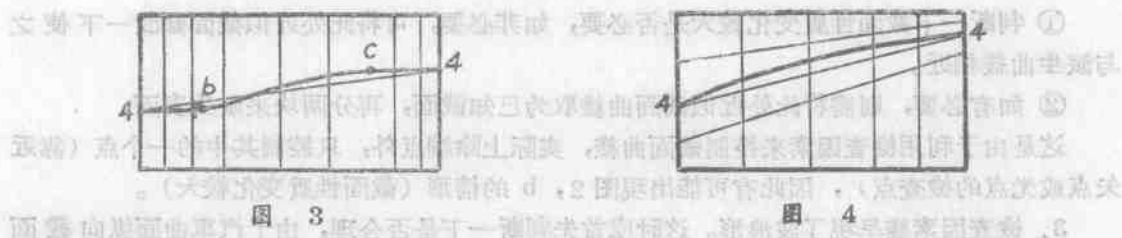
由於汽車曲面在分塊繪制時，每一塊的各截面曲綫的性質變化不大，也就是其矢點的矢位比 $k = \frac{OD}{OB}$ （見圖 2，a）一般都較接近，因此用上述方法可使派生曲面與所設計的曲面相當接近。

但是，對於矢位比變化較大的地方（如維氏圖125中，行李箱蓋的EF截面附近），用這種方法直接派生誤差就比較大，會出現如圖 2，b所示的情形。這時為了準確起見，應當把矢位比變化最大的截面取為已知截面（如維氏圖126），才能得到較準確的派生表面。

當然，也有可能是近似截面不合理（也就是原設計不合理），這時可以修正一下近似截面，使其矢位比變化不大（即表面變化性質不大），然後再直接派生。

4. 檢查曲線的形狀對派生表面的影響：由於因素較多，我們僅就下列幾種情況進行分析：

- ① 檢查曲線呈水平處，表示該處的相鄰截面曲綫是比例曲綫（圖 3 的 4b 和 c4 段）。
- ② 當解圖中柱狀面的直線素綫向上趨近於一點時，說明該處截面曲綫的上面近於水平（圖 4）。
- ③ 當各截面的高基本不變，而底逐漸變長時，檢查曲線為水平或向下，表示截面曲綫由胖變扁（因作圖時“底”總選得比高長）。見圖 5。
- ④ 當各截面的底基本不變，而高逐漸變大（或小）時，檢查曲線為水平或向上（或向



下), 表示截面曲线由扁变胖(或由胖变扁)见图6。

⑤ 当各截面的高与底的数值都逐渐变大, 而其比值基本相近时(图7);

检查曲线向下弯, 表示截面曲线由胖→扁;

检查曲线向上弯, 表示截面曲线由扁→胖;

检查曲线水平时, 表示截面曲线为相似曲线。

二、各种特殊形式的检查因素

1. 检查因素在中间部分出现了最高(或最低)点, 表示该处的检查比比两端截面处的检查比要大(或小), 如图8所示。

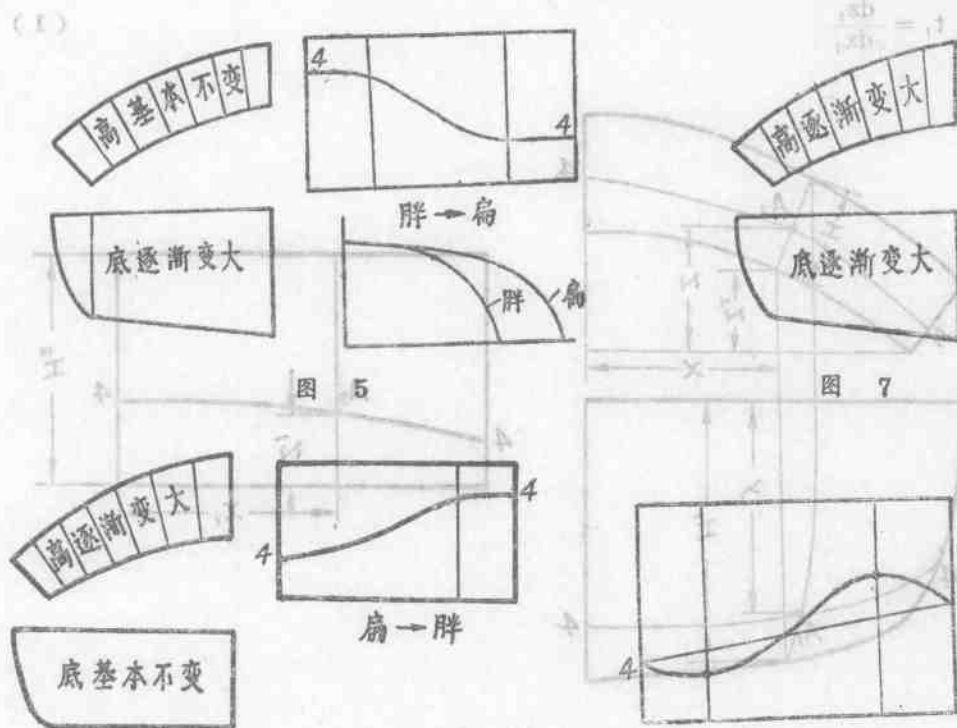


图 6

图 8

由于派生表面的中间截面性质总是介乎两个截面性质之间, 如果检查比超出两个端面检查比范围, 则按此两端截面派生时, 将找不到辅助截面, 故此时需将最大(或最小)检查比处取为已知截面, 再派生表面。

2. 检查因素在中间某一长段的范围内出现了大致水平的现象。这时需要在此处取一近似截面检查一下派生曲线与它是否接近。若两者相差较大时, 则可按下列一法处理:

① 判断一下截面性质变化较大是否必要，如非必要，可将此处近似截面修改一下使之与派生曲线相近。

② 如有必要，则需将此处近似截面曲线取为已知截面，再分两块来派生表面。

这是由于利用检查因素来控制截面曲线，实际上除端点外，只控制其中的一个点（靠近矢点或光点的检查点），因此有可能出现图 2, b 的情形（截面性质变化较大）。

3. 检查因素线呈现了波浪形。这时应首先判断一下是否合理，由于汽车曲面纵向截面总是逐渐变化的，一般不应出现波浪形——即截面性质突然变化与突然不变迅速交替（或突然近于左端或右端的截面性质）这是不合理的。如判断得出有一定原因，则在曲线呈水平处亦应取一系列中间近似截面来检查是否与派生曲线相近。其理由与处理方法与上段相同。

三、派生表面的纵向光滑联接

用维氏法制表面时，在制完各分块后，如何保证各分块的光滑联接，是个关键问题。现在从理论上初步分析一下这个问题。

1. 若检查曲线不连续，则派生表面的素线亦不连续。

证明：如图 9 所示。设解图的检查因素的切线斜率为

$$t_1 = \frac{dz_1}{dx_1} \quad (1)$$

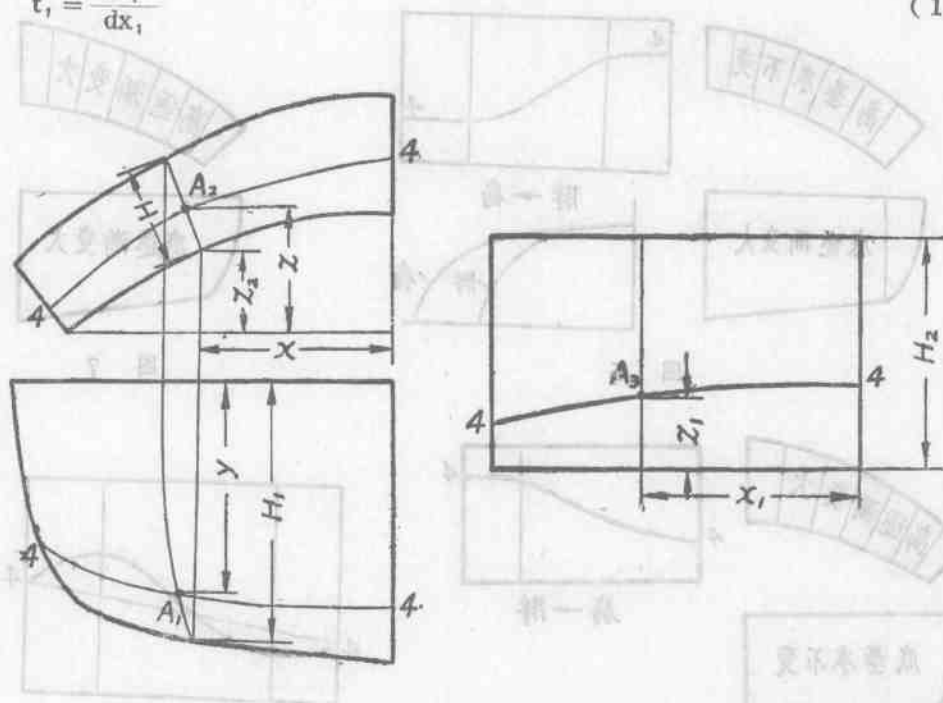


图 9

派生表面的相应素线在相应点切线斜率为

$$t = \frac{dz}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} \quad (2)$$

其中 $dx_1 = Kdx$

（因解图的底与表面的底成比例）

$$dy = K_1 dx = K_2 dH_1$$

这里, H_1 是经过该点的截面曲线的底宽; 而 K 为常数; K_1 为派生因素水平投影在该点的切线斜率, 在 A 点为唯一一定值; $K_2 = \frac{y}{H_1}$ 也是常数。

同时从正面投影中可以看出:

$$z = z_2 + \frac{H}{H_2} m z_1$$

其中 H 为派生曲线之高度, H_2 为解图之高, $m = \sin \theta$, 角 θ 为截面迹线对水平面的倾角。

$$\therefore dz = dz_2 + \frac{H m dz_1 + H z_1 dm + m z_1 dH}{H_2}$$

$$\text{或 } dz_1 = d \left(\frac{z - z_2}{mH} \right) H_2 = H_2 \frac{mH(dz - dz_2) - (z - z_2)(mdH + Hdm)}{m^2 H^2} \quad (3)$$

将②③代入①中, 得

$$t_1 = \frac{dz_1}{dx_1} = \frac{H_2}{m^2 H^2} \left(\frac{mH}{K} \left(\frac{dz}{dx} - \frac{dz_2}{dx} \right) - \frac{z - z_2}{K} \left(m \frac{dH}{dx} + H \frac{dm}{dx} \right) \right) \quad (4)$$

分析所得式④中的各组成元素。

设在检查因素上有一定点 A_3 , 相应于派生表面的定点 $A(A_1, A_2)$ 。则此点之 m 和 H 为定值。而 H_2 与 K 的数值在各处都相等, 是一个常数。

同时, 由于两条边界曲线都是连续曲线, 故 $\frac{dz_2}{dx}$ 和 $\frac{dH}{dx}$ 在定点 A 是唯一一定值。

此外, 由于截面分布曲线是连续的, 因此截面迹线对水平面的倾角也应连续变化, 所以 $\frac{dm}{dx}$ 的数值在定点 A 也应为唯一一定值。

故式④可化简为

$$t_1 = L_3 \frac{dz}{dx} - L_2 \quad (5)$$

其中 L_3, L_2 在定点 A 为唯一一定值。

$$\text{而 } t = \frac{dz}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + K_1^2}} \cdot \frac{dz}{dx} = L_1 \frac{dz}{dx} \quad (6)$$

其中 L_1 为唯一一定值。

从式⑤与⑥可以看出: t 与 t_1 之关系为直线关系。若解图因素的切线斜率 t , 在 A_3 点左右不变, 则派生因素的切线斜率 t 在派生曲面的 A 点左右亦不变 (即派生因素连续)。

反之, 如 t_1 在 A_3 点左右有两个不同数值 (即解图因素不连续), 则 t 在 A 点左右亦有两个数值 (即派生因素亦不连续)。

同时, 由式④的分析中可看出, 截面分布曲线连续变化是派生因素连续的必要条件之一。

2. 在分块制表面时, 两块连接处检查曲线的切线必须水平。

若解图中的检查曲线在分块连接处的切线不水平(如图10所示),则当我们利用辅助截面的方法,将左右两个解图上的各直线因素派生成曲线因素时,在连接处左右两段曲线的切线斜率是不相等的,亦即曲线在此点不连续。其证明如下:

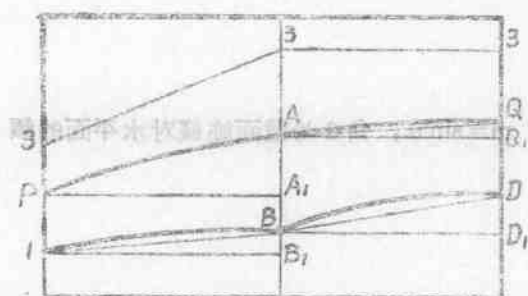


图 10

如 t 为检查曲线 PQ 在 A 点之切线斜率。

而曲线因素线 1—D 在 B 点之切线斜率,左边一段为 t_1 ,右边一段为 t_2 。由于曲线 PA 与 1—B, 曲线 AQ 与 BD 均为比例曲线。按比例曲线之性质可知:

$$t_1 = \frac{BB_1}{AA_1} t, \quad t_2 = \frac{DD_1}{QQ_1} t$$

但在一般情况下

$$\frac{BB_1}{AA_1} \neq \frac{DD_1}{QQ_1} \quad (\text{註})$$

故如 $t \neq 0$, 则 $t_1 \neq t_2$, 即曲线因素 1—D 在 B 点不连续。

由前节的结论可知:若解图上因素线不连续,则它在派生曲面上的对应因素亦不连续。由此得出结论:为了使两个分块在连接处是光滑连接,其必要条件是检查因素在连接处的切线呈水平,在这种情况下,如果截面分布曲线也是连续曲线,则两分块表面一定光滑连接。

3. 当连接处检查因素的切线不水平时的处理方法:

① 当这部分表面光滑性要求较高时(如顶盖、发动机罩…等),说明泥模型的造型不合理,必须重新修顺原始曲面,使检查因素在连接处的切线呈水平,或使中间已知截面曲线的性质处于两个端截面性质之间,而不须再分块。

② 当这部分表面光滑性要求较低时(如行李箱盖、过渡曲面…),切线也可以不水平,如同 3M 车行李箱盖的情形类似。当然,这样作是不太精确的。因为,从理论上讲,它只保证了检查曲线的光滑连接,除各边界曲线外,其他因素线均不连续(当然这种情况也可在制主模型时加以修顺)。

4. 结论:要保证派生表面在分块处纵向光滑连接,除截面分布曲线要光滑以外,其充分与必要条件是分块处解图检查因素的切线呈水平。

假如不水平又必须分块,则分块处各因素线,除检查因素线一条外,均不连续。

四、派生表面的横向光滑连接

1. 用检查曲线来保证。参见第一节第3段检查点的选取原则。由于检查曲线是沿纵向的,所以一般都先用柱状面解图作出所求表面的初截面曲线,然后再作检查截面,画出已知表面被同一平面所截得的曲线(见维氏图130的截面 CD),将两条曲线画在一起,把它修成一条光滑曲线。根据修改后的截面曲线,定出检查点。(为了横向光滑连接,检查点取在连接处附近的因素线 1—1 上)画出检查曲线,作派生解图,再派生所求曲面。

当然,由于派生以后,各截面曲线的形状还会改变,这种方法显得不够精确。在一些要

注:如 $\frac{BB_1}{AA_1} = \frac{DD_1}{QQ_1}$ 对各因素均成立时,说明没有必要分两块制表面(不详细证明)。

求不很高的表面连接处可以适用。

2. 用定向切线。例如在作具有已知光线的表面时，是利用光线上每一点对截面曲线的切线均保持 45° ，同时又采用斜坐标作图，这样就保证了横向的光顺连接。

关于为什么必须采用斜坐标的理由，在维氏书中已经讲得很清楚（见维氏图25和27），不再赘述。现在来讨论一下：为什么当端截面曲线在光点处的切线为 45° ，派生出来的中间截面曲线在光点处的切线也必定是 45° 。

我们来分析一下派生表面与原始表面间的关系（图11）。

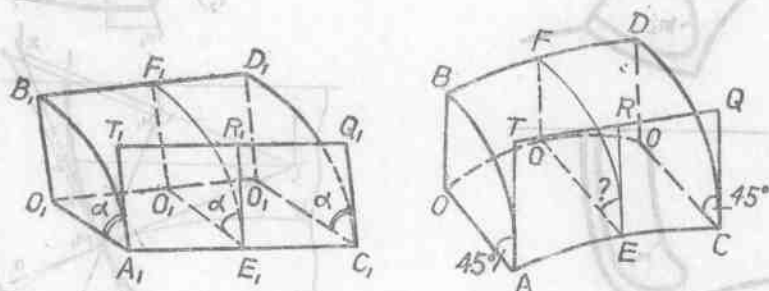


图 11

因为派生表面的端截面在A点与C点的切线都是 45° ，同时又分别与坐标轴OB和OD平行。当利用斜坐标作比例曲线时，若一直线和坐标轴平行，在比例变形后仍应平行。所以原始曲面的端截面 A_1B_1 和 C_1D_1 在点 A_1 与 C_1 的切线也一定与坐标轴 O_1B_1 及 O_1D_1 平行。即它们与水平轴 O_1A_1 及 O_1C_1 之夹角 α 相等。由于端截面 $O_1A_1B_1$ 与 $O_1C_1D_1$ 相互平行，所以切线 A_1T_1 与 C_1Q_1 也彼此平行。它们在空间决定了一个切平面与原始柱状面相切于直线 A_1C_1 。现在来研究中间截面 $O_1E_1F_1$ 。因为它与两端截面是平行的，所以它在 E_1 点的切线 E_1R_1 一定也在这个平面上，并与切线 A_1T_1 平行。所以它与水平轴 O_1E_1 之夹角亦为 α 。因此，当我们根据原始柱状面绘制派生曲面时，它的比例曲线EF在E点的切线一定仍与轴平行，即与OE轴倾斜 45° 。上述关系可以推广到更宽的范围：即边界线AC上各点对截面曲线的切线与水平面都倾斜同一 θ 角时，仍能保证横向光顺连接。

B. 汽车内复零件的绘制问题

汽车外壳的绘制问题，应用И. А. Вильямс所提出的方法，可以得到比较满意的解决。但是有了外表面，如何绘制和它有一定几何关系的内复零件图，还是一个有待研究的问题。北京汽车厂车身设计组的同志们为了解决这一问题，曾经作过很多探索，并在61年底重新向我们提出这个问题。为此，教研组在62年2月派我组和他们一起研究。现在将解决办法叙述如下：

根据厂方所提供的情况，内复零件的绘制问题基本上可以分成四类。

1. 已知车身表面 Φ 上有一曲线 m （图12），要求经过曲线上各点作直线MA垂直于已知曲面、并使MA等于定长L，求作A点的轨迹。

关于这个问题可以完全采用图解法来解决（图13）。其具体作法如下：

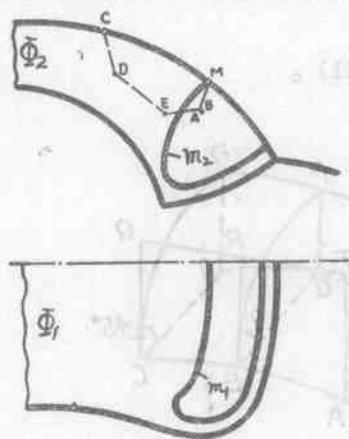


图 12

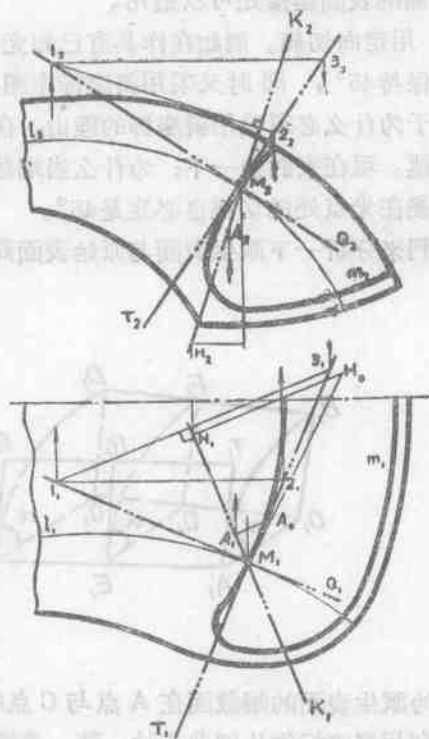


图 13

設点 $M (M_1, M_2)$ 是曲线 $m (m_1, m_2)$ 与表面因素线 $l (l_1, l_2)$ 的交点。过点 M 分别作曲线 m 和曲线 l 的切线 MT 及 MQ 。它们在空间决定一个平面，此平面与车身表面相切于 M 点。然后经过 M 点作此切平面的垂线 $K (K_1, M_1, K_2, M_2)$ ，并在垂线上量取一点 A ，使 MA 的实长等于 L ，则点 A 即为所求曲线上的点。

为了减少作图误差，在作垂线 K 时可以利用正平线和水平线来确定方向。使 $K_1 \perp l_1, 3_1$ ， $K_2 \perp l_2, 2_2$ 。而不必找出切平面的迹线。

为了在垂线 K 上定出 A 点的位置，可以在垂线上先任取一点 H ，求出 MH 的实长，在实长上量取一点 A_0 ，使 $M, A_0 = L$ ，再用定比关系返回去，找出 A 点的投影 (A_1 和 A_2)。

如果点 $M (M_1, M_2)$ 不在曲线 m 与表面因素线 l 的交点上，为了定出切平面的位置，可以经过 M 点作一垂直于 V 面的辅助中间截面。

对于有經驗的设计师来说，经过曲线上一點作該曲线的切线是不困难的。一般說来，作图误差不会超过半度。如果再在切线上任取一点，根据三个投影校正一下切线的位置，則误差当可更小。

2. 已知一直纹曲面，其导线是位于某一光滑曲面 Φ 上的空间曲线 m ，母线 MA 是曲面 Φ 的法线并在运动过程中长度保持不变。要求经过 A 点作出与已知直纹曲面垂直并等于定长的线段 AB 的端点 B 的轨迹。

这个问题可以采用下述方法解决 (图14)。

经过 $A (A_1, A_2)$ 点作直线 AT 与曲线 a 相切 (曲线 a 即上一小題中所得 A 点的轨迹)。切线 AT 与母线 MA 所决定的平面就是直纹曲面在 A 点的切平面。经过 A 点作切平面

的垂线（利用正平线12和水平线23）。并在垂线上取线段AB等于定长，则线段AB端点B的轨迹即为所求。

3. 已知车身表面 Φ 上有一空间曲线 m ，要求在表面内作一曲线 C ，使其上每一点与表面相距5mm，并和曲线 m 上相应点的距离（弦长）等于40mm（图15）。

现在说一下我们的解决办法。

先过M点作空间曲线 m 的切线MT。再过M点作平面 η 和它垂直。平面 η 就是曲线 m 的法平面。利用辅助平面法找出法平面 η 和车身曲面的截交线的投影，并借水平轴旋转法（或变更投影面法）求出法平面 η 的实形。在实形图上按照尺寸40和5定出C点的位置，再返回去找出C点的水平投影 C_1 和正面投影 C_2 ，即为所求曲线上的点。其具体画法如下（图16）：

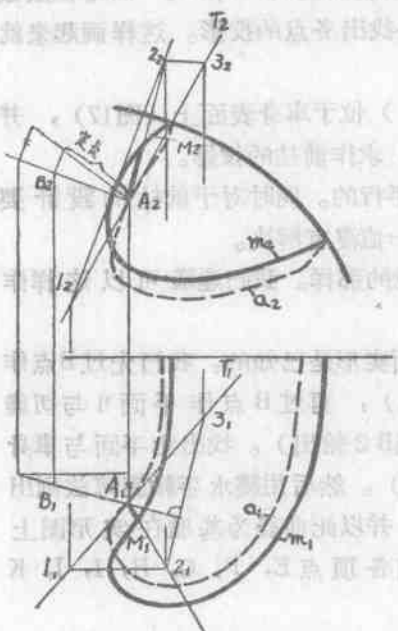


图 14

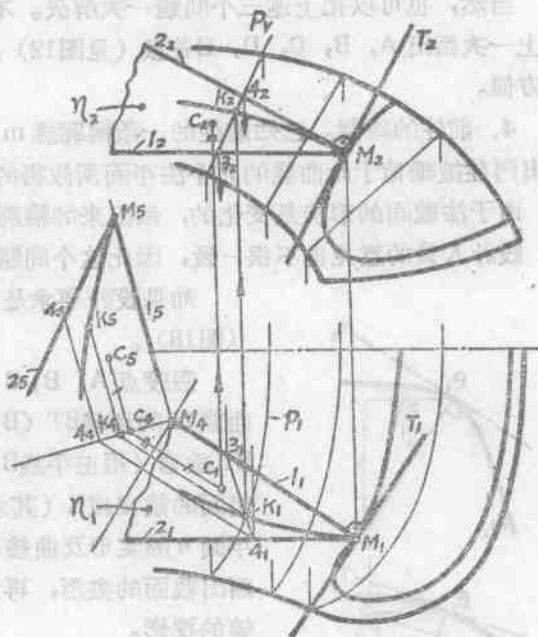


图 16

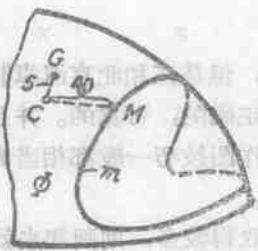


图 15

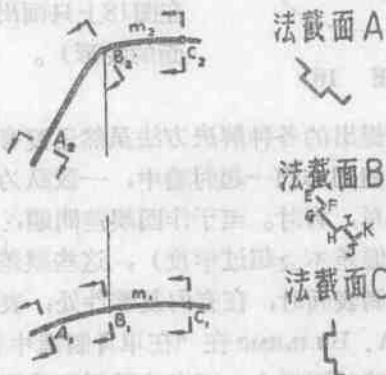


图 17

经过点 $M (M_1, M_2)$ 作曲线 $m (m_1, m_2)$ 的切线 $MT (M_1 T_1, M_2 T_2)$ 。经过点 M 作水平线 $M1 (M_1 1_1, M_2 1_2)$ ，使 $M_1 1_1 \perp M_1 T_1$ ，作正平线 $M2 (M_1 2_1, M_2 2_2)$ ，使 $M_2 2_2 \perp M_2 T_2$ 。直线 $M1$ 和 $M2$ 所确定的平面 η 就是曲线 m 在 M 点的法平面。

为了找出平面 η 和车身曲面的交线，可以利用在制表面过程中保存下来的中间截面 P （垂直于 V 面）作为辅助平面。截面 P 与车身曲面的交线——曲线 P 在图上是已给的。找出截面 P 与法平面 η 的交线 $34 (3_1 4_1, 3_2 4_2)$ 。直线 34 与曲线 P 的交点 K 就是所求截交线上的点。利用类似的方法可以找出许多这样的点。用曲线 MK 把它们联结起来，即为平面 η 与曲面的截交线。

用变更投影面法（或绕水平轴旋转法）求出平面 η 的实形，并在上面画出截交线（曲线 MK ）的实形。根据尺寸 40 和 5 定出点 C_5 的位置，再返回去找出 C_1 和 C_2 。

当然，也可以把上述三个问题一次解决。不必单独地绘制曲线 a 、 b 和 c ，而是在法截面上一次画出 A 、 B 、 C 、 D 、 E 各点（见图12），再返回去找出各点的投影。这样画起来就更方便。

4. 前柱的绘制。已知前柱的一条轮廓线 $m (m_1, m_2)$ 位于车身表面上（图17），并给出前柱被垂直于此曲线的几个法平面所截得的截面实形。求作前柱的投影。

由于法截面的形状是变化的，画出来的轮廓曲线是不平行的。同时对于前柱的设计要求，设计人员的意见也不很一致，因此这个问题在汽车厂一直没有解决。

如果设计要求是象上面所说的那样。我们建议可以这样作（图18）。

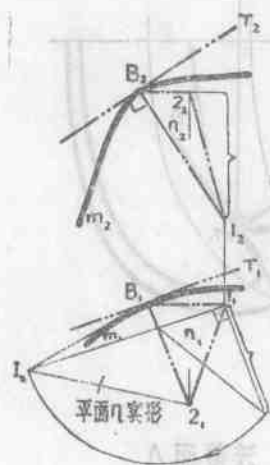


图 18

假设点 A 、 B 、 C 上的法截面实形是已知的。我们先过 B 点作曲线 m 的切线 $BT (B_1 T_1, B_2 T_2)$ ，再过 B 点作平面 η 与切线 BT 垂直（用正平线 $B1$ 和水平线 $B2$ 给出）。找出此平面与车身表面的截交线 K （其求法见图16）。然后用绕水平轴旋转法画出平面 η 的实形及曲线 K 的位置。并以此曲线为基准在实形图上画出截面的实形，再返回去找出各顶点 E 、 F 、 G 、 H 、 I 、 J 、 K 等的投影。

用类似的方法找出法截面上 $A-A$ 、 $C-C$ 各顶点的投影。并将相应点联成曲线，即为所求前柱的轮廓线（为了清楚起见，在图18上只画出 B 点的法平面的投影及实形，而没有画出法截面的实形）。

上面所提出的各种解决方法虽然还没有经过大量的实践验证，但是在和北京汽车制造厂设计科车身组同志们一起讨论中，一致认为这些方法在理论上是正确的，可靠的。并且画起来也比较简单，省时。至于作图误差问题，由于车身设计人员的作图技巧一般都相当高（例如作切线的偏差不会超过半度），这些误差可以减少到最低程度。

如果在制表面时，在有内复零件处，表面因素线和截面曲线取得较多，则画起来就更加方便。Д. А. Вильямс 在“在车身制造中表面绘制法的发展”（1953）一文中，曾经提到：“在最终的图样上，画出为了制造骨架或主模型所必须的车身的所有曲线和截面。但是为了不画补充截面，找出与表面相接触的任何零件的形状，这些截面常常不够……”。据此

看来，在苏联，内复零件也可能是利用图解法来绘制的。

德文的“汽车技术”杂志1961年第2期曾经有一篇文章讨论过这个问题，但是它所提出的绘制方法只是近似的，不如我们所建议的准确。

附录

Д. А. Вильямс: 在“曲线面的绘制”一书中所提出的制表面方法的实质与画法:

一、实质

制表面的任务是通过给定的边界条件，绘制出一光滑曲面，使之与美术师塑出的模型非常接近。并且消除模型上存在的一切缺陷和不精确性。

Д. А. Вильямс 提出的制表面方法的实质，是将一复杂曲面看作是某一直纹曲面按一定关系变形的结果。此直纹表面称原始表面，所得复杂曲面称派生表面。

例如汽车顶盖前半部可看作是柱状面两次变形的结果:

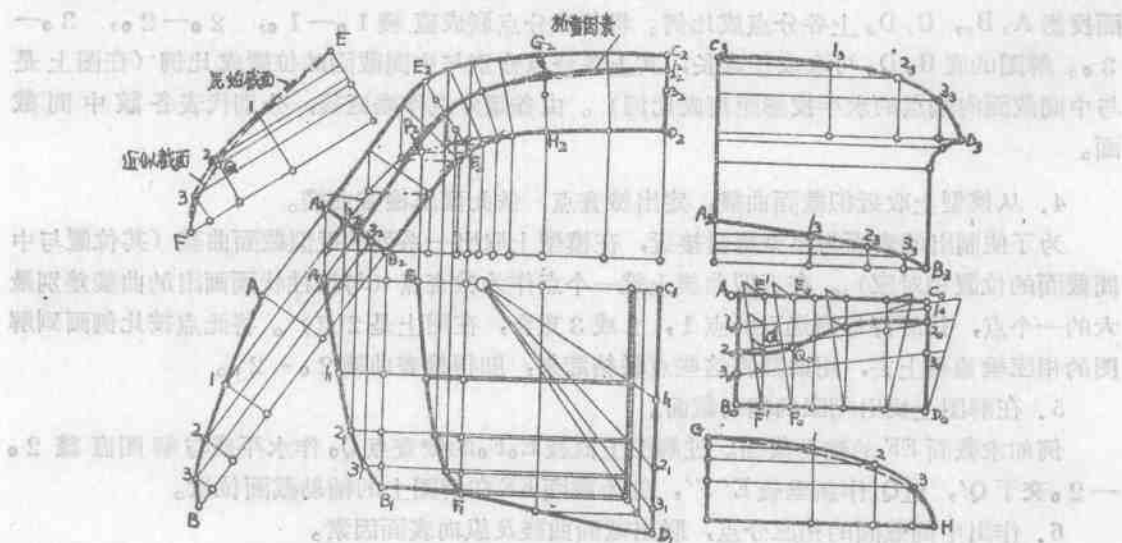


图 19

1. 将柱状面（直纹）的中间截面按需要分别压缩或拉伸（即纵向移动）使之成曲线面（图20）。通常将所得曲线面的正面投影称派生解图（此时各截面形状不变）。

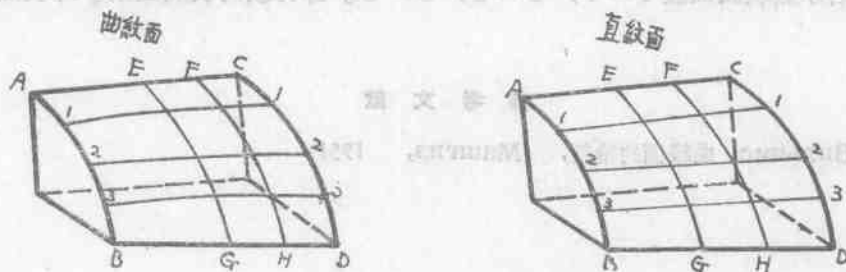


图 20

2. 在保持截面与底面垂直的条件下, 经过拉伸、压缩、弯曲, 将上述曲线面变成汽车顶盖前部。两曲面间的关系是:

互相对应的截面曲线是比例曲线 (一一对应)。

(比例曲线即二曲线相应分点的高成比例, 底亦成比例。而高与底的比例可以不同。)

由此可知: 派生曲面的每一截面曲线均与原始曲面 (柱状面) 的某一截面曲线成比例。

二、画法: 根据上述变形的实质来进行作图 (图19)。

1. 取中间截面: 先按曲线BD上几个点, 对曲线BD的法向作出几条中间截面。再以截面分布曲线校正之。截面分布曲线的作法如下: 过任一截面 (如 E_2F_2) 的外端点 (E_2) 作铅直线, 过内端点 (F_2) 作水平线, 二者的交点 P_2 的轨迹即是。截面分布曲线应当是一光滑曲线。

2. 取对应点: 在两端边界曲线上取成比例的若干个分点 (图上为三个)。

3. 作派生解图: 一般用矩形解图。这时它的原始曲面为柱状面, 而这个解图是柱状面的正面投影的变形。解图的高, 取成任意的。两端线 A_0B_0 , C_0D_0 上各分点分别与两端截面正面投影 A_2B_2 , C_2D_2 上各分点成比例。将相应分点联成直线 1_0-1_0 , 2_0-2_0 , 3_0-3_0 。解图的底 B_0D_0 可取成任意长, 其上各分点分别与中间截面的位置成比例 (在图上是与中间截面内端点的水平投影距离成比例)。由各该分点作垂直线, 分别代表各该中间截面。

4. 从模型上取近似截面曲线, 定出检查点, 依此画出检查曲线。

为了使制出的表面与模型尽量接近, 在模型上取出一系列的近似截面曲线 (其位置与中间截面的位置相对应)。在近似曲线上选一个点作为检查点 (与按柱状面画出的曲线差别最大的一个点, 并最好与所选取的点 1, 2 或 3 重合, 在图上是 2 点)。将此点按比例画到解图的相应垂直线上去, 用曲线将这些点联结起来, 即得检查曲线 2_0-2_0 。

5. 在解图上找出相应的辅助截面。

例如求截面 EF 的辅助截面。过解图上直线 E_0F_0 的检查点 Q_0 作水平线与解图直线 2_0-2_0 交于 Q' , 过 Q' 作新垂线 $E'F'$, 即为截面 EF 在解图上的辅助截面位置。

6. 作出中间截面的相应分点, 联出截面曲线及纵向表面因素。

截面 EF 被认为与辅助截面 $E'F'$ 成比例。按此关系可求出截面曲线 EF 上各分点并联出曲线 EF。

利用同样方法作出各中间截面曲线 GH……等及其上分点 1, 2, 3。

将各同名分点联成曲线 1-1, 2-2, 3-3。即得纵向表面因素。外表面制图到此完成。

参 考 文 献

Д. А. Вильямс. 曲线面的绘制, Машгиз, 1951.



确定迴轉面的投影条件 及其在斜矫、斜軋方面的应用

馬 香 峯

(北京鋼鐵學院)

§ 1. 前 言

在軋鋼生产和机器制造业中,广泛的应用着斜軋矯正机,并正在发展着斜軋机。在这些设备中,軋面的形状是决定产品质量的因素之一,所以关于軋型的研究,就具有了重要的实际意义。但自几何学的观点看来,矯正軋的軋面是迴轉面;斜軋軋的軋面是变螺距或断面形状的螺旋面,它可用无限多个迴轉面以这种或那种方式来近似。本文先研究迴轉面的确定問題,再把所得結果应用于确定軋型的生产实际。但由于作者初次研究这类問題,又缺乏实际知識,錯誤或不妥处,請同志們指正。

§ 2. 確定迴轉面的投影条件

一、形成及其特点

迴轉面是由某一条綫(直綫或曲綫)繞定直綫旋轉而成。前者叫母綫,如图1中的AB直綫,其投影是 ab 和 $a'b'$ (以后为了书写方便,将写为 $AB(a'b', a'b')$);后者叫迴轉軸,如 $OO'(o'o', o'o')$ 。大家知道,这图表示的是单叶双曲迴轉面。

迴轉面的特点是:

1. 所有垂直于迴轉軸的平面(如 $P(p')$)截綫($M(m, m')$),都是圓心在軸上的圓,它們叫做緯圓。在与軸垂直的投影面上反应实形。当所有这些圓的大小被給定时,該迴轉面就被唯一的确定了。

2. 所有通过迴轉軸的平面截綫(如 $EF(ef, e'f')$),都具有相同的形状,它們叫做子午綫。迴轉面又可方便的看作是子午綫繞軸旋轉所形成的。

二、确定迴轉面的投影条件

基本定理:若迴轉面的軸綫及其上任一条通过所有緯圓的綫已用投影給定时,則这迴轉面可由作图唯一确定。

这可由迴轉面的形成直接推出。

由基本定理,可得下面两条重要推論,它們是解决軋型問題的理論基础。

推論1:若已知迴轉面与任一立体外接触(或相切),当在投影图上这立体和迴轉面的迴轉軸已用投影給定时,該迴轉面就可由作图唯一确定。

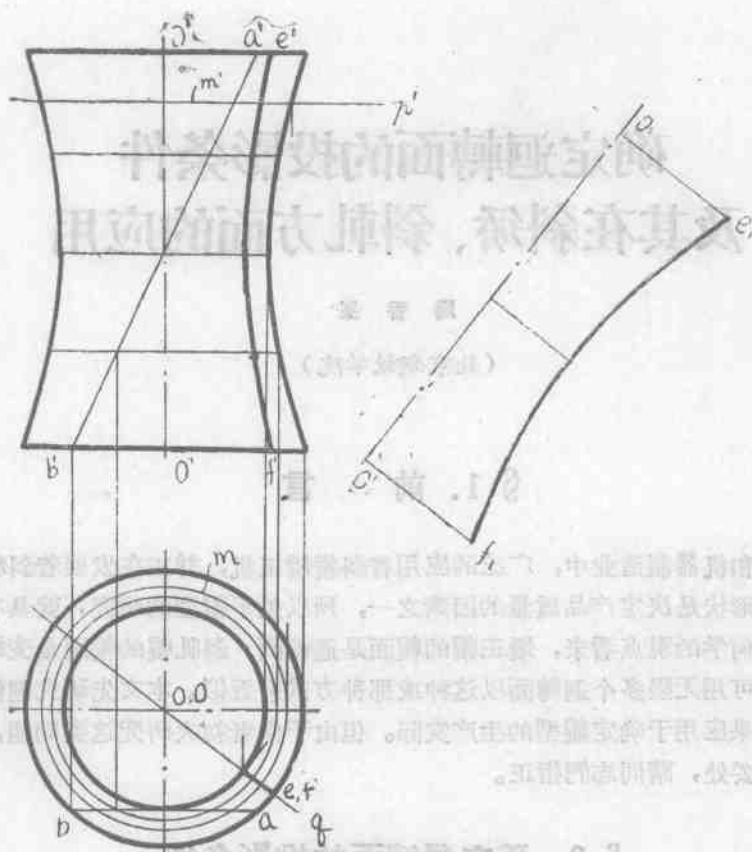


图 1

如图 2，迴轉面的軸 $OO(o'o', o''o'')$ 及與它外接觸的立體是以 $K(k', k'')$ 為心的球。為了便於作圖，加一輔助投影。當作截面 $P(p'')$ 垂直於軸，即 $p'' \perp o''o''$ 時，它與球的交線是 $S(s'', s_1)$ ，再以 o, o_1 為心作圓與 s_1 外切，這圓就是平面 P 截該迴轉面所得緯圓 M 的輔助投影，它的側面投影就是 m'' 。當作一系列的上述正截面時，就可確定一系列的該迴轉面上的緯圓，這樣，該迴轉面就唯一的由作圖確定了。

由圖 2 可以看出，接觸綫 $T(t', t'')$ 就是該迴轉面的母綫。

假如所給立體是任意的；要確定的迴轉面的軸的位置也是任意的（不穿過所給立體）。經投影改造將軸變成投射綫時，仍可用上法。所不同的是以 o, o_1 為心所作的圓不是和圓相切，而是和某一條或幾條閉曲綫外接觸。可見該迴轉面仍可作圖確定。

如果所給立體是迴轉面，就產生了相

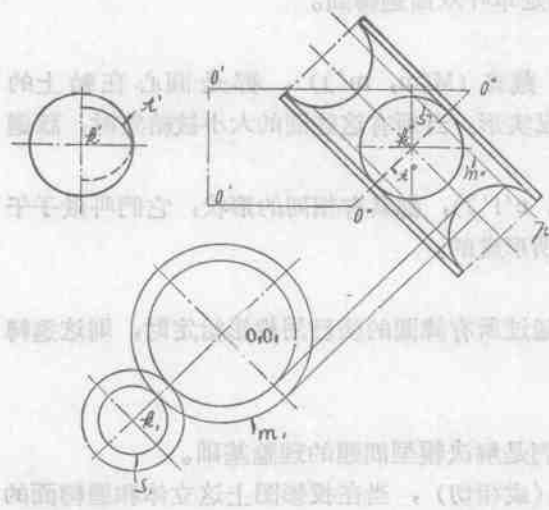


图 2

互确定的問題，为此我們有：

推論 2，若已知兩迴轉面外接觸，只有在它們的接觸綫通過兩者的所有緯圓時，才能相互確定。

如图 3，帶有凹陷部份的柱體 $Q(q', q'')$ ，決定了以 $OO(o'o', o''o'')$ 為軸的迴轉面 $P(p'')$ 。但由於接觸綫 $T(t'')$ 在 Q 的凹陷部份不通過小柱的緯圓（間斷），所以由 P 確定 Q 時，就得出原有的形狀，即不能相互確定。

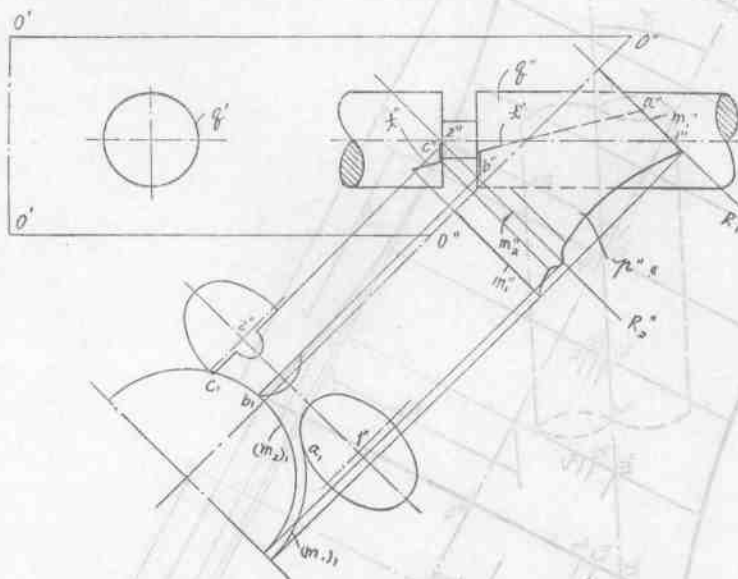


图 3

§ 3. 斜軋鋼管矯正機軋型的確定

一、矯正機的工作原理

图 4 是六軋矯正機的工作原理圖，為了得到表面光潔的產品，所有軋子之間，必須形成一個與鋼管在矯正狀態下相同的“孔型”，也就是與具有一定的曲率和橢圓度的管子外接觸，但因在實際上兩者都很小，我們可用理想狀態的鋼管（正圓柱體），作為確定軋型的初始條件，然後再用角度的調整去適應矯正狀態。

二、軋型的確定

確定軋型的初始條件是：被矯正的鋼管直徑 $d = 2r$ ；軋子的最小直徑（喉徑） $D_0 = 2R_0$ 和有效長度 $L = 2l$ ；以及軋軸與管軸的夾角 α_0 。為了便於敘述，取 $A = R_0 + r$ ，叫中心距。

不难看出，根據這些初始條件，可以給定管子和軋軸的投影。又知兩者是外接觸的，按推論 1 可知軋子完全可以作圖確定。如图 5，它與图 3 的作法相同。圖中未畫管子的內孔。

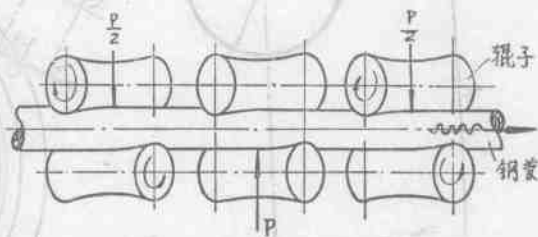


图 4