

R

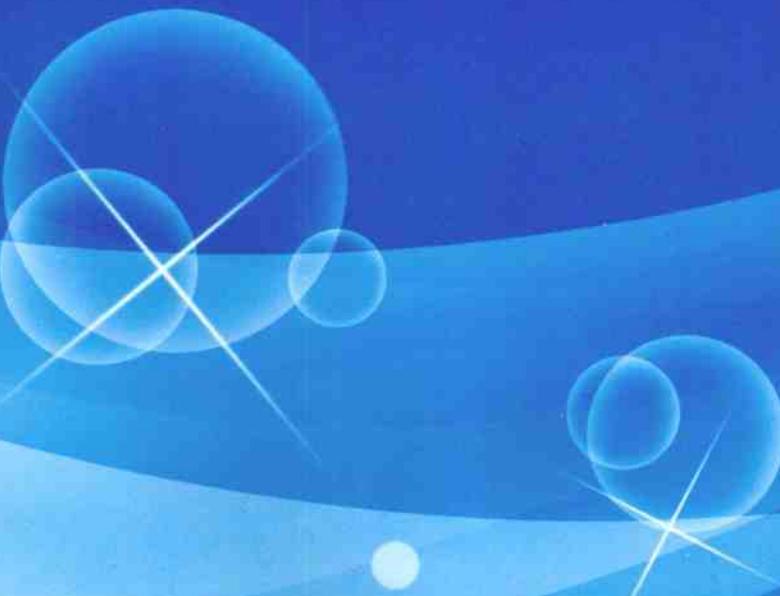
配合初中数学新课程标准（人教版）

中考·竞赛一本通

ZHONGKAO JINGSAI
YIBENTONG

数学 九年级

丁保荣 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

配合初中数学新课程标准(人教版)

中考·竞赛一本通

数学(九年级)

丁保荣 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中考·竞赛一本通·数学·九年级 / 丁保荣, 主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2009. 8
ISBN 978-7-308-06931-1

I. 中… II. 丁… III. 数学课—初中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 121876 号

中考·竞赛一本通——数学(九年级)

丁保荣 主编

责任编辑 沈国明

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州中大图文设计有限公司

印 刷 浙江省良渚印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 18.75

字 数 510 千

版 印 次 2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-06931-1

定 价 26.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

前　　言

新一轮的初中课程改革在全国紧锣密鼓地进行着,根据课程标准编写的各种版本的教科书给我们带来新的教育理念和气息。为了使“促进每一位学生的发展”这一新课程灵魂落到实处,帮助学生提高学习效率,我们编写了这套初中数学《中考·竞赛一本通》丛书。

本书与人民教育出版社出版的新课标最新教材配套、同步。每章设〔知识框图〕〔学法指导〕栏目,分别以框图形式简明地列出本章学习的主要内容;对一些典型的例题进行分析、解答、探究。以各学期学习周次为单位,每册设 20 个专题(九年级 27 个专题),以备周末训练选用。每个专题又分以下四个层次:

〔基础训练〕是基础题,体现对教材内容的基本要求。

〔能力提高〕是提高题,具有一定的综合性,通过训练促进能力提升。

〔瞄准中考〕是中考题,与教材同步选取近几年全国各地的中考题目,提早接受中考训练。

〔冲击金牌〕是探究题,选取近几年来国内外数学竞赛题及中考中的探究题,有一定难度。

题目分层次设置,体现不同的学生在数学上有不同的发展。每个层次以活页形式出现,单独成“张”,体现了数学的简洁、美观、匀称,学生根据自身情况,可作周末训练选用。

本册编写人员:刘智建、方利生、陈晓岚、何星天、季惠民、骆雄军、沈文革、金旭颖、陈志强、王菊清、朱晓燕、朱晓勤、张敬君、陈兰仙。

由于时间仓促,加上作者对新课程的认识有待进一步提高,本书编写时难免出现一些不足,敬请广大师生指正。

丁保荣

2009 年 6 月

目 录

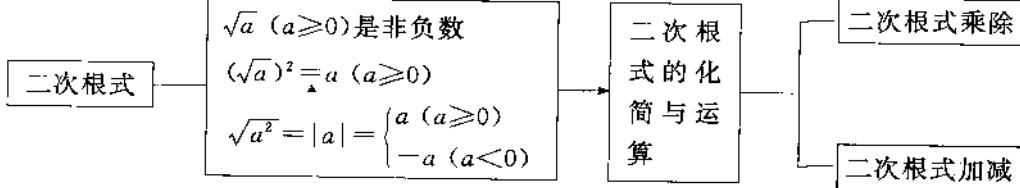
第1章 二次根式	1
第1节 二次根式及其乘除	3
第2节 二次根式加减及小结	11
第2章 一元二次方程	19
第1节 一元二次方程及其解法	21
第2节 实际问题与一元二次方程	29
第3节 数学活动与小结	37
第3章 旋 转	45
第1节 图形旋转与中心对称	47
第2节 课题学习与小结	55
第4章 圆	63
第1节 圆的基本性质	65
第2节 与圆有关的位置关系	73
第3节 圆与圆,圆与正多边形	81
第4节 与圆有关的计算及小结	89
第5章 概率初步	97
第1节 概 率	99
第2节 用列举法求概率	107
第3节 估计概率及小结	115
第6章 二次函数	123
第1节 二次函数	125
第2节 二次函数与一元二次方程	133
第3节 实际问题与二次函数及小结	141
第7章 相 似	149
第1节 图形相似及相似三角形性质	151
第2节 相似三角形判定及应用	159

第3节 位似及小结	167
第8章 锐角三角函数	175
第1节 锐角三角函数	177
第2节 解直角三角形	185
第3节 数学活动与小结	193
第9章 投影与视图	201
第1节 投影	203
第2节 三视图	211
第3节 课题学习与小结	219
第10章 总复习	227
参考答案	243

第1章 二次根式



知识框图



学法指导

【例1】 判断下面的解题过程是否正确,若不正确,请写出正确的解答.

题:已知 a 为实数,化简 $\sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}}$.

$$\text{解: } \sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}} = a\sqrt{-a} - a \times \frac{1}{a}\sqrt{-a} = (a-1)\sqrt{-a}.$$

【分析】 在本题中,要保证被开方数是非负数,可以肯定 a 一定是负数,因此,本题的解答是不正确的.正确的解答如下:

$$\sqrt{-a^3} - a\sqrt{-\frac{1}{a}} = -a\sqrt{-a} - a \times \frac{1}{-a}\sqrt{-a} = (1-a)\sqrt{-a}.$$

【探究】 二次根式的化简和运算应充分考虑“非负性”:被开方数是非负的、二次根式本身也是非负的.

【例2】 (江西中考题)化简 $\sqrt{8} - \sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)$ 得

- A. -2 B. $\sqrt{2} - 2$ C. 2 D. $4\sqrt{2} - 2$

【分析】 考查实数的运算,运用 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) 来计算,反向运用则可简化运算结果,类似的还有 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a \geq 0, b \geq 0$).

【答案】 A.

【例3】 已知 a, b 都是实数,且 $b = \sqrt{a-3} + \sqrt{3-a} + 4$,求 ab 的平方根.

【解】 由题意得 $\begin{cases} a-3 \geq 0, \\ 3-a \geq 0, \end{cases}$ 即 $a \geq 3$ 且 $a \leq 3$, $\therefore a=3$,从而 $b=4$.

$$\therefore ab=12. \quad \therefore ab \text{ 的平方根为 } \pm 2\sqrt{3}.$$

【例4】 如图1-1,一次函数 $y=-\frac{\sqrt{6}}{2}x+\sqrt{3}$ 的图象与 x 轴、 y 轴交于 A , B 两点,求坐标原点 O 到直线 AB 的距离.

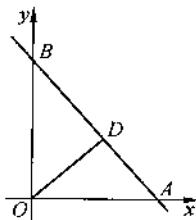


图 1-1

【解】 根据题意,可知 A , B 两点的坐标分别为 $A(\sqrt{2},0)$, $B(0,\sqrt{3})$.

$$\text{即 } OA=\sqrt{2}, OB=\sqrt{3},$$

$$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{5}.$$

作 $OD \perp AB$ 于 D ,

$$\because S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\cdot OA \cdot OB=\frac{1}{2}\cdot AB \cdot OD,$$

$$\therefore OA \cdot OB=AB \cdot OD,$$

$$\therefore OD=\frac{OA \cdot OB}{AB}=\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{5}.$$

【例5】 已知 $x^2-\sqrt{6}x+1=0$,求下列各式的值.

$$(1) x^2+\frac{1}{x^2}; \quad (2) x-\frac{1}{x}.$$

【解】 由 $x^2-\sqrt{6}x+1=0$,知 $x \neq 0$.

$$\text{等式的两边同除以 } x, \text{得 } x+\frac{1}{x}=\sqrt{6}.$$

$$(1) x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(\sqrt{6})^2-2=4.$$

$$(2) \because \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2=4-2=2,$$

$$\therefore x-\frac{1}{x}=\pm\sqrt{2}.$$

【探究】 在代数式的求值中,有些问题能通过代数式的恒等变形化未知为已知、化繁为简,下列是几个常用的等量关系,在解题时应注意灵活运用.

$$\textcircled{1} a^2+b^2=(a+b)^2-2ab;$$

$$\textcircled{2} a^2+b^2=(a-b)^2+2ab;$$

$$\textcircled{3} a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2;$$

$$\textcircled{4} a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2.$$

第1节 二次根式及其乘除



基础训练

一、选择题

1. 下列根式中, 不是最简二次根式的是 ()
- A. $\sqrt{a^2+1}$ B. $\sqrt{2x+1}$ C. $\frac{\sqrt{2b}}{4}$ D. $\sqrt{0.1y}$
2. 式子 $\frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{2x-1}}$ 无意义时, x 的取值范围为 ()
- A. $\frac{1}{2} < x \leq 3$ B. $x > 3$ C. $x \leq \frac{1}{2}$ D. $x > 3$ 或 $x \leq \frac{1}{2}$
3. 若 $a = 7 - 4\sqrt{3}$, $b = \frac{1}{7 + 4\sqrt{3}}$, 那么 a 与 b 的关系是 ()
- A. $a = b$ B. $a > b$ C. $a < b$ D. $ab = 1$
4. 若 $a \geq 0$, $b \leq 0$, 则下列等式成立的是 ()
- A. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ B. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{-ab}$
 C. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{-ab}$ D. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{ab}$
5. 下列式子中, 计算正确的是 ()
- A. $\sqrt{(-12)^2} = -12$ B. $(\sqrt{-6})^2 = 6$
 C. $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = 2-\sqrt{5}$ D. $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}-1$

二、填空题

6. (1) $\sqrt{1.2^2} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $(\sqrt{1.2})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$;
 (3) $\sqrt{(-1.2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$; (4) $(-\sqrt{1.2})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$;
 (5) $-\sqrt{(-1.2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 用二次根式表示下列各量.
- (1) 一个直角的两直角边的长分别为 5 cm 和 7 cm, 则其斜边的长为 cm.
 - (2) 面积为 $2S$ 的正方形的对角线是 .
 - (3) 面积为 πS 的圆形喷水池, 它的半径为 .
 - (4) 面积为 S 且两条邻边的比是 3 : 5 的矩形, 其边长分别是 .
 - (5) 一个物体从高处自由下落, 下落的高度 h 与下落时间 t 满足 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 用含 g, h 的式子表示, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

8. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC : BC = 1 : 2$, 求 $AB : AC$ 的值.

9. 已知长方形的长是 a , 宽是 b , 求与下列长方形面积相等的正方形的边长 x .

$$(1) a=3, b=0.8;$$

$$(2) a=2\frac{3}{5}, b=\frac{13}{125}.$$

10. 计算:

$$(1) \sqrt{3a} \cdot \sqrt{2b};$$

$$(2) 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{15};$$

$$(3) a\sqrt{\frac{3bc}{a}} \cdot 2\sqrt{\frac{2ac}{b}};$$

$$(4) \sqrt{\frac{a}{2b}} \cdot (-2\sqrt{ab}) \cdot 3\sqrt{b}.$$

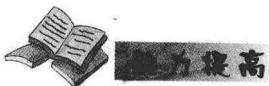
11. 把下列各式因式分解:

$$(1) a^2 - 7;$$

$$(2) 3x^2 - 4;$$

$$(3) a^2 - 2\sqrt{5a} + 5;$$

$$(4) a^4 - 4a^2 + 4.$$



一、选择题

12. 化简 $(\sqrt{2-x})^2 + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ 的结果是 ()
 A. $2x - 5$ B. $5 - 2x$ C. -1 D. 1
13. 如果 $|x + \sqrt{3}| + \sqrt{\left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = 0$, 那么 $(xy)^{2006}$ 等于 ()
 A. 2006 B. -2006 C. 1 D. -1
14. 已知三角形的三边长为 a, b, c , 且 $a > c$, 那么 $|c-a| - \sqrt{(a+c-b)^2}$ 等于 ()
 A. $2a-b$ B. $2c-b$ C. $b-2a$ D. $b-2c$
15. 若式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2-|x|}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()
 A. $x \leq 1$ B. $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$ C. $x \neq \pm 2$ D. $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$
16. 当 a 与 b 异号时, 下列各式在实数范围内一定有意义的是 ()
 A. $\sqrt{ab-1}$ B. $\sqrt{1-ab}$ C. $\sqrt{(a-1)(b-1)}$ D. $\sqrt{(a+1)(b+1)}$

二、填空题

17. $(\sqrt{10})^{2007} \cdot (\sqrt{10})^{-2005} = \underline{\hspace{2cm}}$.
18. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{\frac{x}{1-x}}$ 成立的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
19. 已知 $S_{\triangle ABC} = \sqrt{12}$ cm², $AB = \sqrt{10}$ cm, 则 AB 边上的高线长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm.
20. 已知 a 是满足 $\sqrt{(a-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3} - a$ 的自然数, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
21. 把根号外的因式移到根号内:
 (1) $-\frac{2}{3}\sqrt{3.6} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $x\sqrt{-3x} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 当 $x < 2$ 时, $(2-x)\sqrt{\frac{x}{x^2 - 4x + 4}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

22. 如图 1-2 所示, 有一棱长为 1 m 的正方体.

(1) 求 $\triangle BGF$ 的周长; (2) 求 $\triangle BGF$ 的面积.

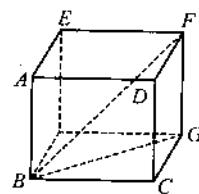


图 1-2

23. 计算:

$$(1) (\sqrt{9+x} - \sqrt{9-x})^2; \quad (2) (-\sqrt{3x} - \sqrt{2x-3})(\sqrt{2x-3} - \sqrt{3x});$$

$$(3) (2+\sqrt{5})^{12} \cdot (2-\sqrt{5})^{11}; \quad (4) (2\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6})^2;$$

$$(5) (3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(7\sqrt{2}+5\sqrt{3})-(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2.$$

24. 观察下列各式及验证过程:

$$2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} \text{验证: } 2\sqrt{\frac{2}{3}} &= \sqrt{\frac{2^3}{2^2-1}} = \sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{2^2-1}} \\ &= \sqrt{\frac{2(2^2-1)+2}{2^2-1}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}. \end{aligned}$$

$$3\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$$

$$\begin{aligned} \text{验证: } 3\sqrt{\frac{3}{8}} &= \sqrt{\frac{3^3}{3^2-1}} = \sqrt{\frac{(3^3-3)+3}{3^2-1}} \\ &= \sqrt{\frac{3(3^2-1)+3}{3^2-1}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}. \end{aligned}$$

(1) 按照上述两个等式及其验证过程的基本思路, 猜想 $4\sqrt{\frac{4}{15}}$ 的变形结果并进行验证.

(2) 针对上述各式反映的规律, 写出用 n (n 为任意自然数, 且 $n \geq 2$) 表示的等式, 并给予验证.



中考真题

一、选择题

25. (08年北京中考题)若 $|x+2|+\sqrt{y-3}=0$,则 xy 的值为 ()
 A. -8 B. -6 C. 5 D. 6

26. (07年黑龙江中考题)下列二次根式为最简二次根式的是 ()

- A. $2\sqrt{3a}$ B. $\sqrt{8x^2}$ C. $\sqrt{y^3}$ D. $\sqrt{\frac{b}{4}}$

27. (07年上海中考题)在下列二次根式中,与 \sqrt{a} 是同类的二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{2a}$ B. $\sqrt{3a^2}$ C. $\sqrt{a^3}$ D. $\sqrt{a^4}$

28. (07年黑龙江中考题) $\sqrt{a^2}=-a$,则实数 a 在数轴上对应点一定在 ()

- A. 原点左侧 B. 原点右侧
 C. 原点或原点左侧 D. 原点或原点右侧

29. (07年天津中考题)已知 $a=2$,则代数式 $2\sqrt{a}-\frac{a+\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}$ 的值等于 ()

- A. -3 B. $3-4\sqrt{2}$ C. $4\sqrt{2}-3$ D. $4\sqrt{2}$

30. (07年苏州中考题)如图1-3,小明作出了边长为1的第一个正 $\triangle A_1B_1C_1$,算出了正 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积,然后分别取 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三边中点 A_2 、 B_2 、 C_2 ,作出了第二个正 $\triangle A_2B_2C_2$,算出了正 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积.用同样的方法,作出了第三个正 $\triangle A_3B_3C_3$,算出了正 $\triangle A_3B_3C_3$ 的面积……由此可得,第十个正 $\triangle A_{10}B_{10}C_{10}$ 的面积是 ()

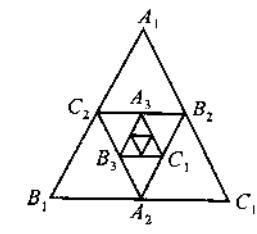


图1-3

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^9$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

二、填空题

31. (07年福州中考题)当 x _____时,二次根式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义.

32. (07年厦门中考题)计算: $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=$ _____.

33. (07年桂林中考题)规定运算: $(a \otimes b)=|a-b|$,其中 a,b 为实数,则 $(\sqrt{7} \otimes 3)+\sqrt{7}=$ _____.

34. (07年大连中考题)观察下列各式:

$$\sqrt{1+1\times 2\times 3\times 4}=1^2+3\times 1+1, \sqrt{1+2\times 3\times 4\times 5}=2^2+3\times 2+1,$$

$$\sqrt{1+3\times 4\times 5\times 6}=3^2+3\times 3+1, \text{猜测:}$$

$$\sqrt{1+2005\times 2006\times 2007\times 2008}=$$
_____.

三、解答题

35.(07年枣庄中考题)先化简,再求值: $\frac{a^2-b^2}{a^2b+ab^2} \div \left(1-\frac{a^2+b^2}{2ab}\right)$,其中 $a=2+\sqrt{3}$, $b=2-\sqrt{3}$.

36.(08年上海中考题)正方形ABCD的边长为2,E是射线CD上的动点(不与点D重合),直线AE交直线BC于点G,∠BAE的平分线交射线BC于点O.

(1)如图1-4,当 $CE=\frac{2}{3}$ 时,求线段BG的长;

(2)当点O在线段BC上时,设 $\frac{CE}{ED}=x$, $BO=y$,求y关于x的函数解析式;

(3)当 $CE=2ED$ 时,求线段BO的长.

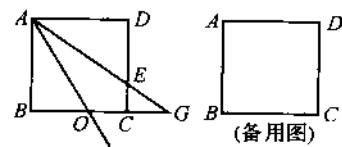


图 1-4



冲击金牌

一、选择题

37. (06年希望杯竞赛题)要使代数式 $\frac{\sqrt{|x-3|-2}}{x^2-4x+3}$ 有意义,那么实数 x 的取值范围是 ()
 A. $1 < x \leq 5$ B. $x < 1$ 或 $x \geq 5$
 C. $x \leq 1$ 或 $x \geq 5$ D. $x < 1$ 或 $x > 5$
38. (04年希望杯竞赛题) Given m is a real number, and $|1-m|=|m|+1$, simplify an algebraic expression $\sqrt{m^2-2m+1}$ to ()
 A. $|m|-1$ B. $-|m|+1$ C. $m-1$ D. $-m+1$
 (英汉小词典 simplify: 化简; algebraic expression: 代数式)
39. (05年全国联赛题)化简 $\frac{1}{4+\sqrt{59+30\sqrt{2}}} + \frac{1}{3-\sqrt{66-40\sqrt{2}}}$ 的结果是 ()
 A. 无理数 B. 真分数 C. 奇数 D. 偶数
40. (08年全国联赛题)已知实数 x, y 满足 $(x - \sqrt{x^2 - 2008})(y - \sqrt{y^2 - 2008}) = 2008$, 则 $3x^2 - 2y^2 + 3x - 3y - 2007$ 的值为 ()
 A. -2008 B. 2008 C. -1 D. 1
41. (全英高级数学竞赛题)已知 a 和 b 是大于 0 的整数, 下列哪一个等式是真实存在的? ()
 A. $a-b=a\div b$ B. $a+b=a\div b$ C. $a-b=a\times b$
 D. $a+b=a-b$ E. $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$

二、填空题

42. (06年希望杯竞赛题)要使代数式 $\frac{\sqrt{3-|x+1|}}{\sqrt{|x-1|-2}}$ 有意义, 实数 x 的取值范围是 _____.

43. (07年希望杯竞赛题)已知 $x=2\sqrt{2}+1$, 则分式 $\frac{x^2-2x-9}{x^3-11x-15}$ 的值等于 _____.

44. (04年希望杯竞赛题)小明做数学题时,发现 $\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\sqrt{2-\frac{2}{5}}=2\sqrt{\frac{2}{5}}$, $\sqrt{3-\frac{3}{10}}=3\sqrt{\frac{3}{10}}$, $\sqrt{4-\frac{4}{17}}=4\sqrt{\frac{4}{17}}$, ...

按上述规律,第五个等式是 _____; 第 n 个等式是 _____.

45. (08年河南竞赛题)在 $\triangle ABC$ 中, $BC=2$, $AB+AC=3$. 设中线 AM 的长为 y , AB 的长为 x , 则 y 与 x 之间的函数关系式为 _____, 其中 x 的取值范围是 _____.

三、解答题

46. 阅读材料：

“黑白双雄，纵横江湖；双剑合璧，天下无敌。”这是武侠小说中的常见描述，其意是指两个人合在一起，取长补短，威力无比。在一次根式中也有这种相辅相成的“对子”。如： $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$, $(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})=3$ ，它们的积不含根号，我们说这两个二次根式互为有理化因式，其中一个是另一个的有理化因式。于是，二次根式除法可以这样解：

如 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{7+4\sqrt{3}}{1}$ 。像这样，通过分子、分母同乘以一个式子把分母中的根号化去或把根号中的分母化去，叫做分母有理化。

解决问题：

(1) $4+\sqrt{7}$ 的有理化因式是 _____, $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ 分母有理化得 _____.

(2) 计算：①(04年陕西中考题) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}}$;

②(04年全国联赛题) $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2003}+\sqrt{2004}}$.

(3)(04年天津竞赛题) 已知 $x=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$, $y=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$, 求 x^4+y^4 的值。

第2节 二次根式加、减及小结



基础训练

一、选择题

1. 能使等式 $\sqrt{\frac{a}{a-2}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a-2}}$ 成立的 a 的取值范围是 ()
 A. $a \geq 0$ B. $a > 2$ C. $a \neq 2$ D. $a \leq 0$
2. 下列各式中, 正确的是 ()
 A. $\sqrt{-4} \times \sqrt{-6} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$
 B. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{5}$
 C. $\sqrt{4 \frac{9}{16}} = 2 \frac{3}{4}$
 D. $\sqrt{(-5)^2 \times 3} = \sqrt{5^2 \times 3} = 5\sqrt{3}$
3. 计算 $\sqrt{\frac{0.16}{0.0225}}$ 的结果是 ()
 A. $\frac{0.4}{0.015}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{0.4}{1.5}$
4. 已知 $a+b=\sqrt{2}-1$, $ab=-1$, 则 a^2+ab+b^2 的值是 ()
 A. $2-\sqrt{2}$ B. $3-\sqrt{2}$ C. $2-2\sqrt{2}$ D. $4-2\sqrt{2}$
5. 计算 $(2\sqrt{2}-\sqrt{32}+\sqrt{128})\sqrt{3}$ 所得的结果是 ()
 A. $6\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{6}$ C. $\sqrt{6}$ D. $6\sqrt{2}$

二、填空题

6. 因为 $x+x=2x$, 所以 $\sqrt{x}+\sqrt{x}=_____$.
7. 化简: $\sqrt{2 \frac{7}{9}}=_____$; $\sqrt{\frac{1}{9}}=_____$.
8. $\sqrt{0.0081 \times 36}=_____$.
9. (1) $\sqrt{32}-\frac{1}{2}\sqrt{8}+\sqrt{\frac{1}{2}}=_____$; (2) $(\sqrt{27}+\sqrt{28})(\sqrt{12}-\sqrt{63})=_____$;
 (3) $2\sqrt{12}(3\sqrt{48}-4\sqrt{\frac{1}{8}}-3\sqrt{27})=_____$.
10. 已知防洪大坝的横断面积是梯形 $ABCD$, 坎顶宽 $BC=5$ 米, 坎高为 30 米, 斜坡 AB 的坡比为 $1:3.5$, 斜坡 CD 的坡比为 $1:2.4$, 则 $CD=_____$ 米, $AD=_____$ 米.