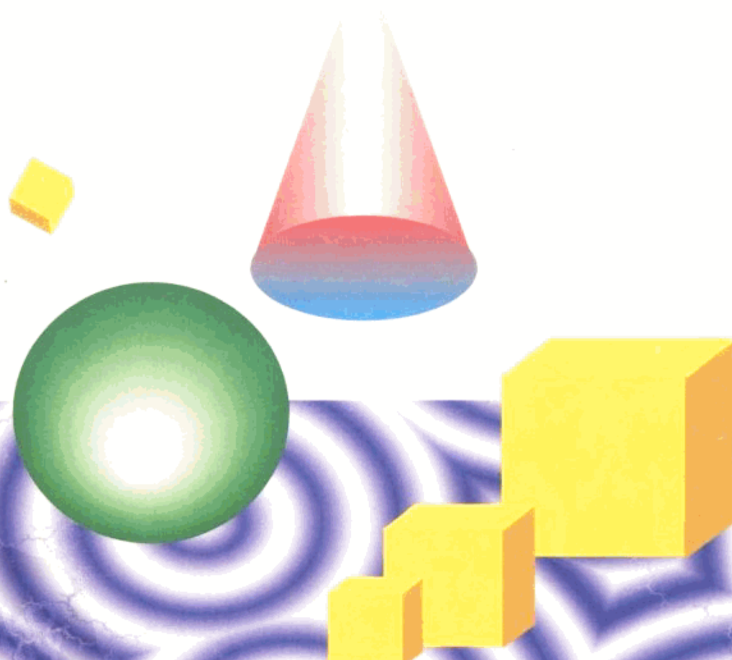
3+2 高考750冲刺

数学

总复习用书

王燕谋 等编

人大附中 北大附中 清华附中 北京八中等部分特级高级教师联合编写



中国少年儿童出版社

3+2高考750冲刺

数　学

王燕谋　等编

王颖

中国少年儿童出版社 1998.7.19

1998年1月

(京)新登字 084 号

封面设计:徐　欣
责任编辑:郭庆祥　陈效师

作　者
王燕谋　北京十一学校　高级教师
梁　林　北京十一学校　高级教师
张　鹤　北京十一学校　高级教师
赵舜荷　北京十一学校　高级教师
佟英争　北京十一学校　高级教师
李鹏飞　北京十一学校　高级教师
张振威　海淀教师进修学校　高级教师
王建民　中国科大附中　特级教师
郭益盛　北京 122 中学　高级教师

3+2 高考 750 冲刺
数　学
*
中国少年儿童出版社出版发行
廊坊人民印刷厂印刷　新华书店经销
*
787×1092　1/16　印张:26.125　字数:604 千字
印数:15000－30000 册
1996 年 12 月北京第 1 版　1998 年 1 月河北第 2 次印刷
ISBN7－5007－3364－X/G·2156　定价:25.80 元
凡有印装问题,可向承印厂调换

编 写 说 明

复习迎考、全在冲刺

为了帮助广大考生在高考冲刺阶段进行科学有效的总复习，我们根据自己在各重点中学指导毕业班的多年实践经验，结合1998年新大纲和国家教委考试中心的最新《考试说明》具体要求，编写了这套《"3+2"高考750冲刺》丛书，希望这套丛书能使广大考生收到事半功倍之效，同时也希望能为广大同行指导考生提供一点小小的参考。

《"3+2"高考750冲刺》是由北京海淀教师进修学校、北京四中、清华附中、人大附中、北大附中、首都师大附中的部分特级、高级教师，深入研究了历年高考试题，并根据他们多年的教学经验结合近年高考的发展趋势精心编写而成。在编写过程中，形成了以下几个明显特点：

一、权威性高 参编人员是由全国最为著名的重点中学的富有经验的一线教师组成的。其内容则是从各参编学校用于高考复习的题库中精选而成的，集中反映了各校的师资力量和考试水准，因此，有极强的参考作用。

二、紧扣大纲 严格按《考试说明》编写，做到源于教材，又高于教材。

三、考点全、覆盖面广 本书涵盖了《考试说明》所要求掌握的全部考点、知识点。

四、信息新 每一道题都反映出最新高考精神、扣题率高、能预测高考新动向。

五、模拟试卷与实际高考完全一致 有利于考生在最后冲刺阶段检查、巩固和提高考生知识、能力，对于考生临场心理素质的提高有一定的积极作用。

本书在体例上分成以下几部分，第一部分**考点及例析**，通过对历年高考试题的分析，把握各知识点。第二部分是**重点难点**，把每门学科在中学阶段学生所应掌握的知识要点，以专题分类的形式集中归纳起来，既达到让学生系统化复习，又起到"重点突出"的作用。第三部分是**单元练习**，每个单元结束后均配

一个单元练习，以便测试学生对该单元知识和技能的掌握程度。一些典型题目还有较为详尽的分析。第四部分是**全真模拟试题**，这些试题是参编各校指导学生制胜的法宝，不但有利于考生检查、巩固和提高自己所学知识，而且还可使考生大大提高自己临场的心理素质。

我们虽都从教多年，指导毕业班也颇有一些心得，也由衷地盼望这套书能对广大考生有所助益。但我们毕竟水平有限，时间也仓促，书中不妥之处在所难免，恳望广大读者特别是同行和专家们不吝赐教。

目　　录

第一单元　函　　数

一、考试要求

本单元的考试内容有：集合、子集、交集、并集、补集、映射、函数（函数的记号，定义域、值域）。幂函数，函数的单调性、函数的奇偶性、反函数、互为反函数的函数图像间的关系。指数函数。对数函数、换底公式、简单的指数方程和对数方程。共十三个知识点，占高考知识点的9.85%。考试的要求是：(1) 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念。了解空集和全集的意义，了解属于、包含、相等关系的意义，能掌握有关的术语和符号，能正确地表示一些较简单的集合。(2) 了解映射的概念，在此基础上理解函数及其有关的概念，掌握互为反函数的函数图像间的关系。(3) 理解函数的单调性和奇偶性，能利用函数的奇偶性与图像的对称性的关系描绘函数图像。(4) 掌握幂函数、指数函数、对数函数的概念及其图像和性质，并会解简单的指数方程和对数方程。

应当注意，高中代数的“函数”，是初中“函数”内容的延伸和发展，在高中阶段，函数的概念从初中靠变量间对应的描述性定义发展为以集合、映射为基础，将定义域、值域及映射关系统一在一起的精确定义。研究的对象从初中的一次、二次函数扩充为幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数这五类基本初等函数，对函数性质的研究也上升到较高的层次（如函数的奇偶性、单调性、周期性等）。对于函数图像，不仅仅是描点法画图，而要进一步研究函数图像的各种变化规律（如平移变换、伸缩变换、对称变换等）。

在函数的复习中，首先应从对知识的整理、概括中分析函数各部分知识之间的关系及函数知识与其它知识的联系，以加深对函数概念的认识，并能从变量观点上升到集合对应观点，从映射的角度去认识常量、变量、函数与反函数的关系，函数与方程、不等式的紧密联系，在研究方法上要由单纯观察图像归纳性质转变到应用定义进行解析讨论，并把两者有机地结合起来形成数形结合方法。

在函数的复习中，要紧紧地扣住《考试说明》对函数部分的要求。注意对知识的要求由低到高分为三个层次，依次是了解、理解和掌握、灵活和综合运用，且高一级的层次要求包含低一级的层次要求，复习中应当理解各个层次要求的含意，要注意通过对历届高考试题的解析加深对考试要求的理解。

复习中，仍然要注意从“基础知识，基本技能、基本方法”入手，这也是历届高考试题的主要内容，对于基础知识，要在熟悉、清楚、准确上下功夫，对函数概念中的每一个知识点都要有深刻地理解，比如对于“反函数”，要认识到：不是什么函数都有反函

数；如何求出一个函数的反函数；原函数的图像与其反函数的图像间有什么关系？要能从原函数与其反函数从“数”的关系上有所认识，也应从“形”的特征上了解原函数与其反函数之间的关系，对于基本技能的落实，必须通过大量的、有目的的训练后才能逐步形成。“函数”一章涉及到的基本技能比较多，如代数式恒等变形的技能，多项式的配方技能，解不等式和不等式组的技能，画图和移图的技能，基本运算和基本论证的技能等等，都需要通过一定数量的练习之后才能达到熟练的程度，因此，复习中不能盲目做题，要注意对历届高考试题的分析，有针对性地练习，对于基本方法的掌握，要在基本技能的训练过程中逐步进行归纳总结，逐步形成。“函数”一章中，应总结的基本方法也是比较多的，如求函数定义域的常用方法，值域的若干种求法，函数图像变化的几种规律，函数值比大小常用的方法等等。同学们应该在解题的基础上加以归纳总结，然后再把自己总结的方法应用到解题中去。

要想真正提高复习质量、提高解决实际问题的能力，不能只把复习停留在“三基”上，还应在数学思想方法和能力训练上下功夫。如分类或分域讨论的思想、转化思想（数形转化、换文转化、构造转化……等）等在解题中的应用，应当注意。“函数”不仅是一种重要的数学概念，而且是一种重要的数学思想，这种思想广泛、深入地渗透于高中数学的各个分支（三角、立体几何、解析几何）之中，而这些分支中新的知识及方法，又丰富了对函数研究的思想方法和手段。所以在对历届高考试题解析中，更要注意其中数学思想方法的表现，特别是函数思想在解题中的应用。

二、高考试题选

1. 基础题部分　　　2, 4, 6, 8　　　4, 8, 12

(1)（1996）　已知全集 $I=N$，集合 $A=\{x|x=2n, n\in N\}$，$B=\{x|x=4n, n\in N\}$　则（C）　$B\subset A$

A. $I=A\cup B$　　B. $I=\overline{A}\cup B$　　C. $I=A\cup\overline{B}$　　D. $I=\overline{A}\cup\overline{B}$

(2)（1989）　如果 $I=\{a, b, c, d, d, e\}$，$M=\{a, c, d\}$，$N=\{b, d, e\}$，其中 I 是全集，那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于（A）　b e　　a c

A. $\varnothing$　　B. $\{d\}$　　C. $\{a, c\}$　　D. $\{d, e\}$

(3)（1992，上海）　设集合 $M=\{x|x>2\}$，$P=\{x|x<3\}$，那么“$x\in M$ 或 $x\in P$”是“$x\in M\cap P$”的（B）

A. 充分条件但非必要条件

B. 必要条件但非充分条件

C. 充分必要条件

D. 非充分条件也非必要条件　　$x^2-3x+2>0$　　$x>2$或$x<1$

(4)（1985，上海）　已知函数 $f(x)=\lg(x^2-3x+2)$ 的定义域为 F 函数 $G(x)=\lg(x-1)+\lg(x-2)$ 的定义域为 G，那么（D）

$x-1>0$　$x-2>0$　$x>1$　$x>2 \Rightarrow x>2$

A. $F\cap G\neq\varnothing$　　B. $F=G$　　C. $F\subset G$　　D. $G\subset F$

(5)（1985 广东）　设集合 $C=$｛复数｝，$R=$｛实数｝，$M=$｛纯虚数｝，其中 C 为全

集，则（C）

A. $M\cup R=C$　　B. $\overline{M}\cup R=C$　　C. $R\cup\overline{R}=C$　　D. $C\cap\overline{R}=M$

(6)（1986，上海）　若全集 $I=\{(x,y)\mid x,y\in R\}$，$A=\{(x,y)\mid \frac{y-3}{x-2}=1$，$x$、$y\in R\}$，$B=\{(x,y)\mid y=x+1$，$x$、$y\in R\}$ 则 $\overline{A}\cap B$ 是（D）

不包（2,3）　包（2,3）　$y-3=x-2$　$x=2$ 时 $y=3$

A. $\overline{A}$　　B. B　　C. Φ　　D. $\{(2,3)\}$

(7)（1987，理）　设 S，T 是两个非空集合，且 $S\not\subseteq T$，$T\not\subseteq S$，令 $X=S\cap T$，那么 $S\cup X$ 等于（D）

A. X　　B. T　　C. $\varnothing$　　D. S

S X T　或　S　T　$x=\phi$　$S\cup\phi=S$

(8)（1988，上海）　设 $A=\{x\mid x\geqslant\frac{1}{x}$，$x\in R\}$　$x\neq 0$　$x^2\geqslant 1$　$x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -1$

$B=\{x\mid \sqrt{2x+1}<3$，$x\in R\}$　$2x+1>0$　$x>-\frac{1}{2}$　$2x+1<9$　$x<4$　$-\frac{1}{2}<x<4$

求 $D=A\cap B$ $=\{x\mid 1\leq x<4\}$

(9)（1996，上海）　函数 $y=\frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2-x)}}$ 的定义域是 $\{x\mid 1<x<2\}$

$\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(2-x)>0=\log_{\frac{1}{2}}1\\ 2-x>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2-x<1\\ x<2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x<2\\ x>1\end{cases}$　$1<x<2$

(10)（1989）　与函数 $y=x$ 有相同图像的一个函数是 D　　y、$x\in R$

A. $y=\sqrt{x^2}$　$y\geq 0$　　B. $y=\frac{x^2}{x}$　$x\neq 0$

C. $y=a^{\log_a x}$ $(a>0，a\neq 1)$　$x>0$　　D. $y=\log_a a^x$ $(a>0，a\neq 1)$

(11)（1987，上海）　设函数 $y=\log_2 x+3$ $(x\geqslant 1)$，则 y 的值域是 C

A. $\{(y\mid y\geqslant 2\}$　　B. $\{y\mid y>3\}$　$y\geq 3$　C. $\{y\mid y\geqslant 3\}$　　D. R

(12)（1986）　函数 $y=(0.2)^{-x}+1$ 的反函数是 C

A. $y=\log_5 x+1$　　B. $y=\log_x 5+1$　　$y-1=\frac{1}{0.2^x}=\left(\frac{1}{0.2}\right)^x=5^x$

C. $y=\log_5(x-1)$　　D. $y=\log_5 x-1$　　$\log_5(y-1)=x$　$f^{(-1)}x=\log_5(x-1)$

(13)（1994，理）　设函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}$ $(-1\leqslant x\leqslant 0)$ 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像是（B）

$(y-1)^2=1-x^2$　$x^2+(y-1)^2=0$　$0\leq x^2\leq 1$　$0\leq\sqrt{1-x^2}\leq 1$　$0\leq 1-\sqrt{1-x^2}\leq 1$

~~$y^2+x^2-2y=0$~~　$(0,1)$　$-1\leq -x^2\leq 0$　$0\leq 1-x^2\leq 1$　$-1\leq\sqrt{1-x^2}\leq 0$

关于 $y=x$ 对称

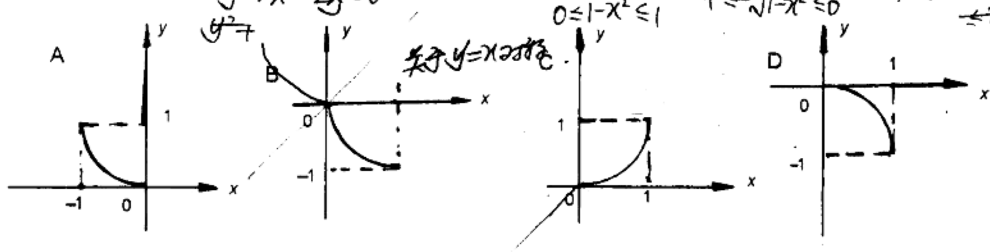


图 1-1

(14)（1992）　函数 $y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 的反函数（A）

A. 是奇函数，它在 $(0,+\infty)$ 上是减函数

$y=f(x)$　$f(-x)=\frac{e^{-x}-e^{x}}{2}=-\frac{e^x-e^{-x}}{2}=-f(x)$　奇函数

B. 是偶函数，它在（0，+∞）上是减函数

C. 是奇函数，它在（0，+∞）上是增函数

D. 是偶函数，它在（0，+∞）上是增函数

$4^x-2^{x+1}=0$

$2^{2x}-2\cdot 2^x=2^x(2^x-2)=0$　$2^x=0$ 或 $2^x=2$ $x=1$

(15)（1993，北京）　设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$，则 $f^{-1}(0)=$ 1

(16)（1995—2）　函数 $y=-\dfrac{1}{x+1}$的图像是（ B ）

$y=-\frac{1}{x}$

$y=\frac{1}{x}$

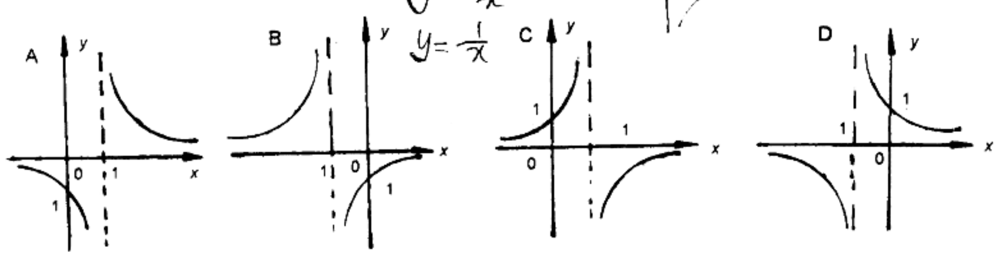
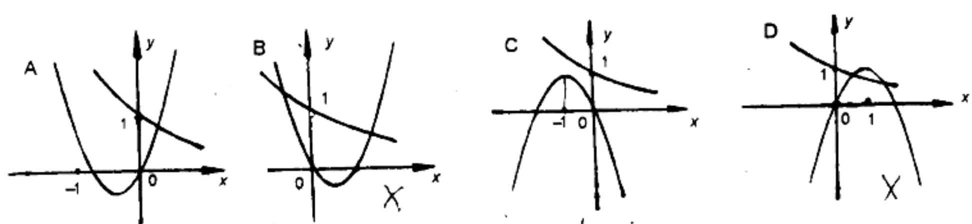


图 1-2

(17)（1996，上海）　在下列图像中，二次函数 $y=ax^2+bx$ 与指数函数 $y=(\frac{b}{a})^x$ 的图像只可能是（ A ）　$\frac{b}{a}>0$　∴ ab 同号　$c=0$

$x=-\frac{b}{2a}<0$



$-\frac{b}{2a}=-1$

$b=2a$　$y=(\frac{2a}{a})^x=2^x$

图 1-3

(18)（1988，广东）　已知 $y=f(x)$ 的图像如图，那么 $f(x)$ 为（ A ）

A. $\sqrt{x^2-2|x|+1}$

B. $x^2-2|x|+1$ ×

C. $|x^2-1|$

D. $\sqrt{x^2-2x+1}$　$(x-1)^2=|x-1|$

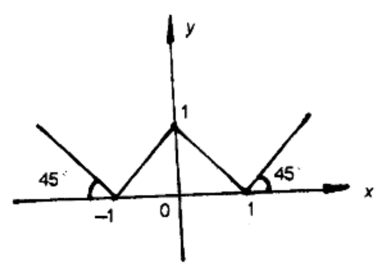


图 1-4

(19)（1996）　当 $a>1$ 时，在同一坐标系中，函数 $y=a^{-x}$与 $y=\log_a x$ 的图像是（ A ）

$y=(\frac{1}{a})^x$

$0<\frac{1}{a}<1$

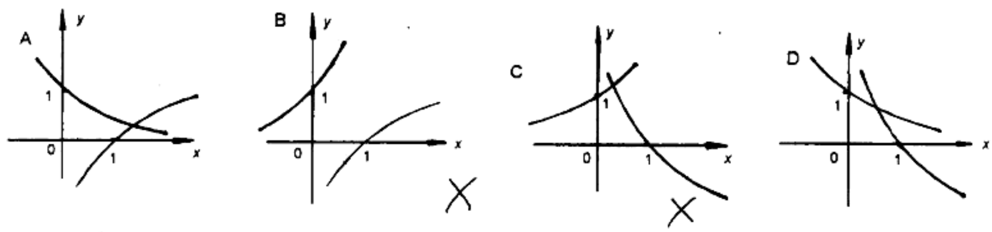


图 1-5

(20) (1995 文)　已知 $y=\log_a(2-x)$ 是 x 的增函数，则 a 的取值范围是（ B ）　$2-x\geq 0$　$x<2$　$u=2-x$

A. (0, 2)　　B. (0, 1)　　C. (1, 2)　　D. $(2, +\infty)$

(21) (1996,理)　设 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数，$f(x+2)=-f(x)$ 与 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，$f(x)=x$，则 $f(7.5)$ 等于（ B ）

$f(7.5)=f(5.5+2)=-f(5.5)=-f(3.5+2)=f(3.5)$
$=f(1.5+2)=-f(1.5)=-f(-0.5+2)=f(-0.5)$ 奇
$f(-0.5)=-f(0.5)=-0.5$

A. 0.5　　B. -0.5　　C. 1.5　　D. -1.5

(22) (1994,理)　定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可以表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和，如果 $f(x)=\lg(10^x+1)$，$x\in(-\infty, +\infty)$，那么（ C ）

A. $g(x)=x$，$h(x)=\lg(10^x+10^{-x}+2)$

B. $g(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x]$，$h(x)=\frac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

C. $g(x)=\frac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)-\frac{x}{2}$

D. $g(x)=-\frac{x}{2}$，$h(x)=\lg(10^x+1)+\frac{x}{2}$

(23) (1987，上海)　函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 是偶函数的充要条件是 $a\neq 0$ $b=0$

(24) (1994，上海)　已知 $y=f(x)$，$(x\in R)$ 是奇函数，$f(5)\neq 0$，则下列各点中，在 $y=f(x)$ 的图像上的点是（ B ）　$f(-5)=-f(5)$

A. $(5, f(-5))$　　B. $(-5, -f(5))$　　C. $(-5, f(5))$　　D. $(5, -f(5))$

(25) (1993)　$F(x)=\left(1+\frac{2}{2^x-1}\right)\cdot f(x)$　$(x\neq 0)$ 是偶函数，且 $f(x)$ 不恒等于零，则 $f(x)$（ A ）　奇　$g(x)=1+\frac{2}{2^x-1}$ 奇函

A. 是奇函数　　B. 是偶函数

C. 可能是奇函数，也可能是偶函数　　D. 不是奇函数，也不是偶函数

(26) (1991)　如果奇函数 $f(x)$ 在区间 [3, 7] 上是增函数，且最小值为 5，那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是（ B ）

A. 增函数且最小值为 -5　　B. 增函数且最大值为 -5

C. 减函数且最小值为 -5　　D. 减函数且最大值为 -5

(27) (1989)　已知 $f(x)=8+2x-x^2$，如果 $g(x)=f(2-x^2)$，那么 $g(x)$

(A)

A. 在区间（−1，0）上是减函数　　　B. 在区间（0，1）上是减函数

C. 在区间（−2，0）上是增函数　　　D. 在区间（0，2）上是增函数

(28)（1990，上海）　已知 $1<x<d$，令 $a=(\log_d x)^2$，$b=(\log_d(x^2)$，$c=\log_d(\log_d x)$，则（ D ）

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$

C. $c<b<a$　　D. $c<a<b$

(29)（1992，理）　图中曲线是幂函数 $y=x^n$ 在第一象限的图像，已知 n 取 ±2，$\pm\frac{1}{2}$ 四个值，则相应于曲线 c_1、c_2、c_3、c_4 的 n 依次为（ B ）

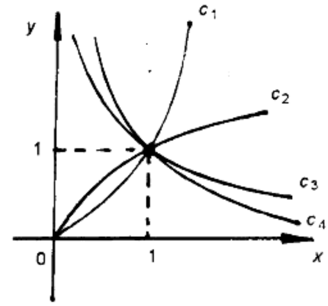


图 1-6

A. -2，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，2　　B. 2，$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，-2

C. $-\frac{1}{2}$，-2，2，$\frac{1}{2}$　　D. 2，$\frac{1}{2}$，-2，$-\frac{1}{2}$

(30)（1985，广东）　如果 $y=\log_{a^2-1}x$ 在 $(0,+\infty)$ 内是减函数，则 a 的取值范围是（ D ）

$0<a^2-1<1$　$1<a^2<2$　~~$1<|a|<\sqrt{2}$~~　$1<|a|<\sqrt{2}$

$a>1$ 或 $a<-1$

A. $|a|>1$　　B. $|a|<\sqrt{2}$　　C. $|a|>\sqrt{2}$　　D. $1<|a|<\sqrt{2}$

$-\sqrt{2}<a<\sqrt{2}$

$(\frac{1}{2})^x$ 减

$(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$

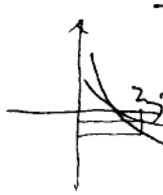
(31)（1988，上海）　下列关系中正确的是（ D ）

A. $(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$　　B. $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$

C. $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}$　　D. $(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}<(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$

(32)（1993）　若 a、b 是任意实数，且 $a>b$，则（ D ）

$a=0$，$b=-1$ 时 B 无意义



A. $a^2>b^2$　　B. $\frac{b}{a}<1$　　C. $\lg(a-b)>0$　　D. $(\frac{1}{2})^a<(\frac{1}{2})^b$

$0<a<1$　$0<b<1$

(33)（1992，全国）　若 $\log_a2<\log_b2<0$，则（ B ）

A. $0<a<b<1$　　B. $0<b<a<1$　　C. $a>b>1$　　D. $b>a>1$

(34)（1996，上海）　方程 $\log_2(9^x-5)=\log_2(3^x-2)+2$ 的解 $x=$ 1

$=\log_2(3^x-2)\cdot4$

(35)（1988，上海）　方程 $4^x-2^{x+1}-8=0$ 的解是 2

$2^{2x}-2\cdot2^x-8=0$　$2^x=4$　$x=2$

$9^x-5=4\cdot3^x-8$

$3^{2x}-4\cdot3^x+3=0$

$5^{4x^2+4x-2}=5$

(36)（1986）　方程 $\sqrt{25^{x^2+x-0.5}}=\sqrt[4]{5}$ 的解是 $x=\frac{1}{2}$　$x=-\frac{3}{2}$

$25^{x^2+x-0.5}=\sqrt{5}$　$25^{2x^2+2x-1}=5$

$3^x=1$　$x=0$(舍)

$4x^2+4x-2=1$

(37)（1993）　不等式 $2+\log_{\frac{1}{2}}(5-x)+\log_2\frac{1}{x}>0$ 的解集为 $\{x|0<x<1$ 或 $4<x<5\}$

$3^x=3$　$x=1$

$4x^2+4x-3=0$

$2-\log_2(5-x)-\log_2x>0$　$2-\log_2(5x-x^2)>0$

(38)（1988，广东）　如果实数 x、y 满足 $x^2+y^2=1$，那么 $(1-xy)(1+xy)$ 有（ B ）

$\begin{matrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{matrix}$　$x=\frac{1}{2}$

$6-2$　$x=-\frac{3}{2}$

$2>\log_2(5x-x^2)$

A. 最小值 $\frac{1}{2}$ 和最大值 1　　B. 最大值 1 和最小值 $\frac{3}{4}$

$\begin{cases}5x-x^2>0\\5x-x^2<4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2-5x<0\\x^2-5x+4>0\end{cases}$

C. 最小值 $\frac{3}{4}$ 而无最大值　　D. 最大值 1 而无最小值

$\Rightarrow\begin{cases}0<x<5\\x>4 \text{ 或 } x<1\end{cases}\Rightarrow 0<x<1$ 或 $4<x<5$

(39)（1986，广东）　设 a、b 为实数，且 $a+b=3$，则 2^a+2^b 的最小值是（ B ）

A. 6　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{6}$

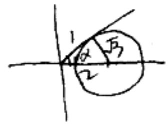
$\geq2\sqrt{2^{a+b}}=2\sqrt{2^3}=4\sqrt{2}$

38　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

$(1-\sin\theta\cos\theta)(1+\sin\theta\cos\theta)$

$=(1-\sin^2\theta\cos^2\theta)$

$=1-\frac{1}{4}\sin^22\theta=1-\frac{1-\cos4\theta}{8}=\frac{8-1+\cos4\theta}{8}=\frac{\cos4\theta+7}{8}=\begin{cases}\frac{3}{4}\\1\end{cases}$



$tg\alpha = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$

(40) (1990) 如果实数 x、y 满足等式 $(x-2)^2+y^2=3$，那么$\frac{y}{x}$的最大值是（ D ）

$=k$

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

2. 解答题部分

(1) (1985，理)　设 a、b 是两个实数，$A=\{(x,y)\mid x=n,\ y=na+b,\ n\in Z\}$，$B=\{(x,y)\mid x=m,\ y=3m^2+15,\ m\in Z\}$，$C=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 144\}$ 是平面 xoy 内的点的集合，讨论是否存在 a 和 b，使得

(i) $A\cap B\neq\varnothing$　（$\varnothing$表示空集）

(ii) $(a,b)\in c$ 同时成立

(2) (1986，理)　已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素，$A\cap B$ 含有 4 个元素，试求同时满足下面两个条件的集合 C 的个数：

(i) $C\subset A\cup B$，且 C 中含有 3 个元素

(ii) $C\cap A\neq\varnothing$　（$\varnothing$表示空集）

(3) (1989)　设 $f(x)$ 是定义在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上以 2 为周期的函数，对 $k\in Z$ 用 I_k 表示区间 $(2k-1,2k+1)$，已知当 $x\in I_0$ 时，$f(x)=x^2$。

(i) 求 $f(x)$ 在 I_k 上的解析表达式；

(ii) 对自然数 k，求集合 $M_k=\{a\mid$使方程 $f(x)=ax$ 在 I_k 上有两个不相等的实根$\}$。

(4) (1991)　根据函数单调性的定义，证明函数 $f(x)=-x^3+1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数。

(5) (1988)　给定实数 a，$a\neq 0$，且 $a\neq 1$，设函数 $y=\frac{x-1}{ax-1}$ $(x\in R$ 且 $x\neq\frac{1}{a})$。

证明：(i) 经过这个函数图像上任意两个不同的点的直线不平行于 x 轴；

(ii) 这个函数的图像关于直线 $y=x$ 成轴对称图形。　证 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=k\neq 0$

(6) (1988，广东)　设 $a>0$，$a\neq 1$，$f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2-1})$　$(x\geqslant 1)$

(i) 求函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 和这个反函数的定义域；

(ii) 把 $b_n=f^{-1}(n)$，$S_n=b_1+b_2+\cdots\cdots+b_n$

求证：当$\frac{1}{2}<a<2$ 时，对任意自然数 n 都有 $S_n<2^n-(\frac{\sqrt{2}}{2})^n$

(7) (1993)　已知 $f(x)=\log_a\frac{1+x}{1-x}$　$(a>0,\ a\neq 1)$

(i) 求 $f(x)$ 的定义域；　$\frac{1+x}{1-x}>0$　$(1+x)(1-x)>0$　$(1+x)(x-1)<0$　$-1<x<1$

(ii) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并予以证明；奇　$f(-x)=\log_a\frac{1-x}{1+x}=\log_a(\frac{1+x}{1-x})^{-1}=-\log_a\frac{1+x}{1-x}=-f(x)$

(iii) 求使 $f(x)>0$ 的 x 的取值范围；　$\log_a\frac{1+x}{1-x}>0$

(8) (1986)　过点 $M(-1,0)$ 的直线 L_1 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 P_1、P_2 两点，记：线段 P_1P_2 的中点为 P；过点 P 和这个抛物线的焦点 F 的直线为 L_2；L_1 的斜率为 K，试

1° 当 $a>1$ 时　$\frac{1+x}{1-x}>1$　$\frac{1+x-1+x}{1-x}>0$　$2(x-1)x<0$　$0<x<1$

2° 当 $0<a<1$ 时　$0<\frac{1+x}{1-x}<1$ $\Rightarrow\begin{cases} x<1 \\ \frac{1+x-1+x}{1-x}<0 \end{cases}$ $\Rightarrow (-1,0)$

把直线 L_2 的斜率与直线 L_1 的斜率之比表示为 K 的函数，并指出这个函数的定义域，单调区间，同时说明在每一单调区间上它是增函数还是减函数。

(9)(1996)　已知 a、b、c 是实数，函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，$g(x)=ax+b$，当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，$|f(x)|\leqslant 1$

(i) 证明：$|c|\leqslant 1$；

(ii) 证明：当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，$|g(x)|\leqslant 2$；

(iii) 设 $a>0$，$-1\leqslant x\leqslant 1$ 时，$g(x)$ 的最大值为 2，求 $f(x)$。

(10)(1988，上海)　设 $y=\log_{\frac{1}{2}}[a^{2x}+2(ab)^x-b^{2x}+1]$　$(a>0, b>0)$，求使 y 为负值的 x 的取值范围。

(11)(1982)　设 $0<x<1$，$a>0$，$a\neq 1$，比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小。(写出比较过程)

(12)(1989)　已知 $a>0$，$a\neq 1$，试求使方程 $\log_a(x-ak)=\log_a^2(x^2-a^2)$ 有解的 k 的取值范围。

(13)(1994，文)　已知函数 $f(x)=\log_a x$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$，$x\in R^+$)，若 x_1，$x_2\in R^+$，判断 $\frac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]$ 与 $f(\frac{x_1+x_2}{2})$ 的大小，并加以证明。

(14)(1990，广东)　设 $f(x)=lg\,\frac{1+2^x+4^x a}{3}$，其中 $a\in R$

(i) 如果 $0<a\leqslant 1$，求证：当 $x\neq 0$ 时，有 $2f(x)<f(2x)$

(ii) 如果当 $x\in(-\infty, 1)$ 时，$f(x)$ 有意义，求 a 的取值范围。

(15)(1985，上海)　已知函数 $f(x)$ 对其定义域内的任意两个实数 a、b，当 $a<b$ 时，都有 $f(a)\leqslant f(b)$，试用反证法证明：方程 $f(x)=0$ 至多有一个实数根。

(16)(1985，广东)　设函数 $f(x)=\log_3(x^2-4mx+4m^2+m+\frac{1}{m-1})$　$(m\in R)$，又用 M 表示集合 $\{m|m>1\}$

(i) 求证：当 $m\in M$ 时，$f(x)$ 对所有实数 x 都有意义；反之，如果 $f(x)$ 对所有实数 x 都有意义，则 $m\in M$；

(ii) 当 $m\in M$ 时，求函数 $f(x)$ 的最小值；

(iii) 求证：对每一个 $m\in M$，函数 $f(x)$ 的最小值都不小于 1

(17)(1989，广东)　已知实数 $a>0$，函数 $f(x)=x^2\log_4 a$

(i) 如果方程 $f(x-1)+2x=0$ 无实根，求 a 的取值范围；

(ii) 如果 $a=4$ 时，在抛物线 $y=f(\frac{x}{2})$ 上有两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$，满足 $|AB|=y_1+y_2+2$，求证：点 A、B 和抛物线的焦点三点共线。

(18)(1986，广东)　设有对数方程　$lg(ax)=2lg(x-1)$

(i) 当 $a=2$ 时，解该对数方程；

(ii) 讨论当 a 在什么范围内取值时，该对数方程有解，并求出它的解。

(19)(1996)　某地为促进淡水鱼养殖业的发展，将价格控制在适当范围内，决定对淡水鱼养殖提供政府补贴，设淡水鱼的市场价格为 x 元/千克，政府补贴为 t 元/千克，根

据市场调查，当 $8\leqslant x\leqslant 14$ 时，淡水鱼的市场日供应量 P 千克与市场日需求量 Q 千克近似地满足关系：

$$P=1000\ (x+t-8)\qquad (x\geqslant 8,\ t\leqslant 0)$$

$$Q=500\sqrt{40-(x-8)^2}\qquad (8\leqslant x\leqslant 14)$$

当 $P=Q$ 时的市场价格称为市场平衡价格

(i) 将市场平衡价格表示为政府补贴的函数，并求出函数的定义域；

(ii) 为使市场平衡价格不高于每千克 10 元，政府补贴至少为每千克多少元？

(20)（1995，上海） 在直角坐标系中，设矩形 $OPQR$ 的顶点按逆时针顺序依次为 $O\ (0,\ 0)$，$P\ (1,\ t)$，$Q\ (1-2t,\ 2+t)$，$R\ (-2t,\ 2)$，其中 $t\in\ (0,\ +\infty)$

(i) 求矩形 $OPQR$ 在第一象限部分的面积 $S\ (t)$；

(ii) 确定函数 $S\ (t)$ 的单调区间，并加以证明。

三、试题解析

1. 从基本题看《考试要求》

由于高考试题的考查内容要覆盖中学课本各大章节的主要内容，考查近 80 多个知识点。因此，在基本题的考查中，每一个小题也都注意了综合。有容易题，也有中档题，还有个别较难题，必须深刻理解概念，运算准确、熟练，方法正确、灵活才能答好。在基本题的考查中，无论是选择题还是填空题，在考查数学能力的同时，突出了对思维能力的考查，许多考题都可以通过运用数学思想方法机敏地得到正确解答，许多选择题都有一定的运算量，需要进行一些运算才能作出正确的选择，但是又可以通过深层次的思维减小运算量，只需进行一些估算即可判断出结果。

例 1 （1996）已知全集 $I=N$，集合 $A=\{x|x=2n,\ n\in N\}$，$B=\{x|x=4n,\ n\in N\}$，则（　　）

A. $I=A\cup B$　　B. $I=\overline{A}\cup B$　　C. $I=A\cup\overline{B}$　　D. $I=\overline{A}\cup\overline{B}$

解答 $\because A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ \cdots\cdots\}$

$B=\{4,\ 8,\ 12,\ \cdots\cdots\}$

$\overline{B}=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ \cdots\cdots\}$

$\therefore I=A\cup\overline{B}$，选 (C)

其他解法 $\because B\subset A$，$\therefore \overline{A}\subset\overline{B}$

$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A}$，$I=A\cup\overline{A}=A\cup\overline{B}$　　选 (C)

分析 在高考试题中，对集合经常从两个方面进行考查，一方面是考查对集合概念的认识和理解水平，如对集合中涉及的特定字母和符号，元素与集合间的关系，集合与集合间的比较，主要表现在对集合的识别和表达上。另一方面，则是考查学生对集合知识应用的水平，如求方程组，不等式组及联立条件组的解集，以及设计、使用集合解决问题等，此题考查了集合与子集、并集、补集的概念，集合与集合之间的关系，以及对集合符号的理解与使用。

例 2 （1989）如果 $I=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$，$M=\{a,\ c,\ d\}$，$N=\{b,\ d,\ e\}$ 其中