

全国教育科学【十一五】教育部规划课题



图解 新教材

九年级数学(下)

人教实验版

总主编 钟山

读图时代的学习方法

总策划 薛金星

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司

辽海出版社



《图解新教材》的学习与考试原理

——引导一场学习的新革命

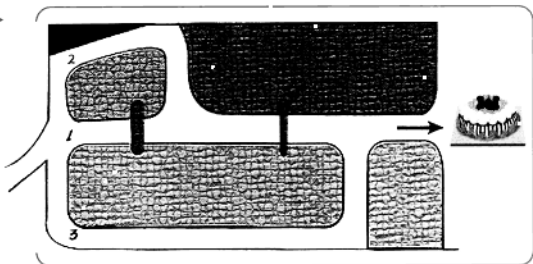
每一个孩子的成长都是在学习完成的，但是，很少有学生能够真正理解什么是学习。心理学家加涅把学习概括为学什么、为什么学和怎样学。加涅指出，只有明确了学习的原理，才能够达到预期的学习效果。

学什么？

认知地图与目标学习

心理学家托尔曼对几只小白鼠做过这样一个迷津试验

(如图) ▶



试验

托尔曼把小白鼠分为三组，共同训练它们走迷津。

1. A组在正常条件下训练，每次到达目的地都能得到食物。
2. B组在训练的前期没有得到食物，到训练的后期得到食物。
3. C组始终没有得到食物。

结果

1. A组学习效果稳步提升。
2. B组学习效果在获得食物的奖励后突然提升。
3. C组学习效果始终没有变化。

表明

三组小白鼠的学习情境相同，差别是有没有食物强化。C组小白鼠没有受到强化的时候也在学习，但学习结果没有表现出来，是“潜在学习”。

得出

强化不是学习所必需的，但目标对于学习格外重要。没有目标，学习的结果就不能明显地体现在外显的行为中。

《图解新教材》将目标作为每一章节体系的重点，帮助学生树立目标意识。

为什么学?

建构主义：我们与知识的互动关系



学习能够促进大脑发育

罗森·茨威格(Rosenzweig, M. R.)研究表明,接受丰富多变的环境刺激和适当学习训练的一组幼鼠与另一组处于单调贫乏的环境而又缺乏学习训练的幼鼠相比,在4~10周中,前者大脑皮层的重量与厚度增加,神经胶质细胞数量增多,神经突触增大或增多,乙酰胆碱酯酶含量更丰富且活性提高,核糖核酸和脱氧核糖核酸的比率也有所改善。

关于人类学习对人类成长的影响,瑞士著名心理学家皮亚杰(J. Piaget)认为,学习是促进人类大脑发展最有效的方式。

学习是人的一种需要

建构主义的含义就是学习者通过新、旧知识经验间反复的、双向的交互作用,不断地调整和形成自己的新知识经验结构。建构主义原理的一个方面就是说明:人与知识之间是一个双向互动的关系,即学习是人的一种需要。

学习是个体生存的必要手段

每个人的一生都处在不断的学习过程之中,不管这种学习过程是显性的还是隐性的。教育学家认为,个体存在有两个基本条件:一是个体对知识的持续积累;二是交流。个体知识积累对个体社会关系的构建有着直接的制约作用。所以,人要在社会群体中生存,必须不断学习,只是这种学习的表现形式有所不同而已。

《图解新教材》沿用建构的学习理论,在编写过程中,不是单一地对
学生灌输知识,而是注重学生自身的知识经验,注重知识的相互作用和转
换的过程,引导学生自发学习。

怎样学？

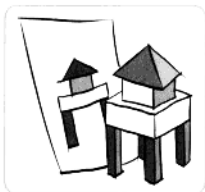
学习就像搭积木

《图解新教材》所利用的建构主义理论学习模式

1

学习是学习者主动建构知识的过程。

如图：我们可以按照不同的图纸搭建不同的东西。



怎样学习才能举一反三？

要达到举一反三的学习效果，需要满足五个条件。



学习要举一反三

学习迁移发生的主要条件

学习需要按照新的目标对旧知识经验结构做出调整和改善，从而形成新的知识和经验。

如图：面对新的图纸，我们可以搭建新的形状。



1 条件：智力水平

如：把一些比较困难的复合题变换分解成几个简单题做，不太难，单独解决这些复合题，难度就大。

2 条件：旧经验的泛化水平

如：学习除法时引入分数的形式，则有利于正迁移，而学习加减法会对学习乘除法产生干扰。

3 条件：学习对象的共同因素

如：英语和法语在词性、读音和语法结构上有相同或相似之处，学习两门外语容易产生正迁移，学习共同因素很少的英语与汉语容易产生负迁移。

4 条件：学习的理解和巩固程度

如：在学习语文时，深刻理解字、词、句的含义，才能更顺畅地阅读和写作。

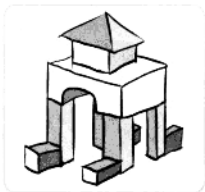
5 条件：定势的影响

如：练习某类课题有助于类似课题的学习，但碰到与先前的作业不是同类的作业时，定势就可能干扰后面的学习，限制创造性地解决问题。

3

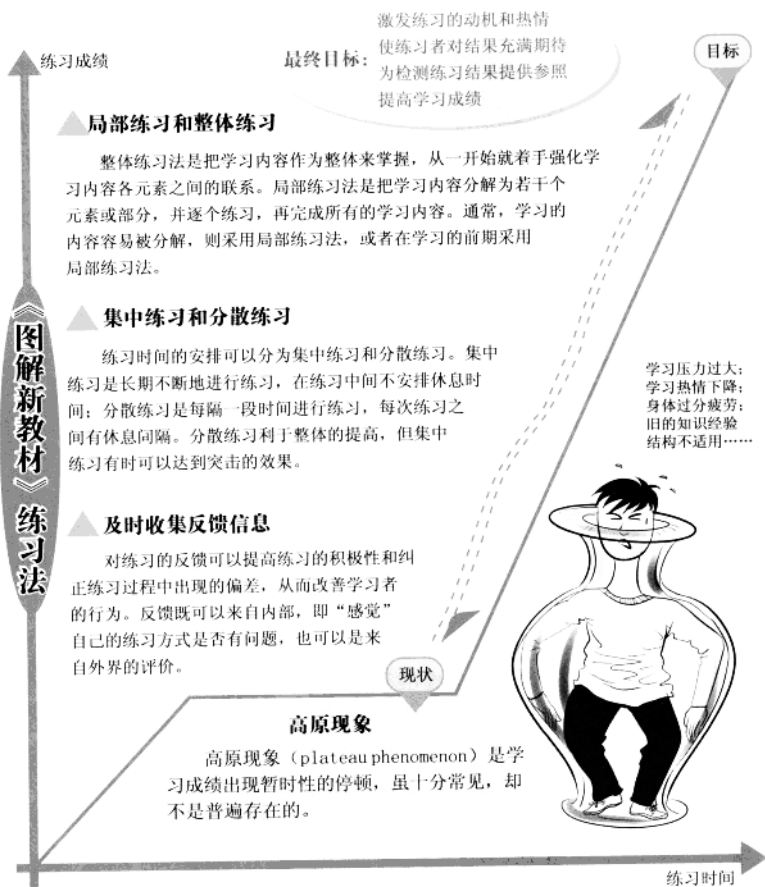
利用已有的知识经验，充分调动人的主观能动性，运用自己的旧知识解决新问题。

如图：我们可以灵活地利用积木搭出不同的图形。



突破学习的瓶颈——高原现象

目标是影响练习效率最重要的因素。练习与机械重复的本质区别在于，机械重复没有目标，是为了重复而重复，而目标具有指向性功能，并可以改进练习的方式方法。



发掘学习潜力

学习潜力——心理因素的无限可能性

研究表明，心理因素对人们的学习有着重要的影响，起着引导、维持、调节和强化等作用。如下图：



心理因素中的某些条件可以发掘学习者无限的潜力，但也有某些条件会对学习者的学习效果产生不利的影响。

《图解新教材》的魅力就在于能够在学习思路挖掘学习者心理因素中对学习有利的因素，而排除那些对学习不利的因素，最大程度地保证学习效果。



学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明,图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造,以图解的方式方法,创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容等问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题,站在更高的层面上分析问题,运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本丛书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”,以图解方式科学地实现了知识的可视化,化深为浅,化繁为简,化抽象为形象,化理论为实例,实现基于脑神经生理特性的左右半球互动学习模式,将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中,帮助你释放出难以置信的学习潜能,让你的学习、记忆、理解、应试更轻松,更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本丛书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题,同步新课标教材,落实新课标学习与考试理念。内容讲解上,知识与考点融为一体,突出深入浅出的学习特点;全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子,与考例直线链接,达到快速融会贯通;总结学法与考法清晰明确,助学助考事半功倍;例题与习题突出方法总结,实现授之以渔、举一反三;学生能力与素质分阶段培养落实,全程循序渐进、系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的,常言“百闻不如一见”“一图胜胜千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式,各类图示变繁杂抽象为直观快捷,各种插画变深奥冗繁为浅显愉悦,各种表格变枯燥乏味为清晰明了,充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效学习方法,
你不想试一试吗?**



目 录



第二十六章 二次函数	(1)	第 2 课时 二次函数的性质	(33)
26.1 二次函数及其图象	(2)	多元智能 知识点击	(33)
本节知识方法能力图解	(3)	发散思维 题型方法	(37)
第 1 课时 二次函数的定义	(3)	知识激活 学考相联	(39)
多元智能 知识点击	(3)	自主限时 精题精练	(39)
发散思维 题型方法	(4)	练后反思 / 答案详解	(40)
知识激活 学考相联	(5)	第 3 课时 用函数观点看一元二次	
自主限时 精题精练	(5)	方程(复习课)	(40)
练后反思 / 答案详解	(6)	发散思维 题型方法	(40)
第 2 课时 二次函数 $y=ax^2, y=ax^2$		知识激活 学考相联	(42)
$+c$ 的图象及其性质		考场报告 误区警示	(43)
..... (5)		自主限时 精题精练	(44)
多元智能 知识点击	(6)	练后反思 / 答案详解	(44)
发散思维 题型方法	(9)	教材问题 详尽解答	(45)
知识激活 学考相联	(11)	26.3 实际问题与二次函数	(46)
自主限时 精题精练	(12)	本节知识方法能力图解	(46)
练后反思 / 答案详解	(12)	第 1 课时 实际问题与二次函数(一)	
第 3 课时 二次函数 $y=a(x+h)^2 +$	 (47)	
k ($a \neq 0, k$ 是常数) 的图象		多元智能 知识点击	(47)
及特点	(13)	发散思维 题型方法	(49)
多元智能 知识点击	(13)	知识激活 学考相联	(52)
发散思维 题型方法	(14)	自主限时 精题精练	(53)
知识激活 学考相联	(16)	练后反思 / 答案详解	(53)
自主限时 精题精练	(16)	第 2 课时 实际问题与二次函数(二)	
练后反思 / 答案详解	(17) (54)	
第 4 课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$		多元智能 知识点击	(54)
($a \neq 0$) 的图象及特点	(17)	发散思维 题型方法	(56)
多元智能 知识点击	(17)	知识激活 学考相联	(59)
发散思维 题型方法	(20)	自主限时 精题精练	(59)
知识激活 学考相联	(22)	练后反思 / 答案详解	(60)
考场报告 误区警示	(22)	第 3 课时 实际问题与二次函数	
自主限时 精题精练	(23)	(习题课)	(60)
练后反思 / 答案详解	(23)	发散思维 题型方法	(60)
教材问题 详尽解答	(24)	知识激活 学考相联	(63)
26.2 用函数观点看一元二		考场报告 误区警示	(64)
次方程	(28)	自主限时 精题精练	(64)
本节知识方法能力图解	(28)	练后反思 / 答案详解	(64)
第 1 课时 二次函数与一元二次方		教材问题 详尽解答	(65)
程的关系	(28)	章末复习课	(66)
多元智能 知识点击	(28)	构建体系 知识网络	(66)
发散思维 题型方法	(30)	综合拓展 专题专项	(67)
知识激活 学考相联	(32)	教材复习课 详尽解答	(69)
自主限时 精题精练	(32)		
练后反思 / 答案详解	(33)		



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考, 图解是一种高效的方法, 更是一种成功的习惯。



第二十七章 相似 (71)

27.1 图形的相似 (72)

本节知识方法能力图解 (72)

第1课时 相似图形 (73)

多元智能 知识点击 (73)

发散思维 题型方法 (74)

知识激活 学考相联 (75)

自主限时 精题精练 (76)

练后反思 / 答案详解 (76)

第2课时 相似多边形 (76)

多元智能 知识点击 (76)

发散思维 题型方法 (78)

知识激活 学考相联 (80)

考场报告 误区警示 (80)

自主限时 精题精练 (81)

练后反思 / 答案详解 (81)

教材问题 详尽解答 (82)

27.2 相似三角形 (83)

本节知识方法能力图解 (84)

第1课时 相似三角形的判定(一) (84)

多元智能 知识点击 (84)

发散思维 题型方法 (86)

知识激活 学考相联 (87)

自主限时 精题精练 (88)

练后反思 / 答案详解 (88)

第2课时 相似三角形的判定(二) (89)

多元智能 知识点击 (89)

发散思维 题型方法 (91)

知识激活 学考相联 (93)

自主限时 精题精练 (93)

练后反思 / 答案详解 (94)

第3课时 相似三角形的判定(三) (95)

多元智能 知识点击 (95)

发散思维 题型方法 (96)

知识激活 学考相联 (98)

自主限时 精题精练 (99)

练后反思 / 答案详解 (100)

第4课时 相似三角形的判定(习题课) (100)

发散思维 题型方法 (100)

知识激活 学考相联 (102)

考场报告 误区警示 (102)

自主限时 精题精练 (103)

练后反思 / 答案详解 (103)

第5课时 相似三角形应用举例 (104)

多元智能 知识点击 (104)

发散思维 题型方法 (106)

知识激活 学考相联 (107)

自主限时 精题精练 (108)

练后反思 / 答案详解 (108)

第6课时 相似三角形的周长与面积 (109)

多元智能 知识点击 (109)

发散思维 题型方法 (110)

知识激活 学考相联 (112)

自主限时 精题精练 (112)

练后反思 / 答案详解 (113)

教材问题 详尽解答 (113)

27.3 位似 (115)

本节知识方法能力图解 (115)

第1课时 位似(一) (116)

多元智能 知识点击 (116)

发散思维 题型方法 (117)

知识激活 学考相联 (119)

自主限时 精题精练 (119)

练后反思 / 答案详解 (120)

第2课时 位似(二) (121)

多元智能 知识点击 (121)

发散思维 题型方法 (122)

知识激活 学考相联 (124)

考场报告 误区警示 (125)

自主限时 精题精练 (125)

练后反思 / 答案详解 (126)

教材问题 详尽解答 (126)

章末复习课 (128)

构建体系 知识网络 (128)

综合拓展 专题专项 (128)

自主限时 精题精练 (130)

练后反思 / 答案详解 (131)

教材复习题 详尽解答 (131)

图解新教材

革命你的思维, 改变你的世界. 迈出思维一小步, 导向人生远景图.



第二十八章 锐角三角函数 (132)

28.1 锐角三角函数 (133)

本节知识方法能力图解 (133)

第1课时 锐角三角函数(一) (134)

多元智能 知识点击 (134)

发散思维 题型方法 (137)

知识激活 学考相联 (139)

自主限时 精题精练 (139)

练后反思 / 答案详解 (139)

第2课时 锐角三角函数(二) (140)

多元智能 知识点击 (140)

发散思维 题型方法 (142)

知识激活 学考相联 (143)

自主限时 精题精练 (143)

练后反思 / 答案详解 (144)

第3课时 锐角三角函数(习题课) (144)

发散思维 题型方法 (144)

知识激活 学考相联 (146)

考场报告 误区警示 (147)

自主限时 精题精练 (148)

练后反思 / 答案详解 (148)

教材问题 详尽解答 (148)

28.2 解直角三角形 (150)

本节知识方法能力图解 (151)

第1课时 解直角三角形(一) (151)

多元智能 知识点击 (151)

发散思维 题型方法 (152)

知识激活 学考相联 (155)

自主限时 精题精练 (155)

练后反思 / 答案详解 (156)

第2课时 解直角三角形(二) (157)

多元智能 知识点击 (157)

发散思维 题型方法 (158)

知识激活 学考相联 (160)

自主限时 精题精练 (160)

练后反思 / 答案详解 (161)

第3课时 解直角三角形(三) (162)

多元智能 知识点击 (162)

发散思维 题型方法 (163)

知识激活 学考相联 (165)

考场报告 误区警示 (166)

自主限时 精题精练 (167)

练后反思 / 答案详解 (167)

教材问题 详尽解答 (168)

章末复习课 (169)

构建体系 知识网络 (169)

综合拓展 专题专项 (170)

教材复习题 详尽解答 (171)

第二十九章 投影与视图 (173)

29.1 投影 (174)

本节知识方法能力图解 (174)

第1课时 投影 (175)

多元智能 知识点击 (175)

发散思维 题型方法 (177)

知识激活 学考相联 (179)

自主限时 精题精练 (179)

练后反思 / 答案详解 (179)

第2课时 投影(习题课) (180)

发散思维 题型方法 (180)

知识激活 学考相联 (181)

考场报告 误区警示 (182)

自主限时 精题精练 (182)

练后反思 / 答案详解 (182)

教材问题 详尽解答 (182)

29.2 三视图 (183)

本节知识方法能力图解 (184)

第1课时 三视图(一) (184)

多元智能 知识点击 (184)

发散思维 题型方法 (185)

知识激活 学考相联 (186)

自主限时 精题精练 (187)

练后反思 / 答案详解 (187)

第2课时 三视图(二) (187)

多元智能 知识点击 (187)

发散思维 题型方法 (189)

知识激活 学考相联 (191)

考场报告 误区警示 (192)

自主限时 精题精练 (192)

练后反思 / 答案详解 (193)

教材问题 详尽解答 (194)

29.3 课题学习 制作立体模型 (195)

多元智能 知识点击 (196)

发散思维 题型方法 (197)

知识激活 学考相联 (198)

考场报告 误区警示 (198)

自主限时 精题精练 (198)

练后反思 / 答案详解 (199)

章末复习课 (199)

构建体系 知识网络 (199)

综合拓展 专题专项 (200)

教材复习题 详尽解答 (202)



左脑+右脑>>>左脑

学会用大脑的语言思考,图解是一种高效的方法,更是一种成功的习惯。



第二十六章 二次函数

我们知道,函数是描述变化的一种数学工具,用一次函数与反比例函数可以表示某些问题中变量之间的关系,并解决一些实际问题.我们再来看另一些问题中变量之间的关系.

如果改变正方体的棱长 x ,那么正方体的表面积 y 会随之改变, y 与 x 之间有什么关系?

物体自由下落过程中,下落的距离 s 随下落时间 t 的变化而变化, s 与 t 之间有什么关系?

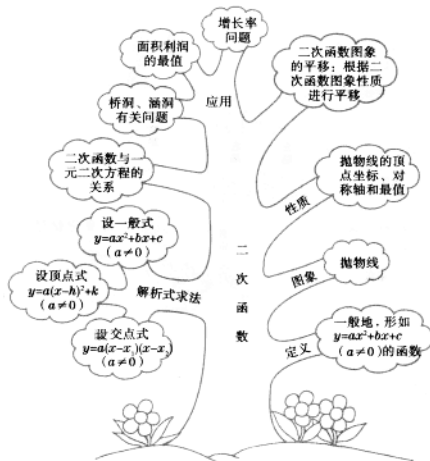
再看下图,从喷头飞出的水珠,在空中走过一条曲线.在这条曲线的各个位置上,水珠的竖直高度 h 与它距离喷头的水平距离 x 之间有什么关系?

上面问题中变量之间的关系可以用哪一种函数来表示?这种函数有哪些性质?它的图象是什么样的?它与以前学习的函数、方程等有哪些联系?

通过学习本章,你不仅能回答上述问题,并且能体会如何用这种函数分析和解决某些实际问题,从而进一步提高对函数的认识和运用能力.



你看,喷泉喷水过程中,水流所经过的路线是什么形状?水珠落下的高度 h (米)与时间 t (秒)会有怎样的函数关系?



26.1 二次函数及其图象(4 课时)

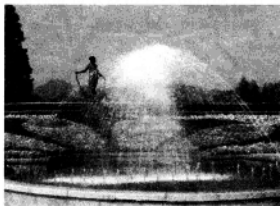
函数是数与形的有机统一,是沟通数与形的一个重要桥梁.它既能用来直观地体现数的内在本质属性,又可以用数来理性地分析形的某些属性.在我们生活的身边,处处都能发现函数.

节日的喷泉给人们带来喜庆和欢呼,夏日的喷泉给人们带来凉爽,你是否注意到喷泉水流所经过的路线?

在观看篮球比赛时,你是否注意过篮球入篮的路线?它会与某种函数有联系吗?

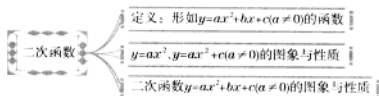
你知道吗?当汽车的前灯从亮转到暗时,就有数学在起作用.

上面的问题,都是抛物线原理的应用.在本节中我们将会进一步学习二次函数,认识二次函数的定义,会画二次函数的图象,并探究二次函数图象的性质.当我们走进二次函数时,你会发现,数学就在我们身边.



你看,喷泉喷水过程中,水流所经过的路线是什么形状?水珠落下的高度 h (米)与时间 t (秒)会有怎样的函数关系?

本节知识方法能力图解



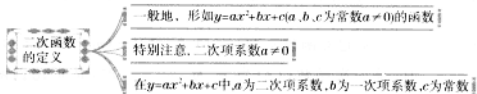
第7课时 二次函数的定义

多元智能 知识点击

● 重点 难点 疑点 方法……

探究一 二次函数的定义

智能导航



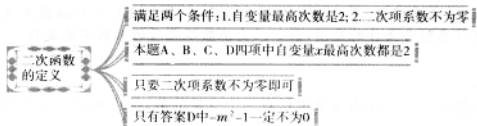
各个击破

函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数) 一定是二次函数吗?

对于函数 $y=ax^2+bx+c$, 当 $a \neq 0$ 时, 一定是二次函数, 当 $a=0$ 时, 一定不是二次函数, 与一次项系数 b , 常数项 c 的取值无关. 所以根据二次函数的定义解答问题时, 要特别注意“二次项系数不等于 0”这个条件.

例 1 (中考改编题——山东) 对于任意实数 m , 下列函数一定是二次函数的是()A. $y=mx^2+3x-1$ B. $y=(m-1)x^2$ C. $y=(m-1)^2x^2$ D. $y=(-m^2-1)x^2$

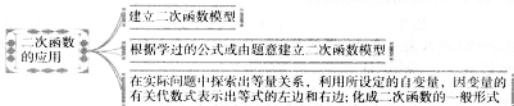
思路图解



答案: D

探究二 二次函数的应用

智能导航



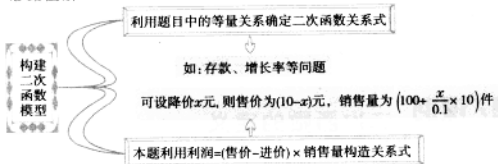
各个击破

数学知识、生活经验在实际问题中的应用

利用问题中所确定的等量关系或以往的生活、学习中所总结出的结论, 如: 公式、存款问题、利润问题、增长率问题等等来构建二次函数模型.

例 2 (中考改编题——重庆)某商店将每件进价为 8 元的某种商品按每件 10 元出售,一天可售出约 100 件,该店想通过降低售价、增加销售量的办法来提高利润.经过市场调查,发现这种商品单价每降低 0.1 元,其销售量可增加约 10 件.若设每件商品降价 x 元($0 \leq x \leq 2$),该商品每天的利润为 y 元,则 y 与 x 的函数关系式为_____.

思路图解



答案: $y = -100x^2 + 100x + 200 (0 \leq x \leq 2)$

发散思维 题型方法

●思路步骤 方法 技巧……

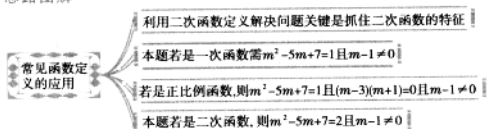
题型一 二次函数定义的综合应用

题型揭秘:一次函数(包括正比例函数)、反比例函数、二次函数是初中数学中三种最基本的函数,在中考命题中常综合在一起考查,利用这三种函数的定义解答问题时,关键是掌握这三种函数的定义必须满足的条件.

例 1 (中考模拟题——山西)已知函数 $y = (m-1)x^{m^2-5m+7} + (m-3)(m+1)$.

- (1) 当 m 为_____时,是一次函数;(2) 当 m 为_____时,是正比例函数;(3) 当 m 为_____时,是二次函数.

思路图解



答案: 2 或 3; 3; $\frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$

题后小结

此题利用了一次函数、正比例函数、二次函数的定义解题,主要考查对三种函数定义的理解,在应用定义时,一定要注意隐含条件的应用,例如二次函数二次项的系数不能是 0.

题型二 二次函数解析式的应用

题型揭秘:在函数关系式中,已知自变量和因变量中任意一个变量的值,都可通过一元方程求出另一个变量的值.

例 2 把一小球以 20 m/s 的速度竖直向上弹出,它在空中的高度 h (m) 与时间 t (s) 满足关系: $h = 20t - 5t^2$, 当 $h = 20$ 时,小球的运动时间为()

- A. 20 s B. 2 s C. $(2\sqrt{2} + 2)$ s D. $(2\sqrt{2} - 2)$ s

思路分析:把 $h = 20$ 代入关系式中,得到关于 t 的一元二次方程 $20 = 20t - 5t^2$,解方程即可求出 t ,然后选择符合题意的解. 答案: B

题后小结

当函数值为常量时,二次函数就转化为一元二次方程.

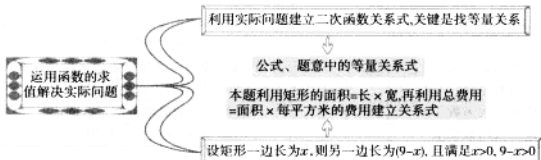
题型三 二次函数模型的建立

题型揭秘:实际问题中列二次函数关系式的关键是找出自变量与因变量所满足的等量关系,如学过的公式、题中所包含的等量关系等.



例3 (原创题)某广告公司想设计一幅周长为18米的矩形广告牌,广告牌设计费为每平方米1 000元,设矩形一边长为 x 米,所花费用为 y 元.请写出 y 与 x 之间的函数关系式,并写出 x 的取值范围.

思路图解



解:由题意得 $y = 1\ 000 \times x(9-x) = -1\ 000x^2 + 9\ 000x (0 < x < 9)$.

题后小结

在矩形中,当其周长是一个定值时,其面积与一边长之间满足的关系式即为二次函数关系.

知识激活 学考相联

●例题 习题 句段 资料……

揭秘中考试题在教材中的原型

原型类别	教材内容	中考真题
问题与中考	教材 P3 问题 2 某工厂一种产品现在的年产量是 20 件,计划今后两年增加产量,如果每年都比上一年的产量增加 x 倍,那么两年后这种产品的产量 y 将随计划所定的 x 的值而确定, y 与 x 之间的关系应怎样表示? 思路分析:这种产品的原产量是 20 件,一年后的产量是 $20(1+x)$ 件,再经过一年后的产量是 $20(1+x)(1+x)$ 件,即两年后的产量为 $y = 20(1+x)^2$,由此得出 y 与 x 之间的函数关系式. 解: y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 20(1+x)^2 (x > 0)$, 即 $y = 20x^2 + 40x + 20 (x > 0)$.	题 (2009·哈尔滨)张大爷要围成一个矩形花圃,花圃的一边利用足够长的墙,另三边用总长为 32 米的篱笆恰好围成.围成的花圃是如图 26-1-1 所示的矩形 ABCD. 设 AB 边的长为 x 米,矩形 ABCD 的面积为 S 平方米.求 S 与 x 之间的函数关系式(不要求写出自变量 x 的取值范围). 思路分析:由 $AB = CD = x$, 知 $BC = 32 - 2x$, 则 $S = AB \cdot BC = x(32 - 2x)$. 解:由题意得 $S = AB \cdot BC = x(32 - 2x)$, $\therefore S = -2x^2 + 32x$.
点评	构造二次函数模型,在将实际问题转化为数学问题时要注意:①弄清题意,分析出各量之间的关系,借助于已有的知识列等式,并构造出二次函数模型.②在写出实际问题的函数关系式时,要考虑自变量的取值范围,不要漏掉.	

自主限时 精题精练

●新题 活题 典题 巧题……

请在 30 分钟内自主完成以下 4 个题.

- 已知函数 $y = (2m + |n|)x^{|n|} + (m - n)x + n$ 是二次函数,则 m, n 的取值正确的是()
 A. $m \neq n, n = 2$ B. $m \neq -n, n = -2$ C. $m \neq -1, n = \pm 2$ D. $m = -1, n = -2$
- 在直角坐标系中,若一点的横坐标与纵坐标互为相反数,则这一点一定不在()
 A. 直线 $y = -x (x \neq 0)$ 上 B. 抛物线 $y = x^2 (x \neq 0)$ 上
 C. 直线 $y = x (x \neq 0)$ 上 D. 双曲线 $y = -\frac{1}{x}$ 上

3. n 边形的对角线的条数 m 与边数 n 之间的函数关系式是_____.

4. 一个角为 60° 的直角三角形 ABC , 它的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与斜边长 $x(\text{cm})$ 之间的关系式为_____:

练后反思

题号	训练点	反思与提升点
1	二次函数定义	你看,哪一项为二次项?隐含条件是什么?
2	函数综合	判断的方法是什么?
3	构建二次函数	自变量 n 的取值范围怎么确定?
4	构建二次函数模型	60° 的角起什么作用?

答案详解

1. C 提示:若此函数是二次函数,则二次项为 $(2m+|n|)x^m$,且必须满足 $\begin{cases} |n|=2, \\ 2m+|n|\neq 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m\neq -1, \\ n=\pm 2, \end{cases}$ 故选 C.

2. C 提示:可举反例说明,例如,点 $(x, -x)(x\neq 0)$ 一定在 $y=-x$ 上,点 $(-1, 1)$ 一定在 $y=x^2$ 上,点 $(-1, 1)$ 或 $(1, -1)$ 一定在 $y=-\frac{1}{x}$ 上,故选 C.

3. $m = \frac{n(n-3)}{2} (n \geq 3)$ 提示:边数最少的多边形是三角形.

4. $y = \frac{\sqrt{3}}{8}x^2$ 提示:先利用锐角三角函数关系求出两条直角边的长分别为 $\frac{1}{2}x$ cm, $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ cm,再利用三角形的面积公式写出 y 与 x 之间的关系式.

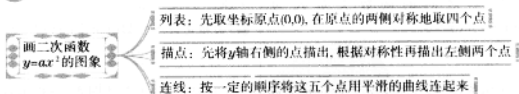
第2课时 二次函数 $y=ax^2$ 、 $y=ax^2+c$ 的图象及其性质

多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

探究一 画二次函数 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 的图象

智能导航



各个击破

画二次函数 $y=ax^2$ 的图象的特殊法

利用描点法画二次函数的图象时,可先将 y 轴右侧的三个点描出来,然后利用对称关系找到 y 轴左侧的三个对称点,而且取的点越多,越能准确地得到图象.

例1 (原创题)在同一坐标系中画出函数 $y=-x^2$ 与 $y=-2x^2$ 的图象,并比较它们的图象,有什么共同点和不同点?

思路分析:利用描点法画图象.

解:列表:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=-x^2$...	-4	-1	0	-1	-4	...
$y=-2x^2$...	-8	-2	0	-2	-8	...

在直角坐标系中描出点 $(-2, -4)$, $(-1, -1)$, $(0, 0)$, $(1, -1)$, $(2, -4)$, 然后用光滑的曲线顺次连接上述各点, 得到函数 $y = -x^2$ 的图象, 如图 26-1-2.

在直角坐标系中描出点 $(-2, -8)$, $(-1, -2)$, $(0, 0)$, $(1, -2)$, $(2, -8)$, 然后用光滑的曲线顺次连接上述各点, 得到函数 $y = -2x^2$ 的图象, 如图 26-1-2.

观察图象可知, 二次函数 $y = -x^2$, $y = -2x^2$ 的图象都是抛物线. 共同点: ①抛物线都关于 y 轴对称; ②抛物线的顶点都是原点 $(0, 0)$, 也是抛物线的最高点; ③抛物线开口向下.

不同点: 抛物线 $y = -2x^2$ 的开口比抛物线 $y = -x^2$ 的开口小, 说明对于抛物线 $y = ax^2$ 来说, $|a|$ 越大, 抛物线的开口越小.

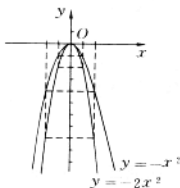
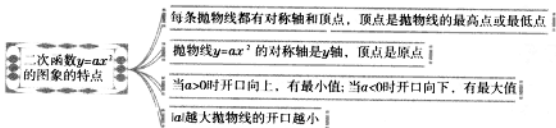


图 26-1-2

探究二 二次函数 $y = ax^2$ 的图象的特点

智能导航



各个击破

1. 如何理解 $y = ax^2$ 的图象特点?

(1) 由于两个互为相反数的数的平方相等, 当自变量 x 取一对相反数时, 对应的函数值 y 相等, 这样的两个点关于 y 轴对称, 故 $y = ax^2$ 的图象关于 y 轴对称.

(2) 由非负数性质可知, 不论 x 取何值, $x^2 \geq 0$, 当 $a > 0$ 时, $ax^2 \geq 0$, 即 $y \geq 0$, 图象上的点在 x 轴上方, 且 y 随 $|x|$ 的增大而增大, 所以图象在 x 轴上方且向上无限延伸; 当 $a < 0$ 时, $ax^2 \leq 0$, 即 $y \leq 0$, 图象上的点在 x 轴下方, 且 y 随 $|x|$ 的增大而减小, 所以图象在 x 轴下方且向下无限延伸.

2. 数形结合法

通过数形结合, 形象直观地反映出图象 $y = ax^2$ 的特点, 不要死记硬背, 利用图象去分析是解决问题的关键.

为了便于记忆, 现在列表如下:

函数	图象	开口方向	顶点坐标	对称轴	函数变化	最大(小)值
$y = ax^2$ $a > 0$		向上	$(0, 0)$	y 轴	$x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小	当 $x = 0$ 时, $y_{\text{最小}} = 0$
$y = ax^2$ $a < 0$		向下	$(0, 0)$	y 轴	$x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x = 0$ 时, $y_{\text{最大}} = 0$

3. $y = ax^2$ 与 $y = -ax^2$ 的图象有何区别和联系?

$y = ax^2$ 与 $y = -ax^2$ 的图象形状大小相同, 且关于 x 轴对称, 顶点为原点, 所不同的是开口方向刚好相反.

例 2 (中考改编题——河南) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 关于 x 轴对称的抛物线解析式为()

A. $y = 2x^2$

B. $y = -2x^2$

C. $y = \frac{1}{2}x^2$

D. $y = -\frac{1}{2}x^2$