品牌　品质　品味

2010年突破与跨越

广东高考必备

理数

□ 从书顾问　杨一经
从书主编　周向军
本册主编　陈启华

广州出版社

2010年突破与跨越

广东高考必备

理数

□ 丛书顾问 杨一经
丛书主编 周向军
本册主编 陈启华
本册编委 古力滨 邓云飞 吴平生 杜厚生
李 娜 杨 华 周陆山 彭海燕

广州出版社

图书在版编目（CIP）数据

2010年广东高考必备．理科数学 / 周向军主编．—广州：
广州出版社，2009.7
(突破与跨越)
ISBN 978-7-5462-0007-1

Ⅰ.2… Ⅱ.周… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第106623号

书　　名	**突破与跨越·2010年广东高考必备·理科数学**
出版发行	广州出版社
	(地址：广州市天润路87号9楼、10楼　邮政编码：510635)
责任编辑	柳宗慧
装帧设计	麦希敏
印　　刷	广州锦昌印务有限公司
	(地址：广州市花都区镜湖大道南三号　邮政编码：510800)
规　　格	880毫米×1230毫米　1/16
总 印 张	290
总 字 数	5800千字
版　　次	2009年7月第1版
印　　次	2009年7月第1次
书　　号	ISBN 978-7-5462-0007-1
总 定 价	560.00元(全十册)

前 言

2010年是广东省进入新课程后的第四届高考，这几年的高考与以往相比，在思想、目标、内容、任务、要求等方面都发生了比较大的变化，和全国其他各省相比也有较多的不同。2010年广东省将采用**新的高考方案**，使用多年的X科和近三年的文科/理科基础将被文科/理科综合所取代。新的文科/理科综合既不同于原来的X科，也不同于原来的文科/理科基础，和全国各省市的文科/理科综合也将会有较多的不同。广州学韵文化传播有限公司汇集一流名师和高考研究专家，打造了"突破与跨越·2010年广东高考必备"系列丛书。全套丛书共分十册，包括：语文、数学(文)、数学(理)、英语及文科综合之思想政治、历史、地理与理科综合之物理、化学、生物。这套丛书具有以下特点：

1. 突出广东高考，彰显本土特色。

本套丛书是广东高考命题研究组在经过深入研究和具体实践的基础上编写出来的，编写人员由华南师大附中、广东实验中学、广雅中学、执信中学、深圳中学、金山中学、北江中学、湛江一中、惠州一中等20多所重点名校的特高级教师和广东省10多个市、县(区)教研室研究高考的教研员组成。他们对广东高考新方案进行了全面系统的分析与研究，深谙广东高考的命题规律，熟知高考总复习的教学特点，具有较高的教学水平和从事新课程高考的丰富经验。高水平的编者队伍充分保证了本套丛书的高质量。

本套丛书既以全国高考考试大纲和广东省高考考试说明为依据，又充分考虑到广东高考新方案和广东高考自主命题的特点，对广东高考特点的把握准确到位，对广东高考总复习具有很强的针对性，是一套完全适合广东高考要求与特点的全新高考备考复习用书。在广东高考进一步区域化和个性化的时候，各科目根据本门课程的特点，密切联系高三复习教学实际，根据科学化、序列化的原则，把复习内容安排分解到了每一个课时，把训练测试安排到了每一个教学周，真正做到了每节课都有既定的复习内容，每周都有既定的训练测试内容。

2. 编写理念先进，内容针对性强。

【考情解读　重点难点】

(1) 考纲透视　如何在高考总复习中，站在新课标的高度，吃透考试大纲和考试说明的精髓，高效复习备考，是广大教师、学生、家长关注的焦点。考纲透视是以言简意赅的文字或表格介绍每个专题考试大纲和考试说明的要求，锁定每个专题在高考中的定位，破译考点的内涵，界定考点的外延，传递高考的最新信息，预测高考的命题趋势，明确高考的考向。

(2) 重点难点　如何把握每一个专题的重点、难点、热点和常考点，是提高复习效率的关键。重点难点是名师根据多年教学、备考经验，概括出的每一个专题的重点、难点、热点和常考点，使教师和学生熟记明了。既有利于学生迅速、直接、有效地突破每一专题的重点、难点、热点和常考点，又有利于教师有针对性地指导学生复习。

（3）高考体验 探寻高考命题趋势、规律和解题技巧，是科学备考的有效途径。高考体验是精选最新高考真题，让学生亲身体验高考真题，以管窥豹。同时伴随对最新高考真题（包括2009年高考试题）的解析，把高考命题的思想传递给学生，让学生感悟破解高考试题的最新命题规律，内化为应考的北斗星。

【知识点击 策略探究】

（4）知识梳理 高考对每一个知识点、每一个考点，到底会考到什么程度？这是教师、学生在高考总复习备考中应明确的。知识梳理是集名师智慧，给出明确的解读，突出重点，突破难点，消除疑点，点点击中高考考点。无论你处于哪一个层面，潜能都会在不同的层面被激活。

（5）策略探究 如何能够准确有效地解决问题，如何能够使答案更加规范、准确，是高考总复习必须突破的瓶颈。策略探究是阐释解题思路、方法和技巧，将核心知识问题化，把重要的概念、规律和方法情境化，突出自主式复习和问题式复习，用平实、浅显的语言讲难点、疑点，重思维过程，重技巧点拨。

（6）迁移突破 讲练结合是高考复习教学的常见形式，如何落到实处需要有抓手。迁移突破是依据每个专题的考点、知识、能力的分解，选择少而精的试题进行迁移训练，学生当堂实战，便于信息反馈，教师当堂讲评，真正收到举一反三之效。

【训练广场 仿真演练】

（7）基础过关 全息式呈现每一个专题高考所有的知识点、能力点和考点，夯实基础识。

（8）能力提升 淘金式精选每一个专题近两年优秀模拟试题，培养敏锐题感，提升解题能力。

（9）前瞻演练 海选式征集每一个专题原创优质模拟真题，强化实战情境演练，力争达到事半功倍的复习效果。

3. 活页试卷随书馈赠。

“突破与跨越·2010年广东高考必备”系列丛书为了方便学生的复习和老师的辅导，方便学生的自主复习和老师的考试测评，采用流行的书夹活页卷的形式，随书馈赠**全套专题过关测试卷、五套月考测试卷**，强化教辅功能，真正做到一书多用，一书多能。

备战高考是一项复杂的系统工程。一年的高三备考训练，是我们学习生涯中一个非常关键的学习阶段。这一阶段的学习内容至关重要，它既是为我们以后的学业夯实基础，也是为我们以后的事业夯实基础，更是为我们的人生夯实基础。只要我们课课落实，周周落实，一步一个脚印地循序渐进，扎扎实实地抓好高三复习，就一定能实现真正的“突破与跨越”！

杨一经

2009年7月于广州

目　　录 CONTENT

前言 1

专题 1　集合与常用逻辑用语 1

(一) 集合 1

(二) 命题及其关系、充分条件与必要条件 5

(三) 简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词 8

专题 2　不等式 13

(一) 不等关系与不等式 13

(二) 一元二次不等式及其解法 17

(三) 二元一次不等式组与简单的线性规划 21

(四) 基本不等式 25

专题 3　函数 30

(一) 函数及其表示 30

(二) 函数的值域与最值 34

(三) 函数的基本性质 37

(四) 函数的图像 41

(五) 二次函数 46

(六) 指数函数、对数函数与幂函数 51

(七) 函数与方程 58

(八) 函数模型及其应用 62

专题 4　平面向量 68

(一) 平面向量及其线性运算 68

(二) 平面向量的基本定理及坐标运算 72

(三) 平面向量的数量积及向量的应用 76

专题 5　三角函数、三角恒等变换与解三角形 81

(一) 三角函数的概念，同角三角函数的关系和诱导公式 81

(二) 三角函数的图像和性质 86

(三) 三角恒等变换 92

(四) 解三角形 97

(五) 三角应用问题 101

专题 6　数列 106

(一) 数列的概念 106

(二) 等差数列 110

(三) 等比数列 114

(四) 数列的综合应用 118

专题 7　平面解析几何 124

(一) 直线方程和两条直线的位置关系 124

(二) 圆的方程 128

(三) 直线与圆、圆与圆的位置关系 132

专题 8　圆锥曲线与方程 136

(一) 椭圆 136

(二) 双曲线 141

(三) 抛物线 146

(四) 直线与圆锥曲线的位置关系 151

(五) 曲线与方程 154

专题 9　立体几何与空间向量 160

(一) 空间几何体的结构、三视图和直观图 160

(二) 空间几何体的表面积和体积 166

(三) 点、直线、平面之间的位置关系 169
(四) 平行关系 174
(五) 垂直关系 178
(六) 空间中的夹角和距离 182
(七) 空间向量及其运算 187
专题 10 导数及其应用 194
(一) 导数的概念与运算 194
(二) 导数的应用 198
(三) 定积分与微积分基本定理 202
专题 11 算法初步与框图 206
专题 12 统计 216
(一) 抽象方法与用样本估计总体 216
(二) 变量的相关性与统计案例 222
专题 13 计数原理 228
(一) 排列与组合 228
(二) 二项式定理 232
专题 14 概率 236
(一) 随机事件的概率 236
(二) 古典概型与几何概型 240
(三) 离散型随机变量及其均值方差 244
(四) 常见离散型随机变量分布与正态分布 ... 249
专题 15 推理与证明 255
(一) 合情推理与演绎推理 直接证明与间接证明 255
(二) 数学归纳法 260
专题 16 数系的扩大与复数的引入 264
专题 17 几何证明选讲 269
专题 18 坐标系与参数方程 275
专题 19 不等式选讲 281
(另册)答案全析全解 287
(另册)1. 广东 2009-2010 学年专题过关测试卷(一 —— 十九)
2. 广东 2009-2010 学年理数月考试卷(一 —— 五)
3. 专题过关测试卷和月考卷答案全析全解

专题 1　集合与常用逻辑用语

(一) 集　　合

高考展望　考情解读

考纲透析

1. 了解集合的含义，元素与集合的“属于”关系.
2. 能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.
3. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集.
4. 在具体情境中，了解全集与空集的含义.
5. 理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集.
6. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集.
7. 能使用韦恩(Venn)图表达集合的关系及运算.

命题趋势

集合是高中数学的起始章节，是承接初、高中数学知识的重要环节，体现了高中数学知识中众多的思想和方法，也是继续学习其他章节的重要基础. 集合是高考必考知识点之一，依新课程标准，集合语言主要用来表示有关数学对象和提高运用数学语言进行交流的能力，2010 年高考将继续体现集合知识的工具作用，多以选择题和填空题的形式出现，也会渗透在解答题的表达之中，另外，定义新运算在集合方面是一个新的命题背景，应予以重视；有关集合的高考试题，考查热点是集合与集合之间的关系，近年试题加强了对集合的计算化简的考查，并向无限集发展，考查抽象思维能力，在解决这些问题时，要注意利用几何的直观性，注意运用 Venn 图解题方法的训练，注意利用特殊值法解题，加强集合表示方法的转换和化简的训练.

高考体验

1. (2009 年山东卷理)集合 $A=\{0,2,a\}$，$B=\{1,a^2\}$，若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$，则 a 的值为 (　　)

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 4

2. (2009 年北京卷文)设 A 是整数集的一个非空子集，对于 $k\in A$，如果 $k-1\notin A$ 且 $k+1\notin A$，那么 k 是 A 的一个“孤立元”，给定 $S=\{1,2,3,4,5,6,7,8,\}$，由 S 的 3 个元素构成的所有集合中，不含“孤立元”的集合共有__________个.

【答案与解析】

1. D　$\because A=\{0,2,a\}$，$B=\{1,a^2\}$，$A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$ $\therefore \begin{cases}a^2=16\\ a=4\end{cases}$ $\therefore a=4$，故选 D.

2. 6　什么是“孤立元”？依题意可知，必须是没有与 k 相邻的元素，因而无“孤立元”是指在集合中有与 k 相邻的元素. 因此，符合题意的集合是：$\{1,2,3\},\{2,3,4\},\{3,4,5\},\{4,5,6\},\{5,6,7\},\{6,7,8\}$，共 6 个.

知识点击　策略探究

考点精析

1. 集合的概念

集合是一个不加定义的概念，一般地，某些指定的对象集在一起就形成一个集合(简称集)，集合中每个对象叫做这个集合的元素.

2. 集合中元素的特征

1) 确定性：对于一个给定的集合，任意一个元素,要么它属于某个指定集合,要么它不属于该集合,二者必居其一. 这是集合的基本性质.

2) 互异性：同一个集合中的元素是互不相同的.

3) 无序性：任意改变集合中元素的排列次序，它们仍然表示同一个集合.

3. 集合的表示法

集合的表示方法有：列举法、描述法、图示法

1) 列举法

列举法：把集合中的元素一一列举出来的方法. 元素与元素之间用逗号隔开写在大括号内.

2) 描述法

描述法：用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法.

即$\{x\mid x\in p(x)\}$, x 一代表元素，$p(x)$ 一集合中元素 x 所满足的条件.

3) 图示法

图示法：为了形象地表示集合，我们常常画一条封闭的曲线，用它的内部来表示一个集合. 也称为韦恩图(或文氏图).

(4) 常用数集及其记法：

非负整数集(或自然数集)，记作 N;

正整数集，记作 N^*或 N_+;

整数集，记作 Z;

有理数集，记作 Q;

实数集，记作 R.

4. 集合的分类

集合通常分为有限集和无限集两类，

有限集：含有有限个元素的集合叫做有限集.

无限集：含有无限个元素的集合叫做无限集.

空集：不含任何元素的集合叫做空集，记作$\varnothing$. 空集属于有限集.

5. 集合与元素的关系

若 a 是集合 A 的元素，记作 $a\in A$；

若 a 不是集合 A 的元素，记作 $a\notin A$.

6. 集合与集合之间的关系

1) 包含关系

如果 $x\in A$，则 $x\in B$，则集合 A 是集合 B 的子集，记为 $A\subseteq B$ 或 $B\subseteq A$. 显然 $A\subseteq A$，对于任一集合 A，规定 $\varnothing\subseteq A$ (当然 $\varnothing\subseteq\varnothing$ 也成立).

2) 相等关系

对于集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\supseteq A$，那么称集合 A 等于集合 B 记作 $A=B$.

3) 真子集关系

对于集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集. 显然，空集是任何非空集合的真子集.

7. 集合的运算

1) 交集的概念

一般地，由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 与 B 的交集. 交集 $A\cap B=\{x\mid x\in A且x\in B\}$.

2) 并集的概念

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的并集. 并集 $A\cup B=\{x\mid x\in A或x\in B\}$.

3) 全集与补集的概念

(1) 包含了我们所要研究的各个集合的全部元素的集合称为全集，记作 U；

(2) 若 U 是一个集合，$A\subseteq U$，则，$C_U=\{x\mid x\in U且x\notin A\}$ 称 U 中子集 A 的补集.

8. 集合的简单性质

1) $A\cap A=A, A\cap\varnothing=\varnothing, A\cap B=B\cap A, A\cap B\subseteq A, A\cap B\subseteq B, A\cap(C_UA)=\varnothing$；

2) $A\cup A=A, A\cup\varnothing=A, A\cup B=B\cup A, A\subseteq A\cup B, B\subseteq A\cup B, A\cup(C_UA)=U$；

3) $(A\cap B)\subseteq(A\cup B), A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A, A\subseteq B\Leftrightarrow A\cup B=B$；

4) $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap(A\cap C)$，$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup(A\cup C)$；

5) $\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B), \complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

9. 集合中元素与子集的个数

设有限集合 A、B，$\mathrm{card}(A)=n(n\in \mathbf{N}^*)$，则

1) A 的子集的个数是 2^n

2) A 的真子集的个数是 2^n-1

3) A 的非空子集的个数是 2^n-1

4) A 的非空真子集的个数是 2^n-2

5) $\mathrm{card}(A\cup B)=\mathrm{card}(A)+\mathrm{card}(B)-\mathrm{card}(A\cap B)$

典例分析

例 1　设集合 $A=\{1,2\}$，则满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$ 的集合 B 的个数是（　　）

A. 1　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 8

【答案】C

【解析】$A=\{1,2\}$，$A\cup B=\{1,2,3\}$，则集合 B 中必含有元素 3，即此题可转化为求集合 $A=\{1,2\}$ 的子集个数问题，所以满足题目条件的集合 B 共有 $2^2=4$ 个. 故选 C.

【点评】本题考查了并集运算以及集合的子集个数问题，同时考查了等价转化思想.

例 2　已知集合 $A=\{x|x^2+(m+2)x+1=0,\ x\in\mathbf{R}\}$，若 $A\cap\mathbf{R}^*=\varnothing$，则实数 m 的取值范围是________.

【解析】从方程观点看，集合 A 是关于 x 的实系数一元二次方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 的解集，而 $x=0$ 不是方程的解，所以由 $A\cap\mathbf{R}^*=\varnothing$ 可知该方程只有两个负根或无实数根，从而分别由判别式转化为关于 m 的不等式，并解出 m 的范围.

解：由 $A\cap\mathbf{R}^*=\varnothing$ 又方程 $x^2+(m+2)x+1=0$ 无零根，所以该方程只有两个负根或无实数根，

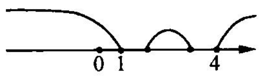
$\begin{cases}\Delta=(m+2)^2-4\geqslant 0,\\ -(m+2)<0,\end{cases}$ 或 $\triangle=(m+2)^2-4<0$. 解得 $m\geqslant 0$ 或 $-4<m<0$，即 $m>-4$.

【点评】此题容易发生的错误是由 $A\cap\mathbf{R}^*=\varnothing$ 只片面地推出方程只有两个负根(因为两根之积为 1，因为方程无零根)，而把 $A=\varnothing$ 漏掉，因此要全面准确理解和识别集合语言.

例 3　已知集合 $A=\{x||x-2|\leqslant a\}$，$B=\{x|x^2-5x+4\geqslant 0\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

解：当 $a<0$ 时，$A=\varnothing$，显然 $A\cap B=\varnothing$.

当 $a\geqslant 0$ 时，$A\neq\varnothing$，$A=\{x||x-2|\leqslant a\}=\{x|2-a\leqslant x\leqslant 2+a\}$，$B=\{x|x^2-5x+4\geqslant 0\}=\{x|x\leqslant 1 或 x\geqslant 4\}$

由 $A\cap B=\varnothing$，画出示意图，

得 $\begin{cases}2-a>1,\\ 2+a<4,\\ a\geqslant 0,\end{cases}$ 解得 $0\leqslant a<1$.

综上所述，a 的取值范围为 $\{a|a<1,a\in\mathbf{R}\}$.

【点评】解决两个数集关系问题时，避免出错的一个有效手段即是合理运用数轴帮助分析与求解，另外，在解含有参数的不等式(或方程)时，要对参数进行分类讨论，分类时要遵循“不重不漏”的分类原则，然后对于每一类情况都要给出问题的解答.

解题方法

1. 解决集合问题，首先要弄清楚集合中的元素是什么；例如 $\{y|y=f(x)\}$ 是数集，表示函数 $y=f(x)$ 的值域；$\{x|y=f(x)\}$ 是数集，表示函数 $y=f(x)$ 的定义域；$\{(x,y)|y=f(x)\}$ 是点集，表示函数 $y=f(x)$ 的图象. 明白集合中元素所具有的性质，并能将集合语言等价转换成其熟悉的数学语言，才是避免错误的根本办法.

2. 要想准确理解和把握集合及其集合元素的定义，就得认清集合元素的三大性质. 集合中的元素是确定的，如“较大的整数”就不能构成一个集合，因为它的对象是不确定的，再如“较大的树”、“较高的人”等都不能构成集合；集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入同一个集合时只能算做集合的一个元素；集合与其中元素的排列次序无关，如{a，b，c}与{c，b，a}是同一个集合. 抓住集合中元素的 3 个性质，对互异性要注意检验.

3. 数轴和文氏图是进行交、并、补运算的有力工具，数形结合是解决几何问题的常用方法. 解题时要先把集合中各种形式的元素化简，使之明确化，并尽可能地借助数轴、文氏图等工具，将抽象的代数问题具体化、形象化，使问题灵活、直观、准

确地获解.

4. 注意空集的特殊性：空集不同于{0}，因为{0}是指含有一个元素0的集合；同时，$\varnothing$不能记为$\{\varnothing\}$，因为$\{\varnothing\}$是指含有一个元素$\varnothing$的集合；另外，在集合的关系与运算中要分类讨论，防止在空集上出问题，如$A\subseteq B$，则有$A=\varnothing$或$A\neq\varnothing$两种可能.

训练广场　仿真演练

基础达标训练

1. 若$A=\{x|\frac{x}{2}>1，x\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{y|\frac{y+1}{2}<1，y\in\mathbf{Z}\}$，则$A\cap B$等于（　　）

A. B　　B. A　　C. $\varnothing$　　D. $\mathbf{Z}$

2. 已知集合$M=\{y|y=x^2+1，x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y|y=x+1，x\in\mathbf{R}\}$，则$M\cap N=$（　　）

A. (0，1)，(1，2)　　B. {(0，1)，(1，2)}　　C. $\{y|y=1，或y=2\}$　　D. $\{y|y\geqslant 1\}$

3. 集合$A=\{x|x^2-2x-1=0，x\in\mathbf{R}\}$的所有子集的个数为（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

4. 已知全集$S=\{1，2，3，4，5，6\}$，$A=\{1，3，5\}$，则$\complement_S A=$ ________

5. 已知集合$A=\{x\in\mathbf{R}|x<5-\sqrt{2}\}$，$B=\{1，2，3，4\}$，则$(\complement_R A)\cap B$等于（　　）

A. {1，2，3，4}　　B. {2，3，4}　　C. {3，4}　　D. {4}

6. 集合$A=\{(x，y)|x+y=0\}$，$B=\{(x，y)|x-y=2\}$，则$A\cap B$是（　　）

A. (1，-1)　　B. $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$　　C. {(1，－1)}　　D. {1，－1}

7. 已知全集$I=\mathbf{N}^*$，集合$A=\{x\mid x=2n，n\in\mathbf{N}^*\}$，$B=\{x\mid x=4n，n\in\mathbf{N}^*\}$，则（　　）

A. $I=A\cup B$　　B. $I=(\complement_I A)\cup B$　　C. $I=A\cup(\complement_I B)$　　D. $I=(\complement_I A)\cup(\complement_I B)$

8. 已知$U=\{2，3，4，5，6，7\}$，$M=\{3，4，5，7\}$，$N=\{2，4，5，6\}$，则（　　）

A. $M\cap N=\{4，6\}$　　B. $M\cup N=U$　　C. $(\complement_U N)\cup M=U$　　D. $(\mathrm{Cu}\,M)\cap N=N$

能力提升训练

1. 已知集合$M=\{x|\ x^2<4\}$，$N=\{x|\ x^2-2x-3<0\}$，则集合$M\cap N$等于（　　）

A. $\{x|x<-2\}$　　B. $\{x|x>3\}$　　C. $\{x|-1<x<2\}$　　D. $\{x|2<x<3\}$

2. 若集合$A=\left\{x\middle|x^2-9x<0\ \ x\in\mathbf{N}^*\right\}$，$B=\left\{y\middle|\frac{4}{y}\in\mathbf{N}^*\right\}$，则$A\cap B$中元素个数为（　　）

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

3. 已知集合$M=\{-1，1\}$，$N=\{x|\frac{1}{2}<2^{x+1}<4,x\in\mathbf{Z}\}$，则$M\cap N$等于（　　）

A. {－1，1}　　B. {0}　　C. {－1}　　D. {－1，0}

4. 设M、N是两个非空集合，定义M与N的差集为$M-N=\{x|x\in M且x\notin N\}$，则$M-(M-N)$等于（　　）

A. N　　B. $M\cap N$　　C. $M\cup N$　　D. M

5. 设$A=\{x|1<x<2\}$，$B=\{x|x>a\}$，若$A\subsetneqq B$，则a的取值范围是________.

6. 记函数$f(x)=\log_2(2x-3)$的定义域为集合M，函数$g(x)=\sqrt{(x-3)(x-1)}$的定义域为集合N. 求：

(1) 集合M、N；

(2) 集合$M\cap N$、$M\cup N$.

7. 已知集合$A=\{x|x^2-3x-10\leqslant 0\}$，集合$B=\{x|p+1\leqslant x\leqslant 2p-1\}$.若$B\subseteq A$，求实数$p$的取值范围.

（二）命题及其关系、充分条件与必要条件

高考展望　考情解读

考纲透析

1. 理解命题的概念，了解“若 p，则 q”形式命题的逆命题、否命题与逆否命题.
2. 会分析四种命题的相互关系. 通过对概念的理解，会写出一个命题的其它三个命题，并判断其真假.
3. 理解必要条件、充分条件与充要条件的意义，会判断命题的充分必要条件.

命题趋势

纵观近几年的高考命题趋势，预测 2010 年高考命题上仍会以考查充要条件的判断为重点，兼顾考查命题的四种形式及命题的等价性，进而考查考生命题转移、逻辑推理能力和分析、解决问题的能力. 有关“充要条件”、命题真伪的试题.主要是对数学概念有准确的记忆和深层次的理解.试题以选择题、填空题为主要形式，难度不大，要求对基本知识、基本题型，求解准确熟练. 以充要条件为载体考查其他数学知识的综合试题形式成为新的热点.

高考体验

1. (2009 年浙江卷理)已知 a,b 是实数，则“$a>0$ 且 $b>0$”是“$a+b>0$ 且 $ab>0$”的（　）

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件　C. 充分必要条件　D. 既不充分也不必要条件

2. (2009 年天津卷文)设 $x\in R$,则“$x=1$”是“$x^3=x$”的（　）

A. 充分不必要条件　B. 必要不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

【答案与解析】

1. C　对于“$a>0$ 且 $b>0$”可以推出“$a+b>0$ 且 $ab>0$”，反之也是成立的

2. A　因为 $x^3=x$,解得 $x=0,1,-1$，显然条件的集合小，结论表示的集合大，由集合的包含关系，我们不难得到结论. 本试题考察了充分条件的判定以及一元高次方程的求解问题.考查逻辑推理能力.

知识点击　策略探究

考点精析

1. 命题的概念

1) 命题：用语言、符号或式子表达的，可以判断真假的陈述句叫做命题.
2) 真命题：判断为真的语句.
3) 假命题：判断为假的语句.

2. 四种命题

1) 四种命题的形式

原命题：若 p，则 q (p 为命题的条件，q 为命题的结论)

逆命题：若 q，则 p，即交换原命题的条件和结论.

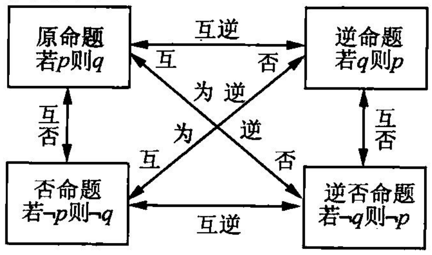
否命题：若 $\neg p$，则 $\neg q$. 即同时否定原命题的条件和结论.

逆否命题：若 $\neg q$，则 $\neg p$，即交换原命题的条件、结论之后同时否定它们.

2) 四种命题的关系

(1) 互为逆否命题的两个命题同真同假.

(2) 互为逆命题或否命题的两个命题真假性无关.



3) 否命题命题的否定的区别

否命题与命题的否定是两个不同的概念. 只有“若p，则q”形式的命题才有否命题，其形式为“若$\neg p$，则$\neg q$”，即既否定条件，又否定结论. 其它形式的命题有“否定”，而没有否命题. 若p表示命题，“非p”则为命题的否定. 如果原命题是“若p，则q”，那么这个原命题的否定是“若p，则非q”，即只否定结论.

3. 充分条件、必要条件、充要条件

1) 若$p\Rightarrow q$且$q\nRightarrow p$，则p是q的充分且不必要条件;

2) 若$q\Rightarrow p$且$p\nRightarrow q$，则p是q的必要且不充分条件;

3) 若$p\Rightarrow q$且$q\Rightarrow p$，则p是q的充要条件;

4) 若$p\nRightarrow q$且$q\nRightarrow p$，则p既不是q的充分条件，也不是q的必要条件.

典例分析

例1 指出下列命题中，p是q的什么条件.

(1) p: $0<x<3$，q: $|x-1|<2$;

(2) p: $(x-2)(x-3)=0$，q: $x=2$;

(3) p: $c=0$，q: 抛物线$y=ax^2+bx+c$过原点.

解: (1) p: $0<x<3$，q: $-1<x<3$. p是q的充分但不必要条件.

(2) $p\nRightarrow q$，$q\Rightarrow p$. p是q的必要但不充分条件.

(3) p是q的充要条件.

【点评】 依集合的观点看，若$A\subseteq B$，则A是B的充分条件，B是A的必要条件; 若$A=B$，则A是B的充要条件.

例2 写出下述命题逆命题，否命题，逆否命题，并判断它们的真假.

若$a\leqslant 0$，则方程$x^2-2x+a=0$有实根.

解: 如果一个命题不是“若p则q”的形式，则应将它写成“若p则q”的形式.

逆命题: 若方程$x^2-2x+a=0$有实根，$a\leqslant 0$;

否命题: 若$a>0$，则方程$x^2-2x+a=0$无实根;

逆否命题: 若方程$x^2-2x+a=0$无实根，则$a>0$.

∵方程$x^2-2x+a=0$有实根的充要条件是$\triangle=4-4a\geqslant 0$，即$a\leqslant 1$，而$a\leqslant 0\Rightarrow a\leqslant 1$，

∴原命题与逆否命题为真命题;

∵方程$x^2-2x+a=0$有实根$\Leftrightarrow a\leqslant 1$，而$a\leqslant 1\nRightarrow a\leqslant 0$; ∴逆命题与否命题为假命题.

【点评】 判定命题为真，需要证明; 而判断一个命题为假，则只需举一个反例即可.

例3 求证: 关于x的方程$x^2+2ax+b=0$有实数根，且两根均小于2的充分但不必要条件是$a\geqslant 2$且$|b|\leqslant 4$.

解: 先证充分性，而必要性只需要通过举反例来否定.

先证明条件的充分性:

$\because \begin{cases} a\geqslant 2 \\ b\leqslant 4 \end{cases}\Rightarrow a^2\geqslant 4\geqslant b$, $\therefore \Delta=4(a^2-b)\geqslant 0$, ∴方程有实数根 ①

$\because \begin{cases} a\geqslant 2 \\ b\geqslant -4 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} -2a\leqslant -4 \\ b\geqslant -4 \end{cases}$, $\therefore (x_1-2)+(x_2-2)=(x_1+x_2)-4=-2a-4\leqslant -4-4=-8<0$,

而$(x_1-2)(x_2-2)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4=b+4a+4\geqslant -4+8+4=8>0$,

$\therefore \begin{cases} (x_1-2)+(x_2-2)<0 \\ (x_1-2)(x_2-2)>0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x_1-2<0 \\ x_2-2<0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} x_1<2 \\ x_2<2 \end{cases}$,

①、②知“$a\geqslant 2$且$|b|\leqslant 4$”$\Rightarrow$“方程有实数根，且两根均小于2”.

再验证条件不必要:

∵方程$x^2-x=0$的两根为$x_1=0$，$x_2=1$，则方程的两根均小于2，而$a=-\frac{1}{2}<2$,

∴“方程的两根小于 2”$\nRightarrow$“$a\geqslant 2$ 且$|b|\leqslant 4$”.

综上，$a\geqslant 2$ 且$|b|\leqslant 4$ 是方程有实数根且两根均小于 2 的充分但不必要条件.

【点评】充分条件与必要条件是数学学习中的重要概念，在解答任何一个数学问题时都必须准确认识到问题所需要解决的是满足条件的充分性、必要性，还是充分且必要. 对于证明题、计算题等，往往只需满足命题条件的充分性，即由条件进行推理、演绎得出结论；而对于求参数的范围，求不等式的解集，求函数的值域等许多问题，则必需保证推理的充要性.

解题方法

1. 充分条件、必要条件常用判定法

1) 定义法：判断 B 是 A 的什么条件，实际上就是判断 $B\Rightarrow A$ 或 $A\Rightarrow B$ 是否成立，只要把题目中所给条件按逻辑关系画出箭头示意图，在利用定义即可判断.

2) 集合法：在对命题的条件和结论间的关系判断有困难时，有时可以考虑从集合的角度来考虑. 若集合 $A=\{x\,|\,x\text{满足条件}p\}$，$B=\{x\,|\,x\text{满足条件}q\}$，则有

若 $A\subseteq B$，则 A 是 B 的充分条件；

若 $A\supseteq B$，则 A 是 B 的必要条件；

若 $A=B$，则 A 是 B 的充要条件； 、

若 $A\not\subseteq B$，且 $A\not\supseteq B$，则 A 既不是 B 的充分条件，也不是 B 的必要条件.

3) 转换法：当所给命题的充要条件不易判定时，可对命题进行等价转换，如改用其逆否命题进行判断.

2. 充要条件的证明

1) 一般地，条件已知证明结论成立是充分性，结论已知推出条件成立是必要性

2) 有关充要条件的证明问题，要分清楚哪个是条件，哪个是结论. 由“条件”$\Rightarrow$“结论”是证命题的充分性. 由“结论”$\Rightarrow$“条件”是证明题的必要性. 证明时应该施行由条件到结论，由结论到条件的两次证明.

训练广场 仿真演练

基础达标训练

1.“$\theta=-\dfrac{\pi}{3}$”是“$\tan\theta=2\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)$”的（ ）

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 设原命题：若 $a+b\geqslant 2$，则 a，b 中至少有一个不小于 1. 则原命题与其逆命题的真假情况是（ ）

A. 原命题真，逆命题假 B. 原命题假，逆命题真

C. 原命题与逆命题均为真命题 D. 原命题与逆命题均为假命题

3. 命题：“若 $a^2+b^2=0\,(a，b\in\mathbf{R})$，则 $a=b=0$”的逆否命题是（ ）

A. 若 $a\neq b\neq 0\,(a，b\in\mathbf{R})$，则 $a^2+b^2\neq 0$ B. 若 $a=b\neq 0\,(a，b\in\mathbf{R})$，则 $a^2+b^2\neq 0$

C. 若 $a\neq 0$ 且 $b\neq 0\,(a，b\in\mathbf{R})$，则 $a^2+b^2\neq 0$ D. 若 $a\neq 0$ 或 $b\neq 0\,(a，b\in\mathbf{R})$，则 $a^2+b^2\neq 0$

4. 设 $a\in R$，则 $a>1$ 是 $\dfrac{1}{a}<1$ 的（ ）

A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 一次函数 $y=-\dfrac{m}{n}x+\dfrac{1}{n}$ 的图象同时经过第一、三、四象限的必要但不充分条件是（ ）

A. $m>1$，$n<-1$ B. $mn<0$ C. $m>0$，$n<0$ D. $m<0$，$n<0$

6. 已知 p：关于 x 的不等式 $x^2+2ax-a>0$ 的解集是 R，q：$-1<a<0$，则 p 是 q 的（ ）

A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充分必要条件 D. 既非充分又非必要条件

7. 设 α、β 是方程 $x^2-mx+n=0$ 的两个实根. 那么“$m>2$ 且 $n>1$”是“两根 α、β 均大于 1”的（ ）

A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

能力提升训练

1.“双曲线的方程为 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$”是“双曲线的准线方程为 $x=\pm\dfrac{9}{5}$”的（ ）

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 若集合 $P=\{1,2,3,4\},Q=\{x|0<x<5,x\in R\}$，则（　　）

A.“$x\in p$”是“$x\in Q$”的充分条件但不是必要条件　B.“$x\in p$”是“$x\in Q$”的必要条件但不是充分条件

C.“$x\in p$”是“$x\in Q$”的充要条件　D.“$x\in p$”既不是“$x\in Q$”的充分条件也不是“$x\in Q$”的必要条件

3.“a=1”是“直线 $x+y=0$ 和直线 $x-ay=0$ 互相垂直”的(　　)条件

A. 充分而不必要条件　B. 必要而不充分条件　C. 充要条件　D. 既不充分也不必要条件

4. 给出命题：若函数 $y=f(x)$是幂函数，则函数 $y=f(x)$的图象不过第四象限，在它的逆命题、否命题，逆否命题三个命题中，真命题的个数是（　　）

A. 3　B. 2　C. 1　D. 0

5. 命题：“若 $a\cdot b$ 不为零，则 a，b 都不为零”的逆否命题是________________.

6. 已知p,q都是r的必要条件，s是r的充分条件，q是s的充分条件，则s是q的____________条件，r是q的____________条件，p是s的____________条件.

7. 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题，并判断它们的真假.

(1) 已知 a,b,c 为实数，若 $ac<0$，则 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实根；

(2) 若 ab=0，则 a=0 或 b=0，(3)若 $x^2+y^2=0$，则 x 、y 全为零.

（三）简单的逻辑联结词、全称量词与存在量词

高考展望　考情解读

考纲透析

1. 了解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.
2. 理解全称量词与存在量词的意义.
3. 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.
4. 会判断复合命题、全称命题与特称命题的真假
5. 能写出含有一个量词的命题的否定.

命题趋势

逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科，基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可或缺的工具，高考命题上以考查学生推理能力为重点，一般不会单独命题，经常跟其它知识结合在一起，在知识的交汇点处命题；全称量词与存在量词作为新增内容，很有可能在选择题、填空题中出现. 2010 年高考命题仍会考查几种命题的否定以及它们真假的判断，且以真假判定为重点，兼顾命题的否定.

高考体验

1. (2009 年辽宁卷文)下列 4 个命题

$p_1:\exists x\in(0,+\infty),(\frac{1}{2})^x<(\frac{1}{3})^x$　　$p_2:\exists x\in(0,1),\ \log_{\frac{1}{2}}x>\log_{\frac{1}{3}}x$

$p_3:\forall x\in(0,+\infty),(\frac{1}{2})^x>\log_{\frac{1}{2}}x$　　$p_4:\forall x\in(0,\frac{1}{3}),(\frac{1}{2})^x<\log_{\frac{1}{3}}x$

其中的真命题是（　　）

A. p_1,p_3　B. p_1,p_4　C. p_2,p_3　D. p_2,p_4

2. (2009 年天津卷理)命题“存在 $x_0\in$R，$2^{x_0}\le 0$”的否定是（　　）

A. 不存在 $x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}>0$　B. 存在 $x_0\in\mathbf{R}$，$2^{x_0}\geqslant 0$

C. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$2^x\leqslant 0$　D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$2^x>0$

【答案与解析】

1. D　取 $x=\frac{1}{2}$，则 $\log_{\frac{1}{2}}x=1$，$\log_{\frac{1}{3}}x=\log_3 2<1$，$p_2$ 正确；当 $x\in(0,\frac{1}{3})$时，$(\frac{1}{2})^x<1$，而 $\log_{\frac{1}{3}}x>1$，p_4 正确.

2. D　由题否定即“不存在 $x_0\in R$，使 $2^{x_0}\leqslant 0$”，故选择 D.

知识点击　策略探究

考点精析

1. 逻辑联结词

1) 常用的逻辑联结词：“或”、“且”、“非”.

“或”是具有“选择”性的逻辑联结词，“且”是具有“兼有”性的逻辑联结词，“非”是具有“否定”性的逻辑联结词. 它们有时可以有意义相同的不同说法. 如“既是 p 又是 q”实际上是“p 且 q”其中“或”与日常生活用语中的“或”、“或者”相近，但二者有时有区别，生活用语中，许多场合用“或者”是指从联结的几部分中选一，如“我去打篮球或去踢足球”(两者不兼有)；在数学中“$\leqslant$”、“$\geqslant$”就是表述“或”形式的命题，以防出错.

2) 简单命题：不含逻辑联结词的命题.

3) 复合命题：由简单命题与逻辑联结词构成的命题.

2. 判断复合命题的真假

1) 判断复合命题的真假的步骤：

(1) 确定复合命题的构成形式；

(2)判断其中简单命题的真假；

(3) 根据其真值表判断复合命题的真假.

2) 利用真值表判断复合命题的真假

(1)“非 p”形式的复合命题真假与 p 的真假相反

“非 p”形式复合命题的真假可以用下表表示：

p	非 p
真	假
假	真

(2)“p 且 q”形式复合命题当 p 与 q 同为真时为真，其他情况为假.

“p 且 q”形式复合命题的真假可以用下表表示：

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

(3)“p 或 q”形式复合命题当 p 与 q 同为假时为假，其他情况为真.

“p 且 q”形式复合命题的真假可以用下表表示：

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

像上面那样表示命题的真假的表叫真值表. 为更好的记住复合命题的真值表，可对应以下口决：对于“p 或 q”形式复合命题，记“一真必真”；对于“p 且 q”形式复合命题，记“一假必假”；对于“非 p”形式复合命题，记“真假相对”.

3)判断一个“若 p 则 q”形式的复合命题的真假不能用真值表时，可采用下列方法

若由 p 经过逻辑推理能得到 q，则可确定“若 p 则 q”为真命题. 确定“若 p 则 q”为假命题，只需举出一个反例即可.

3. 全称量词与存在量词

1) 全称量词：短语“对所有的”、“对任意一个”在陈述中表示所述事物的全体，逻辑中通常叫做全称量词，并用符号$\forall$表示. 常用的全称量词有“全部”、“所有”、“任意一个”、“一切”、“每一个”、“任给”等.

2) 全称命题：含有全称量词的命题. 通常,将含有变量x的语句用$P(x),Q(x),R(x)\cdots\cdots$表示，变量$x$的取值范围用$M$表示. 那么，全称命题“对$M$中的任意一个$x$,有$P(x)$成立”可用符号简记为“$\forall x\in M,P(x)$”,读作"对任意$x$属于$M$,有$P(x)$成立.

3) 存在量词：短语“有一个”或“有些”或“至少有一个”在陈述中表示所述事物的个体或部分，逻辑中通常叫做存在量词，并用符号$\exists$表示. 常用的存在量词有“存在一个”、“至少有一个”、“有些”、“有一个”、“对某个”、“有的”等.

4) 特称命题：含有存在量词的命题，叫做特称命题. 其形式为“存在一个x属于M，使$P(x)$成立”，用符号简记为：“$\exists x\in M,P(x)$”.

5) 同一全称命题、特称命题，由于自然语言的不同，可能有不同的表述方法，在实际应用中可以灵活的选择.

命题	全称命题“$\forall x\in A,p(x)$”	特称命题“$\exists x\in A,p(x)$”
表述方法	①对所有的$x\in A,p(x)$成立 ②对一切$x\in A,p(x)$成立 ③对每一个$x\in A,p(x)$成立 ④任选一个$x\in A$，使$p(x)$成立 ⑤凡$x\in A$，都有$p(x)$成立	①存在$x\in A$，使$p(x)$成立 ②至少有一个$x\in A$，使$p(x)$成立 ③对有些$x\in A$，使$p(x)$成立 ④对某个$x\in A$，使$p(x)$成立 ⑤有一个$x\in A$，使$p(x)$成立

4. 含一个量词的否定

1) 全称命题p：$\forall x\in M$，$P(x)$,它的否定$\neg p$：$\exists x_0\in M$，$\neg P(x_0)$。全称命题的否定是特称命题.

特称命题p：$\exists x_0\in M$，$P(x_0)$,它的否定$\neg p$：$\forall x\in M$，$\neg P(x)$. 特称命题的否定是全称命题.

2) 常见词语的否定

原词语	等于	大于(>)	是	都是	至多有一个
否定词语	不等于	不大于(≤)	不是	不都是	至少有两个
原词语	所有的	任意的	任意两个	至多有n个	至少有一个
否定词语	某些	某个	某两个	至少有n+1个	一个也没有

另外，p或q的否定为：非p且非q，p且q的否定为：非p或非q.

典例分析

例1 如果命题“非p或非q”是假命题，则在下列各结论中，正确的为（　　）

(1) 命题“p且q”是真命题.　　(2) 命题“p且q”是假命题.

(3) 命题“p或q”是真命题.　　(4) 命题“p或q”是假命题.

A. (1)(3)　　B. (2)(4)　　C. (2)(3)　　D. (1)(4)

解：∵“非p或非q”是假命题，∴“非p”与“非q”均为假命题

∴p与q均为真命题，∴(1)(3)都是正确的，而(2)(4)都是错误的，故应选择A.

【点评】这里首先应根据“或”字联结的复合命题非p或非q为假，得到p与q的真假情况，其次再根据p与q的真假情况对以上四个命题逐个作出判断，最后应根据判断情况作出正确选择.

例2 将下列命题分别用“且”与“或”联结成新命题“$p\wedge q$”与“$p\vee q$”的形式，并判断它们的真假.

(1) p：平行四边形的对角线互相平分，q：平行四边形的对角线相等.

(2) p：菱形的对角线互相垂直，q：菱形的对角线互相平分.

(3) p：35是15的倍数，q：35是7的倍数.

解：(1) $p\wedge q$：平行四边形的对角线互相平分且平行四边形的对角线相等.也可简写成平行四边形的对角线互相平分且相等.

$p\vee q$：平行四边形的对角线互相平分或平行四边形的对角线相等，也可简写成平行四边形的对角线互相平分或相等.

由于p是真命题，且q也是真命题，所以$p\wedge q$是真命题，$p\vee q$也是真命题.

(2) $p\wedge q$：菱形的对角线互相垂直且菱形的对角线互相平分，也可简写成菱形的对角线互相垂直且平分.

$p\vee q$：菱形的对角线互相垂直或菱形的对角线互相平分，也可简写成菱形的对角线互相垂直或平分.

由于p是真命题，且q也是真命题，所以$p\wedge q$是真命题，$p\vee q$也是真命题.

(3) $p\wedge q$：35是15的倍数且35是7的倍数，也可简写成35是15的倍数且是7的倍数..

$p\vee q$：35是15的倍数或35是7的倍数，也可简写成35是15的倍数或是7的倍数.

由于p是假命题，q是真命题，所以$p\wedge q$是假命题，$p\vee q$是真命题.

【点评】在用“且”或“或”联结新命题时，如果简写，应注意保持命题的意思不变.