



1年

WUNIAN
ZHONGKAODIUFENTI

中考丢分题

教材考点
专项对接

数学

JIAOCAIKAODIAN

ZHUANXIANG DUJIE

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司

辽海出版社

使用说明

编者权威

提炼经典

借时省力

有的放矢

高效提分

效果明显

为了给广大初中毕业生提供一套科学的、实用的升学复习使用的教辅图书，我们专门组织各地中考命题人员、多年从事初中毕业班教学有丰富经验的名师和资深的教育专家进行多次座谈研讨，对市场上销售的各类中考复习图书进行了深入细致的研究。在编写这套丛书时，避免了以往复习题陈旧、涵盖知识不够全面、习题内容缺少梯度、题型大量重复等现象，力求做到有的放矢地学习，使中考复习省时、省力、高效，达到举一反三、事半功倍的效果。

梳理巩固

验收过关

画龙点睛

避免丢分

中考变化

提前预测

本丛书以课程标准和考试说明为依据，按专项知识分块编写。主要意图是通过对所学知识的梳理巩固，达到验收过关；通过对近五年全国各地中考题型试题的全面分析，准确把握当前中考的题型变化；通过对丢分试题的解读，使学习得法，避免丢分、少走弯路；通过对明年中考试题的早预测，提前掌握考题发展变化和命题趋势。

考点全面

贴近中考

科学实用

便于教学

便于自学

便于辅导

本丛书考点全面，贴近中考，内容新颖，重点突出，详略得当，知识分布合理，实用性较强。既便于教师在课堂上教学，又便于学生自学，同时也满足了家长对孩子进行辅导的需求。

目 录



知识模块

模块一 数与式

专项 1 有理数 / 001

专项 2 实数 / 006

专项 3 整式 / 010

专项 4 分式 / 014

模块二 方程与不等式

专项 5 整式方程 / 017

专项 6 分式方程 / 024

专项 7 不等式与不等式组 / 028

模块三 函数

专项 8 平面直角坐标系 / 035

专项 9 一次函数 / 040

专项 10 反比例函数 / 047

专项 11 二次函数 / 052

模块四 图形的认识与证明

专项 12 角、相交线与平行线 / 060

专项 13 三角形 / 064

专项 14 平行四边形 / 071

专项 15 特殊的平行四边形 / 075

专项 16 梯形 / 081

专项 17 圆 / 087

专项 18 解直角三角形 / 092

模块五 图形与变换

专项 19 图形的对称、平移与旋转 / 098

专项 20 图形的相似 / 104

专项 21 视图与投影 / 109

模块六 统计与概率

专项 22 统计 / 114

专项 23 概率 / 123



热点题型

专项 24 阅读理解型试题 / 131

专项 25 方案设计与决策型试题 / 136

专项 26 开放与探究型试题 / 140

专项 27 综合压轴试题 / 145



答案全解 (见附本)

知识模块

模块一 数与式

专项1 有理数



课标考点

1. 理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小。
2. 理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的相反数与绝对值。
3. 理解有理数乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的有理数运算。
4. 理解有理数的运算法则，并能运用运算法则简化运算等。
5. 能运用有理数的运算解决简单的实际问题。
6. 会用科学记数法表示一个绝对值较大的数。
7. 能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断。



命题趋势

1. 本部分所学知识是初中代数的基础内容，也是历年中考的必考内容。课标对这部分所涉及的知识点要求大部分在了解和理解的范畴内，在各地中考的试题中多以选择题、填空题的形式出现，试题都比较简单，属于得分类知识点，常考的知识点有科学记数法、有理数比较大小、数轴、绝对值、有理数简单运算等。
2. 近几年的各地中考试题中也出现了规律探索、阅读理解、定义新运算等创新题型，还有一些与实际生活联系紧密的实际问题，这些都是今后出题的热点，同学们要注意。



应知应会

1. 数轴的三要素为_____、_____和_____。
2. 用科学记数法表示较大的数或较小的数：

(1) 将较大的正数 N ($N>1$) 表示为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a _____，指数 n 为原数的 _____ 的差；

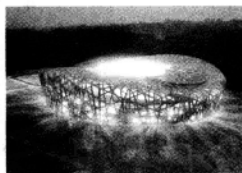
(2) 将小于 1 的正数 N 表示为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a _____，指数 n 为第一位有效数字前零的个数的 _____。

3. 利用数轴比较有理数的大小：在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数 _____，正数位于原点的 _____，负数位于原点的 _____。
4. 有理数的混合运算步骤：先 _____，再 _____，最后 _____。
5. 会解规律问题、阅读问题、实际问题。



易丢分题精析

例 1 2008 年北京奥运会开幕式于 8 月 8 日在被喻为“鸟巢”（如图）的国家体育场举行。国家体育场建筑面积为 25.8 万 m^2 ，这个数用科学记数法表示为 _____ m^2 。



【命题意图】 本题主要考查学生应用科学记数法的相关知识表示大数的问题。科学记数法是各地中考的热点试题，属于应知应会的知识。只要同学们理解大数和小数的表示方法，再认真审题就不会出错了。

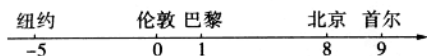
【错解精选】 (1) 2.58×10^2 (2) 0.258×10^6

【错解分析】 本题原数的单位是万 m^2 ，结果是要表示为 m^2 ，有的同学没注意单位换算，造成了错解 (1)；造成错解 (2) 的原因是对于较大数用科学记数法怎样表示不理解， $a \times 10^n$ 中的 a 应为 $1 \leq a < 10$ ， n 应为整数位减 1。

【正确答案】 2.58×10^5

例 2 2008 年 8 月第 29 届奥运会在北京开幕, 5 个城市的国标准时间 (单位: 时) 在数轴上表示如图所示, 那么北京时间 2008 年 8 月 8 日 20 时应是 ()

- A. 伦敦时间 2008 年 8 月 8 日 11 时
B. 巴黎时间 2008 年 8 月 8 日 13 时
C. 纽约时间 2008 年 8 月 8 日 5 时
D. 首尔时间 2008 年 8 月 8 日 19 时



【命题意图】 本题利用数轴表示世界各地的时间, 用这种方式检验学生有理数的运算能力.

【错解精选】 A、C、D

【错解分析】 本题巧妙地将世界各地的时间换算问题与有理数运算、数轴紧密地结合在一起, 形成了典型的数形结合问题, 是一类新颖的试题, 但由于一部分同学由于对从图形上获取信息、整理信息的能力差, 对这 5 个城市的国际标准时间之间的关系搞不清楚, 无从下手.

【正确答案】 选择 B. 理由: 本题从数轴上可以看出纽约、伦敦、巴黎的时间分别比北京早 13, 8, 7 个小时; 首尔的时间比北京的时间晚 1 个小时, 利用有理数运算易得正确结论.

例 3 把正整数 1, 2, 3, 4, 5, ..., 按如下规律排列:

1,
2, 3,
4, 5, 6, 7,
8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
...

按此规律, 可知第 n 行有 _____ 个正整数.

【命题意图】 本题主要考查学生探索规律的能力. 观察探索规律问题是近来中考的热点问题, 必须掌握此类问题的解题方法与技巧.

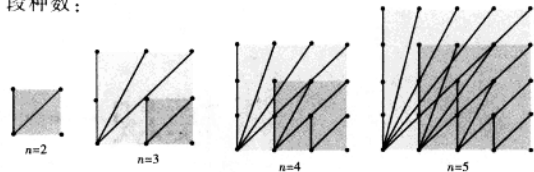
【错解精选】 (1) n (2) $2n$ (3) 看不出来规律

【错解分析】 观察能力差, 一些同学不能观察出数字排列的规律; 另一些同学即使是观察出来数字的特点, 但因为归纳能力差, 因此无法写出规律性的等式.

【正确答案】 2^{n-1} . 理由: 本题从表面看似似乎没什么规律, 但你仔细分析就会发现: 第一行有 1 个数字; 第二行有 2 个数字; 第三行有 4 个数字; 第四行有 8 个数字; 每

一行第一个数字是几, 这一行就有几个数字, 因此只要找出 1, 2, 4, 8 的规律, 即可知第 n 行有几个数字, 因此正确结论为 2^{n-1} 个.

例 4 探索 $n \times n$ 的正方形钉子上 (n 是钉子板每边上的钉子数), 连接任意两个钉子所得到的不同长度值的线段种数:



当 $n=2$ 时, 钉子上所连不同线段的长度值只有 1 与 $\sqrt{2}$, 所以不同长度值的线段只有 2 种, 若用 S 表示不同长度值的线段种数, 则 $S=2$;

当 $n=3$ 时, 钉子上所连不同线段的长度值只有 1, $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{5}$, $2\sqrt{2}$ 五种, 比 $n=2$ 时增加了 3 种, 即 $S=2+3=5$.

(1) 观察图形, 填写下表:

钉子数 ($n \times n$)	S 值
2×2	2
3×3	$2+3$
4×4	$2+3+(\quad)$
5×5	$(\quad)$

(2) 写出 $(n-1) \times (n-1)$ 和 $n \times n$ 的两个钉子上, 不同长度值的线段种数之间的关系; (用式子或语言表述均可)

(3) 对 $n \times n$ 的钉子板, 写出用 n 表示 S 的代数式.

【命题意图】 本题是考查学生的阅读理解、观察图形, 归纳总结问题的能力, 考查学生如何在复杂的图形中建立起数学模型, 利用数学知识解决问题的能力. 在审题中不要被叙述长、图形复杂所困扰.

【错解精选】 (1) 4, $2+3+5$.

(2) $n \times n$ 的钉子板比 $(n-1) \times (n-1)$ 的钉子板中不同长度的线段种数增加了 1 种.

(3) $2+3+n$.

【错解分析】 本题是阅读理解题, 要求在理解题意的基础上, 进行归纳总结, 由于题中的图形比较复杂, 造成一些同学的心理恐慌, 因此各问都出现了问题.

【正确答案】 (1) 4, $2+3+4+5$ (或 14).

(2) ① $n \times n$ 的钉子板比 $(n-1) \times (n-1)$ 的钉子板中不同长度的线段种数增加了 n 种; ② 分别用 a , b 表示 $n \times n$ 与 $(n-1) \times (n-1)$ 的钉子板中不同长度值的线段种数, 则有 $a = b + n$.

1) $\times(n-1)$ 的钉子板中不同长度的线段种数, 则 $a=b+n$.

(3) $S=2+3+4+\cdots+n$.



5 年全国中考易丢分题精选

一、选择题

1. (09 年佛山) 据佛山日报报道, 2009 年 6 月 1 日佛山市最高气温是 33°C , 最低气温是 24°C , 则当天佛山市气温 $t (^{\circ}\text{C})$ 的变化范围是 ()

- A. $t > 33$ B. $t \leq 24$
C. $24 < t < 33$ D. $24 \leq t \leq 33$

2. (05 年广东) 下列计算结果是 -1 的式子是 ()

- A. $-1-1$ B. $(-1)^0$
C. $-(-1)$ D. 1^{-1}

3. (09 年山西) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^5 \div a^2 = a^3$ B. $(-2)^{-1} = 2$
C. $(-3x^2) \cdot 2x^3 = -6x^6$ D. $(\pi-3)^0 = 1$

4. (07 年呼和浩特) 某种生物孢子的直径为 0.00063 m , 用科学记数法表示为 ()

- A. $0.63 \times 10^{-3} \text{ m}$ B. $6.3 \times 10^{-4} \text{ m}$
C. $6.3 \times 10^{-3} \text{ m}$ D. $63 \times 10^{-5} \text{ m}$

5. (08 年沈阳) 沈阳市计划从 2008 年到 2012 年新增林地面积 253 万亩, 253 万亩用科学记数法表示正确的是 ()

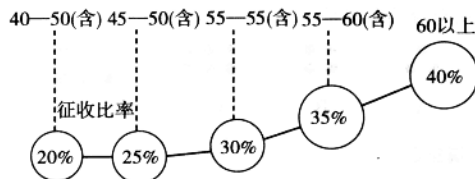
- A. 25.3×10^5 亩 B. 2.53×10^6 亩
C. 2.53×10^4 亩 D. 2.53×10^7 亩

6. (06 年浙江) 自 2006 年 3 月 26 日起, 国家对石油开采企业销售国产石油因价格超过一定水平 (每桶 40 美元) 所获的超额收入, 将按比例征收收益金 (征收比率及算法举例如下面的图和表). 有人预测中国石油公司 2006 年第 3 季度将销售 200 百万桶石油, 售价为每桶 53 美元, 那么中国石油公司该季度估算的特别收益金将达到人民币 (按 1 美元兑换 8 元人民币的汇率计算) ()

石油特别收益金计算举例

石油价格 (美元/桶)	石油特别收益金 (美元/桶)
40	0
45	$5 \times 20\%$
48	$5 \times 20\% + 3 \times 25\% = 1.75$
55	3.75
...	...

石油特别收益金征收比率

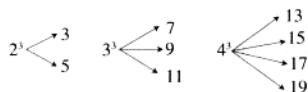


第 6 题图

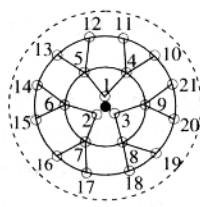
- A. 62.4 亿元 B. 58.4 亿元
C. 50.4 亿元 D. 0.504 亿元

7. (08 年衢州) 2^3 , 3^3 和 4^3 分别可以按如图所示方式“分裂”成 2 个, 3 个和 4 个连续奇数的和, 6^3 也能按此规律进行“分裂”, 则 6^3 “分裂”出的奇数中最大的是 ()

- A. 41 B. 39 C. 31 D. 29



8. (08 年台州) 课题研究小组对附着在物体表面的三个微生物 (课题小组成员把他们分别标号为 1, 2, 3) 的生长情况进行观察记录. 这三个微生物第一天各自一分为二, 产生新的微生物 (分别被标号为 4, 5, 6, 7, 8, 9), 接下去每天都按照这样的规律变化, 即每个微生物一分为二, 形成新的微生物 (课题组成员用如图所示的图形进行形象的记录). 那么标号为 100 的微生物会出现在 ()



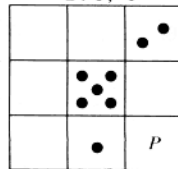
第 8 题图

A. 第 3 天 B. 第 4 天 C. 第 5 天 D. 第 6 天

9. (09 年眉山) 为确保信息安全, 信息需加密传输, 发送方将明文加密为密文传输给接收方, 接收方收到密文后解密还原为明文. 已知某种加密规则为: 明文 a , b 对应的密文为 $a-2b$, $2a+b$. 例如, 明文 1, 2 对应的密文是 -3 , 4. 当接收方收到密文是 1, 7 时, 解密得到的明文是 ()

- A. $-1, 1$ B. $1, 3$ C. $3, 1$ D. $1, 1$

10. (07 年河北) 我国古代的“河图”是由 3×3 的方格构成, 每个方格内均有数目不同的点图, 每一行、每一列以及每一条对角线上的三个点图的点数之和均相等.



第 10 题图

如图给出了“河图”的部分点图, 请你推算出P处所对应的点图是 ()



二、填空题

11. (07年呼和浩特) 一根钢筋长 a 米, 第一次用去了全长的 $\frac{1}{3}$, 第二次用去了余下的 $\frac{1}{2}$, 则剩余部分的长度为 _____ 米. (结果要化简)
12. (08年济宁) 1766年德国人提丢斯发现, 太阳系中的行星到太阳的距离遵循下表所示的规律:

顺次	1	2	3	4	5	6	...
行星名称	水星	金星	地球	火星	谷神星	木星	...
距离/天文单位	0.4	0.7	1	1.6	2.8	5.2	...

根据表格, 第7颗行星到太阳的距离是 _____ 个天文单位.

13. (05年广东) 纳米是一种长度单位, 常用于度量物质原子的大小, 1 纳米 = 10^{-9} 米, 已知某种植物孢子的直径为 45000 纳米, 用科学记数法表示该孢子的直径为 _____ 米.
14. (08年湘潭) 今年5月12日, 四川汶川发生里氏8.0级强烈地震, 给灾区带来了深重的灾难, 全世界人民时刻关注着灾区人民, 踊跃为灾区人民捐款, 到6月3日止各地共捐款约 423.64 亿元, 请你用科学记数法表示捐款数约为 _____ 元. (保留两个有效数字)
15. (08年沈阳) 观察下列图形的构成规律, 根据此规律, 第8个图形中有 _____ 个圆.

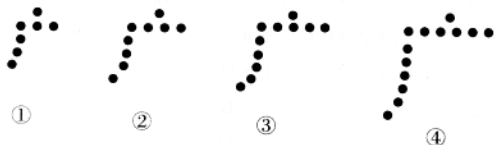


第15题图

16. (09年肇庆) 观察下列各式: $\frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right)$, $\frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$, $\frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right)$, ..., 根据观察计算: $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} =$ _____.

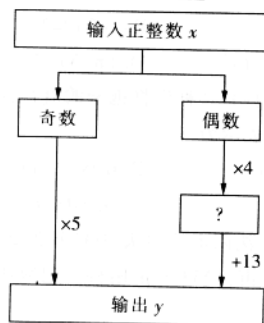
(n 为正整数)

17. (09年广州) 如图①, 图②, 图③, 图④, ..., 是用围棋棋子按照某种规律摆成的一行“广”字, 按照这种规律, 第5个“广”字中的棋子个数是 _____, 第 n 个“广”字中的棋子个数是 _____.



第17题图

18. (07年陕西) 如图, 要使输出值 y 大于 100, 则输入的最小正整数 x 是 _____.



第18题图

三、解答题

19. (08年郴州) 计算:

$$\left(\frac{1}{2} \right)^{-2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^0 - 2\sin 30^\circ + |-3|.$$

20. (06年北京) 计算:

$$\sqrt{12} + |- \sqrt{3}| - (-2006)^0 + \left(\frac{1}{2} \right)^{-1}.$$

21. (09年佛山) (1) 列式: x 与 20 的差不小于 0;

(2) 若 (1) 中的 x (单位: cm) 是一个正方形的边长, 现将正方形的边长增加 2 cm, 则正方形的面积至少增加多少?

22. (09 年温州) 在学习过程中, 小明发现: 当 $n=1, 2, 3$ 时, n^2-6n 的值都是负数. 于是小明猜想: 当 n 为任意正整数时, n^2-6n 的值都是负数. 小明的猜想正确吗? 请简要说明你的理由.

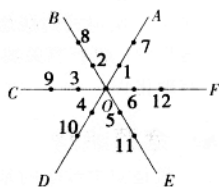
23. (07 年黄冈) 传销是一种危害极大的非法商业诈骗活动, 国家是明令禁止的. 参与传销活动的人, 最终是要上当受骗的. 据报道, 某公司利用传销活动诈骗投资人, 谎称“每位投资者每投资一股 450 元, 买到一件价值 10 元的商品后, 另外可得到 530 元的回报, 每一期投资到期后, 若投资人继续投资, 下一期追加的投资股数必须是上一期的 2 倍”.

退休的张大爷先投资了 1 股, 以后每期到期时, 不断追加投资, 当张大爷某一期追加的投资数为 16 股时, 被告知该公司破产了.

- (1) 假设张大爷在该公司破产的前一期停止投资, 他的投资回报率是多少? (回报率 = $\frac{\text{回报金额}-\text{投资金额}}{\text{投资额}} \times 100\%$)
- (2) 试计算张大爷在参与这次传销活动中共损失了多少元钱?

24. (07 年贵阳) 如图, 平面内有公共端点的六条射线 OA, OB, OC, OD, OE, OF , 从射线 OA 开始按逆时针方向依次在射线上写出数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...

- (1) “17” 在射线 _____ 上.
- (2) 请任意写出三条射线上数字的排列规律.
- (3) “2007” 在哪条射线上?



第 24 题图

25. (06 年河北) 观察下面的点阵图形和与之相对应的等式, 探究其中的规律:

- (1) 请你在④和⑤后面的横线上分别写出相对应的等式:

①  $\longleftrightarrow 4 \times 0 + 1 = 4 \times 1 - 3;$

②  $\longleftrightarrow 4 \times 1 + 1 = 4 \times 2 - 3;$

③  $\longleftrightarrow 4 \times 2 + 1 = 4 \times 3 - 3;$

④  $\longleftrightarrow$ _____;

⑤  $\longleftrightarrow$ _____.

- (2) 通过猜想, 写出与第 n 个图形相对应的等式.

26. (06 年南充) 有规律排列的一列数: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

它的每一项可用式子 $2n$ (n 是正整数) 来表示.

有规律排列的一列数: 1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, ...

- (1) 它的每一项你认为可用怎样的式子来表示?
- (2) 它的第 100 个数是多少?
- (3) 2006 是不是这列数中的数? 如果是, 是第几个数?



明年中考试题早预测

一、选择题

1. -8 的倒数是 ()

A. 8 B. -8 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

2. 据《宁波市休闲旅游基地和商务会议基地建设五年行

动计划》，预计到2012年，宁波市接待游客容量将达到4640万人次。其中4640万用科学记数法可表示为（ ）

- A. 0.464×10^9 B. 4.64×10^8
C. 4.64×10^7 D. 46.4×10^6

3. 纳米是非常小的长度单位，已知1纳米= 10^{-6} 毫米，某种病毒的直径为100纳米，若将这种病毒排成1毫米长，则病毒的个数是（ ）

- A. 10^2 个 B. 10^4 个 C. 10^6 个 D. 10^8 个

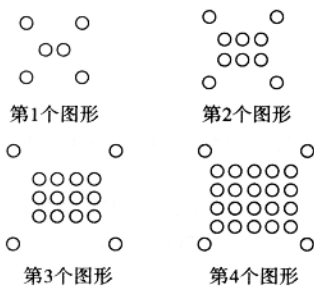
4. 化简 $a+b+(a-b)$ 的最后结果是（ ）

- A. $2a+2b$ B. $2b$ C. $2a$ D. 0

二、填空题

5. 小说《达·芬奇密码》中的一个故事里出现了一串神秘排列的数，将这串令人费解的数按从小到大的顺序排列为：1, 1, 2, 3, 5, 8, …，则这列数的第8个数是_____。

6. 将一些半径相同的小圆按如图所示的规律摆放：第1个图形有6个小圆，第2个图形有10个小圆，第3个图形有16个小圆，第4个图形有24个小圆，……，依此规律，第6个图形有_____个小圆。



第6题图

三、解答题

7. 计算： $2^{-1} - (2008 - \pi)^0 + \sqrt{3} \cos 30^\circ$.

8. 计算： $(\sqrt{3})^0 - \left| 1 - \frac{1}{2} \right| + 2^{-1}$.

9. 符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称为二阶行列式，规定它的运算法则

为： $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ ，请你根据上述规定求出下列等式

中 x 的值：

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ \frac{1}{1-x} & \frac{1}{x-1} \end{vmatrix} = 1.$$

10. 如果 a, b, c 是三个任意的整数，那么在 $\frac{a+b}{2}$ ，

$\frac{b+c}{2}$ ， $\frac{c+a}{2}$ 这三个数中至少会有几个整数？请利用整数的奇偶性简单说明理由。

专项2 实数



课标考点

1. 了解算术平方根、平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根。
2. 了解开方与乘方是互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根，会用计算器求平方根和立方根。
3. 了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应，了解数的范围由有理数扩大到实数后，概念和运算的一致性。

4. 能用有理数估计一个无理数的大致范围。

5. 了解近似数与有效数字的概念，在解决实际问题中，能用计算器进行近似数计算，并按问题的要求对结果取近似值。

6. 了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则，会用它们进行有关实数的简单四则运算（不要求分母有理化）。



命题趋势

1. 实数是初中数学的基础内容，在中考中多以选择题、

填空题及简单的计算题的形式出现,分值一般在 5~8 分左右,这部分试题的难度比较小,只要认真掌握这部分知识点,解决这类问题还是比较容易的,考题多以对概念的理解,简单的计算为主.

2. 近几年各地中考中也出现了估算和利用计算器探究规律的题型以及与实际生活相联系的实际问题.



应知应会

- 一个正数有 个平方根,它们互为 , 0 的平方根是 , 没有平方根.
- 正数 a 的 , 叫做 a 的算术平方根.
- 平方根与算术平方根的区别及联系:
区别: ① 不同;
② 不同;
③ 不同;
④ 不同.
联系: ① 具有包含关系;
② 存在条件相同;
③ 0 的平方根、算术平方根均为 0.
- 正数有 正的立方根; 负数有 负的立方根; 0 的立方根 .
- 近似数与有效数字: 一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位, 这时, 从左边第一个不是 的数字起, 到 为止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.
- 一般地, 我们把形如 的式子叫做二次根式.
- 二次根式的性质:
(1) 非负性: $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个 ;
(2) 基本性质: .
- 有理数的运算律在实数范围内都适用, 它的运算顺序是先算 , 再算 , 最后算 . 运算中有括号的, 先算 , 同级运算从 到 依次进行.



易丢分题精析

例 1 $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 .

【命题意图】 本题是很简单的求一个非负数的算术平方根的问题, 主要考查学生对平方根的理解. 解题时首先要弄清是求哪个数的平方根, 不仔细审题, 简单的题也会出错.

【错解精选】 4

【错解分析】 没有弄清题意, 本题是求 $\sqrt{16}=4$, 即求 4 的算术平方根, 而不是求 16 的算术平方根.

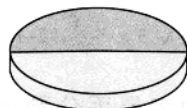
【正确答案】 2

例 2 如图, 是一台计算机 D 盘属性图的一部分, 从中可以看出该硬盘容量的大小, 请用科学记数法将该硬盘容量表示为 () 字节. (保留三个有效数字)

- A. 2.01×10^{10} B. 2.02×10^{10}
C. 2.02×10^9 D. 2.018×10^{10}

已用空间:	10,086,826,854 字节	9.40 GB
可用空间:	10,093,173,145 字节	9.41 GB

容量: 20,180,000,000 字节 18.81 GB



驱动器 D

磁盘清理(D)

【命题意图】 本题主要考查科学记数法与有效数字, 本类型题是各地中考必考的试题之一, 要记住: 从一个数的左边第一个非 0 数字起, 到末尾数字止, 所有数字都是这个数的有效数字.

【错解精选】 A、C、D

【错解分析】 本题是考查科学记数法和有效数字, 首先要弄清这两者的概念, 错选 A 的同学是犯了对精确的位数没有采用四舍五入; 错选 C 的同学是科学记数法的概念没弄清楚; 错选 D 的同学是没弄清本题对有效数字的要求.

【正确答案】 B

例 3 如图, 根据实数 a 、 b 在数轴上的位置, 化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.



【命题意图】 本题考查的知识点有数轴、实数的大小及实数的运算, 意图是让学生能从数轴上判断出 a 、 b 的大小, 然后再按二次根式的性质计算.

【错解精选】 $a^2 > 0$, 但 $a < 0$, 因此 $\sqrt{a^2} = -a$, 因为 $a < 0$, $b > 0$, 所以 $a - b < 0$, 所以 $\sqrt{(a-b)^2} = b - a$.

【错解分析】 本题错解的原因是没有领会数轴的性质, 右边的数总比左边的数大, 0 的右边的数是正数, 0 的左边的数是负数, 以及根式的性质, 本题应从 $a < 0$, $b > 0$, 因此可知 $a - b < 0$, 再根据二次根式的性质即可求解.

【正确答案】 由数轴可知 $a < 0$, $b > 0$, 所以, 原式 $= -a - b + a = -2b$.

例 4 计算: $|-3| + \sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ - \sqrt[3]{8} - (2008 - \pi)^0$.

【命题意图】 本题主要考查学生的运算能力. 有关实数运

算的问题是中考中常见的题型,这类问题一般比较简单,但涉及的知识点比较多,如本题就涉及了绝对值、三角函数、立方根、零指数运算等,如不细心,一步出现错误,就会造成全题错误.

【错解精选】

$$\text{原式} = -3 + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 4 - 2008 - \pi$$

$$= -2015 + \sqrt{3} - \pi$$

【错解分析】绝对值、开立方、三角函数、零指数运算等的概念和有关法则不清,造成代值和计算的错误.

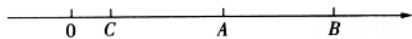
$$\text{【正确答案】原式} = 3 + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 - 1 = 1.$$



5年全国中考易丢分题精选

一、选择题

- (09年天津) 若 x, y 为实数, 且 $|x+2| + \sqrt{y-2} = 0$, 则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2009}$ 的值为 ()
A. 1 B. -1 C. 2 D. -2
- (06年潍坊) 国家统计局统计资料显示: 一季度, 全国规模以上工业企业 (全部国有企业和年产品销售收入 500 万元以上的非国有企业) 完成增加值 17822 亿元, 这个增加值用科学记数法 (保留三个有效数字) 表示为 ()
A. 1.782×10^{12} 元 B. 1.78×10^{11} 元
C. 1.78×10^{12} 元 D. 1.79×10^{12} 元
- (05年杭州) 设 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2 - \sqrt{3}$, $c = \sqrt{5} - 2$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > b > a$ D. $b > c > a$
- (09年肇庆) 实数 $-2, 0.3, \frac{1}{7}, \sqrt{2}, -\pi$ 中, 无理数的个数是 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- (08年荆州) 下列根式中属于最简二次根式的是 ()
A. $\sqrt{a^2+1}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{27}$
- (07年临沂) 计算 $\sqrt{12} \left(\sqrt{75} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48} \right)$ 的结果是 ()
A. 6 B. $4\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3} + 6$ D. 12
- (08年芜湖) 估计 $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{20}$ 的运算结果应在 ()
A. 6 到 7 之间 B. 7 到 8 之间
C. 8 到 9 之间 D. 9 到 10 之间
- (08年济宁) 如图, 数轴上 A, B 两点表示的数分别为 1 和 $\sqrt{3}$, 点 B 关于点 A 的对称点为点 C , 则点 C 所表示的数是 ()
A. $\sqrt{3} - 1$ B. $1 - \sqrt{3}$
C. $2 - \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} - 2$



第8题图

二、填空题

- (05年南京) $\sqrt{10}$ 在两个连续整数 a 和 b 之间, $a < \sqrt{10} < b$, 那么 a, b 的值分别是 _____.
- (09年青岛) 计算: $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 1 =$ _____.
- (07年成都) 已知 $\sqrt{a-2} + (b+5)^2 = 0$, 那么 $a+b$ 的值为 _____.
- (05年山西) 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 的大小关系是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ (填 “>”, “<” 或 “=”) 0.5.
- (08年枣庄) 在实数的原有运算法则中, 我们补充新运算法则 “ $*$ ” 如下: 当 $a \geq b$ 时, $a*b = b^2$; 当 $a < b$ 时, $a*b = a$. 则当 $x=2$ 时, $(1*x) \cdot x - (3*x) =$ _____ (“ $*$ ” 和 “ $-$ ” 仍为实数运算中的乘号和减号).
- (08年宿迁) 对于任意的两个实数对 (a, b) 和 (c, d) , 规定: 当 $a=c, b=d$ 时, 有 $(a, b) = (c, d)$; 运算 “ $\otimes$ ” 为: $(a, b) \otimes (c, d) = (ac, bd)$; 运算 “ $\oplus$ ” 为: $(a, b) \oplus (c, d) = (a+c, b+d)$. 设 p, q 都是实数, 若 $(1, 2) \otimes (p, q) = (2, -4)$, 则 $(1, 2) \oplus (p, q) =$ _____.

三、计算题

- (08年沈阳) 计算:
 $(\pi-1)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + |5-\sqrt{27}| - 2\sqrt{3}$.
- (09年茂名) 计算:
 $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} \div (\sqrt{8})^{-1}$.

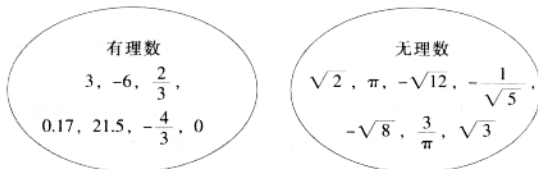
17. (08 年荆门) 已知 a 为实数, 求代数式 $\sqrt{a+2} - \sqrt{8-4a} + \sqrt{-a^2}$ 的值.

18. (09 年广州) 先化简, 再求值:

$$(a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3})-a(a-6), \text{ 其中 } a=\sqrt{5}+\frac{1}{2}.$$

19. (06 年海淀) 已知实数 x, y 满足 $|x-5|+\sqrt{y+4}=0$, 求代数式 $(x+y)^{2006}$ 的值.

20. (06 年杭州) 在下面两个集合中各有一些实数, 请你分别从中选出两个有理数和两个无理数, 再用“+、-、 $\times$ 、 $\div$ ”中的 3 种符号将选出的 4 个数进行 3 次运算, 使得运算的结果是一个正整数.



21. (09 年佛山) (1) 有这样一个问题: $\sqrt{2}$ 与下列哪些数相乘, 结果是有理数?

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2-\sqrt{2}$
 C. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$

E. 0

问题的答案是_____ (只需填字母).

- (2) 如果一个数与 $\sqrt{2}$ 相乘的结果是有理数, 则这个数的一般形式是什么? (用代数式表示)



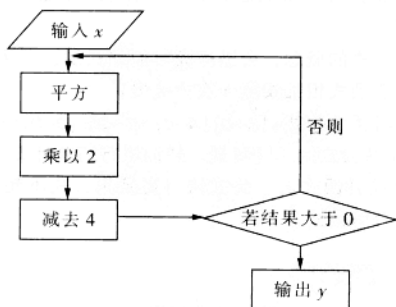
明年中考试题早预测

一、选择题

- 若 $m=\sqrt{40}-4$, 则估计 m 的值所在的范围是 ()
 A. $1<m<2$ B. $2<m<3$
 C. $3<m<4$ D. $4<m<5$
- 已知 $\sqrt{\frac{1-a}{a^2}}=\frac{\sqrt{1-a}}{a}$, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $a\leq 0$ B. $a<0$
 C. $0<a\leq 1$ D. $a>0$
- 2008 年 5 月 12 日, 四川汶川发生里氏 8.0 级地震, 国内外社会各界纷纷向灾区捐款捐物, 抗震救灾. 截至 6 月 4 日 12 时, 全国共接收捐款约为 43681000000 元人民币. 这笔款额用科学记数法表示 (保留三个有效数字) 正确的是 ()
 A. 0.437×10^{11} B. 4.4×10^{10}
 C. 4.37×10^{10} D. 43.7×10^9
- 从实数 $-\sqrt{2}, -\frac{1}{3}, 0, \pi, 4$ 中, 挑选出的两个数都是无理数的为 ()
 A. $-\frac{1}{3}, 0$ B. $\pi, 4$
 C. $-\sqrt{2}, 4$ D. $-\sqrt{2}, \pi$
- 9 的算术平方根是 ()
 A. ± 3 B. 3 C. -3 D. $\sqrt{3}$

二、填空题

6. 根据下图所示的程序计算, 若输入的 x 的值为 1, 则输出的 y 值为_____.



第 6 题图



7. 2008年5月12日,四川汶川发生里氏8.0级强烈地震,给灾区带来了深重的灾难,全世界人民时刻关注着灾区人民,踊跃为灾区人民捐款,到6月3日止各地共捐款约423.64亿元,请你用科学记数法表示捐款数约为_____元.(保留两个有效数字)

8. 计算: $\left(\sqrt{48} + \frac{1}{2}\sqrt{12}\right) \div \sqrt{27} =$ _____.

9. “凤凰号”火星探测器于去年从美国佛罗里达州卡纳维拉尔角发射,经过近10个月的时间,飞行了近680000000千米后到达火星.其中680000000千米用科学记数法可表示为_____千米.(保留三个有效数字)

三、计算题

10. 计算: $\sqrt[3]{27} - \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

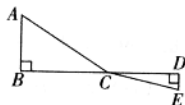
11. 计算: $\sqrt[3]{27} + 2\sin 30^\circ - \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^0$.

12. 计算: $|3-\sqrt{12}| + \left(\frac{\sqrt{6}}{2+\sqrt{2}}\right)^0 + \cos^2 30^\circ - 4\sin 60^\circ$.

13. 如图, C 为线段 BD 上一动点, 分别过点 B, D 作 $AB \perp BD, ED \perp BD$, 连接 AC, EC . 已知 $AB=5, DE=1, BD=8$, 设 $CD=x$.

- (1) 用含 x 的代数式表示 $AC+CE$ 的长;
- (2) 请问点 C 满足什么条件时, $AC+CE$ 的值最小?
- (3) 根据 (2) 中的规律和结论, 请据图求出代数式

$\sqrt{x^2+4} + \sqrt{(12-x)^2+9}$ 的最小值.



第13题图

14. 已知 a, b, c 满足 $(a-\sqrt{8})^2 + \sqrt{b-5} + c-3\sqrt{2} = 0$,

- (1) 求 a, b, c 的值.
- (2) 以 a, b, c 为边能否构成三角形? 若能, 求出他的周长; 若不能, 请说明理由.

专项3 整式



课标考点

1. 理解单项式、多项式、整式等概念, 掌握单项式的次数、系数, 多项式的项、次数等概念.
2. 了解整数指数幂的意义和基本性质, 并能运用它进行计算.
3. 了解整式的概念, 会进行简单的整式加、减运算.(其中的多项式相乘仅指一次式相乘)
4. 会推导乘法公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. 了解公式的几何背景, 并能进行简单计算.
5. 会用提公因式法、公式法(直接用公式不超过二次)进行分解因式.



命题趋势

1. 本内容是初中数学的基础知识, 是各地中考必考的内容之一, 主要考查整数指数幂、整式的简单运算、完

全平方公式的几何意义及利用提公因式法和公式法进行分解因式.

2. 各地中考试题多以填空题、选择题及较简单的计算题的形式出现, 难度比较低, 分值一般在5~8分左右.



应知应会

- | | |
|-----------|-------------------------------|
| | 单项式 |
| 1. 有理式 | 分式 |
| 2. 同类项: | |
| 3. 合并同类项: | 只把系数_____, 所含字母及字母的指数_____. |
| 4. 整式的运算: | |
| | (1) 整式的加减运算, 实际就是_____; |
| | (2) 整式的乘法: 即 $c(a+b)=$ _____. |

$$(a+b)(m+n)=\quad;$$

- (3) 整式的除法: ①单项式除以单项式: $\quad$;
②多项式除以单项式: 用多项式的每一项
除以单项式, 再把所得的商 $\quad$.

5. 乘法公式:

- (1) 平方差公式: $\quad$;
(2) 完全平方公式: $\quad$.

6. 幂的运算性质:

- (1) 同底数幂相乘, $\quad$;
(2) 幂的乘方, $\quad$;
(3) 积的乘方, $\quad$.

7. 分解因式: 把一个多项式化成几个 $\quad$ 的形式, 像这样的式子变形叫做把这个多项式
分解因式有 $\quad$ 种方法, 分别是 $\quad$.



易丢分题精析

例 1 下列结论正确的是 ()

A. 单项式 $-\frac{2a^2b^3}{3}$ 的系数是 2, 次数是 3

B. 单项式 x^4 的次数是 4, 系数是 0

C. 多项式 $5x^3y+2x^2-2$ 是三次二项式

D. 多项式 $-a^2b^3+2b^2+1$ 是五次三项式

【命题意图】 本题主要考查学生对单项式、多项式的系数、次数、项数的理解.

【错解精析】 A、B、C

【错解分析】 错选 A、B、C 的原因是对单项式和多项式的概念不清楚造成的, $-\frac{2a^2b^3}{3}$ 的系数是 $-\frac{2}{3}$, 次数是 5;

x^4 的次数是 4, 系数是 1; $5x^3y+2x^2-2$ 是五次三项式, 所以选择 A、B、C 都是错误的.

【正解解答】 选择 D. 理由: 单项式的系数与次数和多项式的次数与项数, 是同学们做题时常出现错误的地方, 单项式的系数为 1 可以省略, 不是系数为 0, 单项式的次数是所有字母指数的和, 不是最高字母的次数, 多项式的次数是次数最高的项的次数, 多项式的项数是所有单项式的和.

例 2 将下列各式分解因式:

(1) $4a^2b^3c+2a^2b-8a^2b^3c^5$;

(2) x^4-1 .

【命题意图】 本题主要考查分解因式的能力.

【错解精析】 (1) $4a^2b^3c+2a^2b-8a^2b^3c^5=a^2b(4b^2c+2-8b^2c^5)$

(2) $x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)$

【错解分析】 (1) 题犯了没有提尽因式的错误, 括号内还有因数 2 没提出; (2) 题犯了分解不彻底的毛病, (x^2-1) 还可继续分解.

【正确解答】 (1) $4a^2b^3c+2a^2b-8a^2b^3c^5=2a^2b(2b^2c+1-4b^2c^5)$

(2) $x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)=(x^2+1)(x+1)(x-1)$

例 3 下列计算结果正确的是 ()

A. $-2x^2y^3 \cdot 2xy = -2x^3y^4$

B. $3x^2y-5xy^2 = -2x^2y$

C. $28x^4y^2 \div 7x^3y = 4xy$

D. $(-3a-2)(3a-2) = 9a^2-4$

【命题意图】 本题主要考查学生的整式运算能力.

【错解精析】 A、B、D

【错解分析】 本题答错的原因是对整式的运算理解不深造成的. A 中没有将系数相乘; B 中的两项不是同类项, 不能合并; D 中是没分清乘法公式中的 a 和 b .

【正确解答】 选择 C



5 年全国中考易丢分题精选

一、选择题

1. (09 年北京) 把代数式 xy^2-9x 分解因式, 结果正确的是 ()

A. $x(y^2-9)$

B. $x(y+3)^2$

C. $x(y+3)(y-3)$

D. $x(y+9)(y-9)$

2. (06 年安徽) 计算 $(-\frac{1}{2}ab)^3$ 的结果正确的是 ()

A. $-\frac{1}{4}a^3b^3$

B. $\frac{1}{8}a^3b^3$

C. $-\frac{1}{8}a^3b^3$

D. $-\frac{1}{8}a^2b^3$

3. (05 年福州) 小马虎在下面的计算中只做对了一道题, 他做对的题目是 ()

A. $(a-b)^2=a^2-b^2$

B. $(-2a^3)^2=4a^6$

C. $a^3+a^2=2a^5$

D. $-(a-1)=-a-1$

4. (09 年济南) 已知整式 $6x-1$ 的值是 2, y^2-y 的值是 2, 则 $(5x^2y+5xy-7x)-(4x^2y+5xy-7x)=$ ()

A. $-\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$ 或 $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{4}$ 或 $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{1}{2}$

5. (08 年成都) 化简 $(-3x^2) \cdot 2x^3$ 的结果是 ()

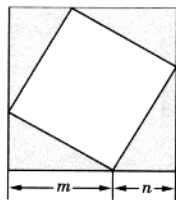
A. $-6x^5$

B. $3x^5$

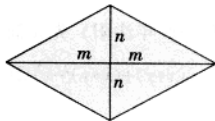
C. $2x^5$

D. $6x^5$

6. (07 年辽宁十二市) 图①是一个边长为 $(m+n)$ 的正方形, 小颖将图①中的阴影部分拼成图②的形状, 由图①和图②能验证的式子是 ()



①



②

第 6 题图

A. $(m+n)^2-(m-n)^2=4mn$ B. $(m+n)^2-(m^2+n^2)=2mn$



C. $(m-n)^2+2mn=m^2+n^2$ D. $(m+n)(m-n)=m^2-n^2$

二、填空题

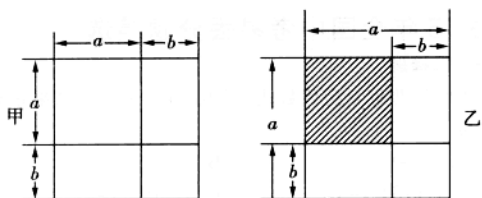
7. (09年德州) 分解因式: $(2a-b)^2+8ab=$ _____.

8. (07年陕西) 计算: $(-3x^2y) \cdot \left(\frac{1}{3}xy^2\right) =$ _____.

9. (08年宁德) 因式分解: $x^2-9=$ _____.

10. (09年徐州) 分解因式: $3x^2-12=$ _____.

11. (06年湖州) 利用图形中面积的等量关系可以得到某些数学公式. 例如, 根据图甲, 我们可以得到两数和的平方公式: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. 你根据图乙能得到的数学公式是 _____.



第11题图

12. (05年浙江) 在日常生活中如取款、上网等都需要密码. 有一种用“因式分解”法产生的密码, 方便记忆. 原理是: 如对于多项式 x^4-y^4 , 因式分解的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$, 若取 $x=9$, $y=9$ 时, 则各个因式的值是: $(x-y)=0$, $(x+y)=18$, $(x^2+y^2)=162$, 于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码. 对于多项式 $4x^3-xy^2$, 取 $x=10$, $y=10$ 时, 用上述方法产生的密码是 _____ (写出一个即可).

三、解答题

13. (09年宁德) 化简求值: $(x-3)^2-x(x-8)$, 其中 $x=\sqrt{2}-4$.

14. (08年沈阳) 先化简, 再求值:

$y(x+y)+(x-y)^2-x^2-2y^2$, 其中 $x=-\frac{1}{3}$, $y=3$.

15. (09年荆门) 给出三个多项式 $X=2a^2+3ab+b^2$, $Y=3a^2+3ab$, $Z=a^2+ab$, 请你任选两个进行加(或减)法运算, 再将结果分解因式.

16. (07年长沙) 先化简, 再求值:

$2a(a+b)-(a+b)^2$, 其中 $a=\sqrt{2008}$, $b=\sqrt{2007}$.

17. (06年安徽) 老师在黑板上写出三个算式: $5^2-3^2=8 \times 2$, $9^2-7^2=8 \times 4$, $15^2-3^2=8 \times 27$, ...

王华接着又写了两个具有同样规律的算式: $11^2-5^2=8 \times 12$, $15^2-7^2=8 \times 22$, ...

- (1) 请你再写出两个(不同于上面算式)具有上述规律的算式;
- (2) 用文字写出反映上述算式的规律;
- (3) 证明这个规律的正确性.

18. (06年攀枝花) 如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差, 那么称这个正整数为“神秘数”. 如:

$4=2^2-0^2$,

$12=4^2-2^2$,

$20=6^2-4^2$,

因此 4, 12, 20 都是“神秘数”.

- (1) 28 和 2012 这两个数是“神秘数”吗? 为什么?
- (2) 设两个连续偶数为 $2k+2$ 和 $2k$ (其中 k 取非负整数), 由这两个连续偶数构造的神秘数是 4 的倍数吗? 为什么?
- (3) 两个连续奇数的平方数(取正数)是神秘数吗? 为什么?



明年中考试题早预测

一、选择题

1. 计算: $x^5 \div x^3 =$ ()

- A. x^2 B. $x^{\frac{5}{3}}$ C. x^8 D. 1

2. 下列各式计算结果不正确的是 ()

- A. $ab(ab)^2 = a^3b^3$
 B. $a^3b^2 \div 2ab = \frac{1}{2}a^2b$
 C. $(2ab^2)^3 = 8a^3b^6$
 D. $a^3 \div a^3 \cdot a^3 = a^2$

3. 下列各式从左到右的变形属于分解因式的是 ()

- A. $(m-2)(m-3) = (3-m)(2-m)$
 B. $1-a^2 = (1+a)(1-a)$
 C. $(x+1)(x-1) = x^2-1$
 D. $a^2-2a+3 = (a-1)^2+2$

4. 下列各式中, 能用平方差公式分解因式的是 ()

- A. x^2+4y^2 B. x^2-2y+1
 C. $-x^2+4y^2$ D. $-x^2-4y^2$

5. 下列等式:

$$\textcircled{1} x(x-y)-y(3y-2x)=x^2-3xy-3y^2 \quad \textcircled{2} -\frac{1}{2}ab^2(b^3-ab^2+2a^3b)=-\frac{1}{2}ab^5+\frac{1}{2}a^2b^4-a^4b^3$$

$$\textcircled{3} (a-b)(a+b)=a^2-ab+b^2$$

$$\textcircled{4} (2x+y)(4x^2+2xy+y^2)=8x^3+y^3 \text{ 中, 正确的有 ()}$$

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二、填空题

6. 多项式 $(x^2-8x+7)(x^2-x)$ 中三次项的系数为 _____.

7. 现规定一种运算: $a \circ b = ab + a - b$, 其中 a, b 为实数, 则 $a \circ b + (b-a) \circ b$ 等于 _____.

8. $a^3x^{2n+1} + 8a^2x^{2n+5} + 16ax^{2n+9} =$ _____.

9. 任何一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = s \times t$ (s, t 是正整数, 且 $s \leq t$), 如果 $p \times q$ 在 n 的所有这种分解中两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解, 并规定: $F(n) = \frac{p}{q}$. 例如 18 可以分解成 $1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6$ 这三种, 这时就有 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. 给出

下列关于 $F(n)$ 的说法: (1) $F(2) = \frac{1}{2}$; (2) $F(24) = \frac{3}{8}$;

(3) $F(27) = 3$; (4) 若 n 是一个完全平方数, 则 $F(n) = 1$. 其中正确说法的个数是 _____.

10. 分解因式: $a^2(x-y) + b^2(y-x) =$ _____.

11. 如果一个数等于它的不包括自身的所有因数之和, 那么这个数就叫完全数. 例如, 6 不包括自身的所有因数为 1, 2, 3, 而且 $6 = 1 + 2 + 3$, 所以 6 是完全数.

大约 2200 多年前, 欧几里德提出: 如果 $2^n - 1$ 是质数, 那么 $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ 是一个完全数. 请你根据这个结论写出 6 之后的下一个完全数是 _____.

三、解答题

12. 先化简, 再求值:

$$(1) [(xy+2)(xy-2)-2(x^2y^2-2)] \div (xy), \text{ 其中 } x=10, y=-\frac{1}{25};$$

$$(2) [(x+y)(x-y)-(x-y)^2+2y(x-y)] \div (4y), \text{ 其中 } x=1, y=-3.$$

13. 某天数学课上, 学习了整式的除法运算, 放学后, 小明回到家拿出课堂笔记, 认真地复习课上学习的内容, 他突然发现一道三项式除法运算题:

$$(21x^3y^3 - \text{被除式的第二项被钢笔水弄污了} + 7x^2y^2) \div (-7x^2y) = \text{商的项也被钢笔水弄污了} + 5xy - y.$$

你能算出两处被污染的内容是什么吗?

14. 我们知道 $2^1=2$, 其个位数为 2, $2^2=4$, 其个位数为 4, $2^3=8$, 其个位数为 8, $2^4=16$; 其个位数为 6, $2^5=32$; 其个位数为 2, …… 再继续观察, 你能发现规律吗? 请说出 2^{200} 的个位数字是多少?

专项4 分 式



课标考点

1. 了解分式的概念.
2. 了解分式的基本性质, 会利用分式的基本性质进行约分和通分.
3. 理解整数指数幂的性质, 会利用它们进行运算.
4. 掌握分式的四则运算法则, 会进行简单的分式加、减、乘、除运算和应用.



命题趋势

分式这部分内容主要考查的是概念、性质及运算, 对于概念和性质以选择题、填空题居多, 对于利用分式的性质进行化简求值, 常出现在简单的计算题中, 常与乘法公式相结合进行约分、通分, 得到最简分式, 然后代值求解. 这部分内容约占 5~8 分左右.



应知应会

1. 概念

形如 $\frac{A}{B}$ (A, B 是整式, 且 B 中含有字母, $B \neq 0$) 的式子, 叫做分式, 其中 A 叫做分式的分子, B 叫做分式的分母.

2. 分式有无意义或等于 0 的条件

- (1) 分式有意义的条件: 分母 $B \neq 0$;
- (2) 分式无意义的条件: 分母 $B = 0$;
- (3) 分式值为 0 的条件: 分子 $A = 0$ 且分母 $B \neq 0$.

3. 分式的基本性质

分式的分子、分母都乘以 (或除以) 同一个不等于 0 的整式, 分式的值不变.

4. 分式运算

- (1) 通分的关键是确定几个分式的公分母;
- (2) 分式的约分关键是确定分子、分母的公因式;
- (3) 同分母分式相加减, 分母不变, 把分子相加减;
- (4) 异分母分式相加减, 先通分, 变为同分母的分式, 然后再加减;
- (5) 分式乘以分式, 用分子相乘的积作为积的分子, 用分母相乘的积作为积的分母;
- (6) 分式除以分式, 把除式的分子、分母颠倒位置后, 与被除式相乘.

5. 零指数幂与负整数指数幂

- (1) 任何不等于 0 的数的零次幂 $a^0 = 1$;
- (2) 任何不等于 0 的数的 $-n$ (n 为正整数) 次幂, 等于这个数的 n 次幂的倒数, 即 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.



易丢分题精析

例 1 当 x 取何值时, 分式 $\frac{x^2-4}{(x+3)(x-2)}$ 有意义?

【命题意图】 本题主要考查学生对分式的认识.

【错解精选】 原式 $= \frac{(x+2)(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x+2}{x+3}$, 所以当 $x+3 \neq 0$ 时, 即 $x \neq -3$ 时, 分式 $\frac{x^2-4}{(x+3)(x-2)}$ 有意义.

【错解分析】 此解的错误是先将分式变形后, 再讨论分式有无意义, 这样做扩大了分母的取值范围, 产生了错解.

【正确解答】 由分母 $(x+3)(x-2) \neq 0$, 得 $x \neq -3$, $x \neq 2$. 所以当 $x \neq -3$, $x \neq 2$ 时分式有意义.

例 2 先将 $\left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x-1}{x}$ 化简, 然后请你选一个自己喜欢的 x 值代入, 求原式的值.

【命题意图】 本题主要考查学生对分式的化简求值掌握的程度.

【错解精选】 原式 $= \frac{x^2-1}{x+1} \times \frac{x}{x-1}$
 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \times \frac{x}{x-1}$
 $= x$

取 $x=1$, 则原式 $= 1$.

【错解分析】 $x=1$, 原分式无意义, 产生错解的原因是在将分式化简之后, 只看到化简之后的式子, 忘记了 x 在原分式中有意义的条件.

【正确解答】 原式 $= \frac{x^2-1}{x+1} \times \frac{x}{x-1}$
 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \times \frac{x}{x-1}$
 $= x$

取 $x=10$, 则原式 $= 10$.

例 3 求代数式的值: $\frac{x}{x-1} \div \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{2x}{1-x}\right)$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.

【命题意图】 本题主要考查学生的分式运算能力.

【错解精选】 原式 $= \frac{x}{x-1} \div \frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} \div \frac{2x}{1-x}$