



图 解

新教材

九年级数学（下）

浙江教育版

总策划：薛金星

总主编：钟山

主 编：张敏

副主编：张荣玲

编 委：高世三

韩卫华

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司



辽海出版社



《图解新教材》的学习与考试原理

——引导一场学习的新革命

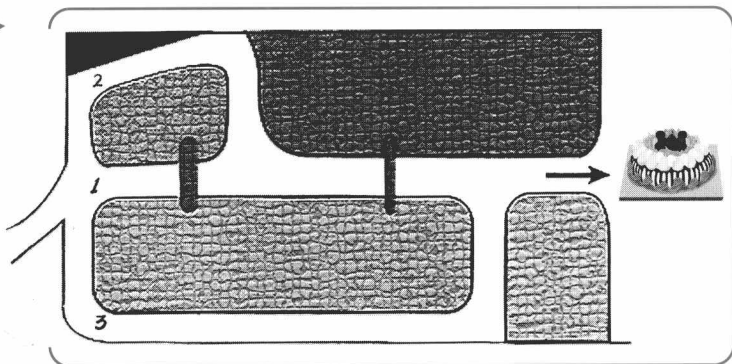
每一个孩子的成长都是在学习中完成的，但是，很少有学生能够真正理解什么是学习。心理学家加涅把学习概括为学什么、为什么学和怎样学。加涅指出，只有明确了学习的原理，才能够达到预期的学习效果。

学什么？

认知地图与目标学习¹

心理学家托尔曼对几只小白鼠做过这样一个迷津试验

(如图) ▶



试验

托尔曼把小白鼠分为三组，共同训练它们走迷津。

1. A组在正常条件下训练，每次到达目的地都能得到食物。
2. B组在训练的前期没有得到食物，到训练的后期得到食物。
3. C组始终没有得到食物。

结果

1. A组学习效果稳步提升。
2. B组学习效果在获得食物的奖励后突然提升。
3. C组学习效果始终没有变化。

表明

三组小白鼠的学习情境相同，差别是有没有食物强化。C组小白鼠没有受到强化的时候也在学习，但学习结果没有表现出来，是“潜在学习”。

得出

强化不是学习所必需的，但目标对于学习格外重要。没有目标，学习的结果就不能明显地体现在外现的行为中。

《图解新教材》将目标作为每一章节体系的重点，帮助学生树立目标意识。

为什么学?

建构主义：我们与知识的互动关系



学习能够促进大脑发育

罗森·茨威格(Rosenzweig, M. R.)研究表明,接受丰富多变的环境刺激和适当学习训练的一组幼鼠与另一组处于单调贫乏的环境而又缺乏学习训练的幼鼠相比,在4~10周中,前者大脑皮层的重量与厚度增加,神经胶质细胞数量增多,神经突触增大或增多,乙酰胆碱酯酶含量更丰富且活性提高,核糖核酸和脱氧核糖核酸的比率也有所改善。

关于人类学习对人类成长的影响,瑞士著名心理学家皮亚杰(J. Piaget)认为,学习是促进人类大脑发展最有效的方式。

学习是人的一种需要

建构主义的含义就是学习者通过新、旧知识经验间反复的、双向的交互作用,不断地调整和形成自己的新知识经验结构。建构主义原理的一个方面就是说明:人与知识之间是一个双向互动的关系,即学习是人的一种需要。

学习是个体生存的必要手段

每个人的一生都处在不断的学习过程之中,不管这种学习过程是显性的还是隐性的。教育学家认为,个体存在有两个基本条件:一是个体对知识的持续积累;二是交流。个体知识积累对个体社会关系的构建有着直接的制约作用。所以,人要在社会群体中生存,必须不断学习,只是这种学习的表现形式有所不同而已。

《图解新教材》沿用建构的学习理论,在编写过程中,不是单一地对学生灌输知识,而是注重学生自身的知识经验,注重知识的相互作用和转换的过程,引导学生自发学习。

怎样学?

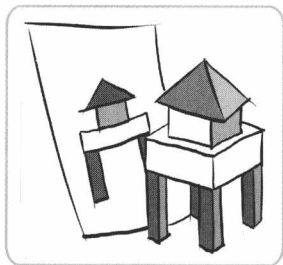
学习就像搭积木

《图解新教材》所利用的建构主义理论学习模式

1

学习是学习者主动建构知识的过程。

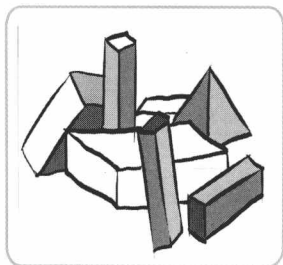
如图：我们可以按照不同的图纸搭建不同的东西。



2

学习需要按照新的目标对旧知识经验结构做出调整和改善，从而形成新的知识和经验。

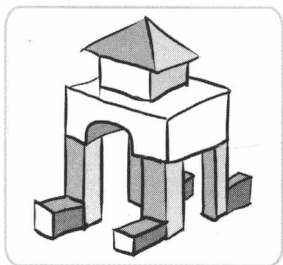
如图：面对新的图纸，我们可以搭建新的形状。



3

利用已有的知识经验，充分调动人的主观能动性，运用自己的旧知识解决新问题。

如图：我们可以灵活地利用积木搭出不同的图形。



怎样学习才能举一反三?



要达到举一反三的学习效果，需要满足五个条件。



学习要举一反三

学习迁移发生的主要条件



1 条件：智力水平

如：把一些比较困难的复合题变换分解成几个简单题做，不太难，单独解决这些复合题，难度就大。

2 条件：旧经验的泛化水平

如：学习除法时引入分数的形式，则有利于正迁移，而学习加减法会对学习乘法产生干扰。

3 条件：学习对象的共同因素

如：英语和法语在词性、读音和语法结构上有相同或相似之处，学习两门外语容易产生正迁移，学习共同因素很少的英语与汉语容易产生负迁移。

4 条件：学习的理解和巩固程度

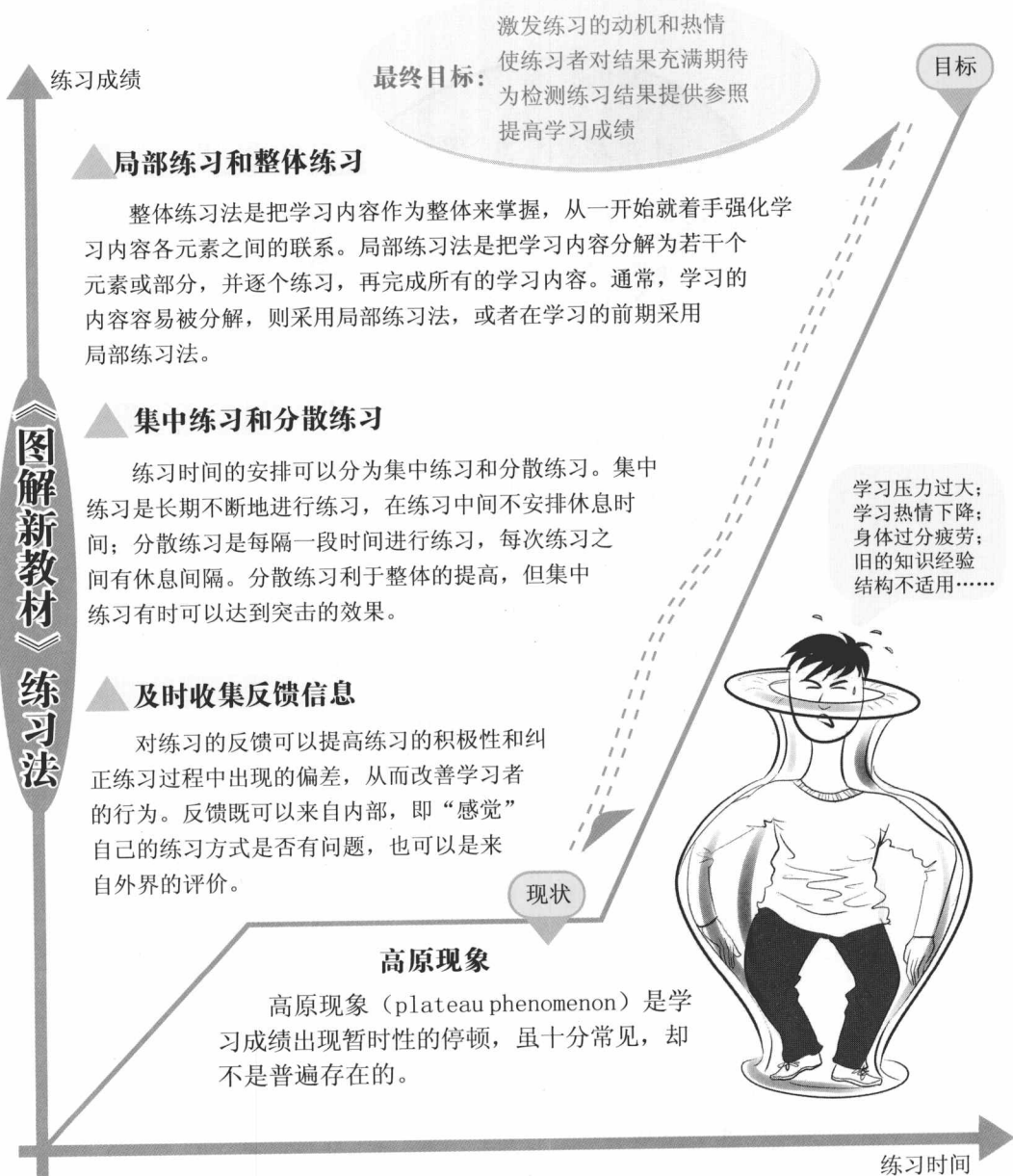
如：在学习语文时，深刻理解字、词、句的含义，才能更顺畅地阅读和写作。

5 条件：定势的影响

如：练习某类课题有助于类似课题的学习，但碰到与先前的作业不是同类的作业时，定势就可能干扰后面的学习，限制创造性地解决问题。

突破学习的瓶颈——高原现象

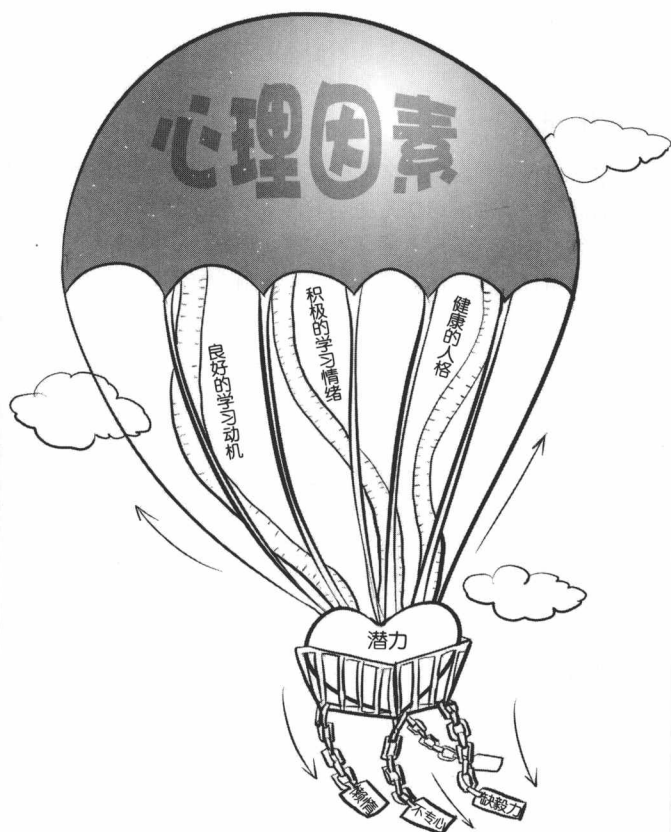
目标是影响练习效率最重要的因素。练习与机械重复的本质区别在于，机械重复没有目标，是为了重复而重复，而目标具有指向性功能，并可以改进练习的方式方法。



发掘学习潜力

学习潜力——心理因素的无限可能性

研究表明，心理因素对人们的学习有着重要的影响，起着引导、维持、调节和强化等作用。如下图：



心理因素中的某些条件可以发掘学习者无限的潜力，但也有某些条件会对学习者的学习效果产生不利的影响。

《图解新教材》的魅力就在于能够在学习思路中挖掘学习者心理因素中对学习有利的因素，而排除那些对学习不利的因素，最大程度地保证学习效果。



学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容等问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本丛书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅，化繁为简，化抽象为形象，化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松，更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本丛书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上，知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔、举一反三；学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进、系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗繁为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

全球超过2.5亿人使用的高效学习方法，
你不想试一试吗？

目 录

第 1 章 解直角三角形	(1)	第 2 章 简单事件的概率	(61)
1.1 锐角三角函数	(2)	2.1 简单事件的概率	(62)
知识方法能力图解	(2)	知识方法能力图解	(62)
多元智能 知识点击	(3)	多元智能 知识点击	(63)
发散思维 题型方法	(7)	发散思维 题型方法	(65)
知识激活 学考相联	(12)	知识激活 学考相联	(69)
考场报告 误区警示	(13)	考场报告 误区警示	(70)
自主限时 精题精练	(14)	自主限时 精题精练	(70)
练后反思 / 答案详解	(15)	练后反思 / 答案详解	(71)
教材问题 详尽解答	(15)	教材问题 详尽解答	(72)
1.2 有关三角函数的计算	(17)	2.2 估计概率	(73)
知识方法能力图解	(17)	知识方法能力图解	(73)
多元智能 知识点击	(17)	多元智能 知识点击	(73)
发散思维 题型方法	(19)	发散思维 题型方法	(77)
知识激活 学考相联	(23)	知识激活 学考相联	(82)
考场报告 误区警示	(25)	考场报告 误区警示	(84)
自主限时 精题精练	(25)	自主限时 精题精练	(84)
练后反思 / 答案详解	(25)	练后反思 / 答案详解	(85)
教材问题 详尽解答	(26)	教材问题 详尽解答	(85)
附精品专题	(27)	附精品专题	(86)
1.3 解直角三角形	(28)	2.3 概率的简单应用	(86)
知识方法能力图解	(28)	知识方法能力图解	(86)
多元智能 知识点击	(28)	多元智能 知识点击	(87)
发散思维 题型方法	(33)	发散思维 题型方法	(89)
知识激活 学考相联	(39)	知识激活 学考相联	(94)
考场报告 误区警示	(41)	考场报告 误区警示	(94)
自主限时 精题精练	(42)	自主限时 精题精练	(95)
练后反思 / 答案详解	(43)	练后反思 / 答案详解	(96)
教材问题 详尽解答	(44)	教材问题 详尽解答	(96)
章末复习课	(46)	章末复习课	(97)
构建体系 知识网络	(46)	构建体系 知识网络	(97)
综合拓展 专题专项	(47)	综合拓展 专题专项	(97)
教材问题 详尽解答	(59)	教材问题 详尽解答	(105)



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考,图解是一种高效的方法,更是一种成功的习惯。

第3章 直线与圆、圆与圆的位置

关系	(108)
3.1 直线与圆的位置关系	(109)
知识方法能力图解	(110)
多元智能 知识点击	(110)
发散思维 题型方法	(114)
知识激活 学考相联	(122)
考场报告 误区警示	(123)
自主限时 精题精练	(123)
练后反思 / 答案详解	(124)
教材问题 详尽解答	(124)
3.2 三角形的内切圆	(127)
知识方法能力图解	(127)
多元智能 知识点击	(128)
发散思维 题型方法	(131)
知识激活 学考相联	(135)
考场报告 误区警示	(136)
自主限时 精题精练	(136)
练后反思 / 答案详解	(137)
教材问题 详尽解答	(137)
3.3 圆与圆的位置关系	(139)
知识方法能力图解	(139)
多元智能 知识点击	(140)
发散思维 题型方法	(143)
知识激活 学考相联	(148)
考场报告 误区警示	(148)
自主限时 精题精练	(149)
练后反思 / 答案详解	(150)
教材问题 详尽解答	(150)
章末复习课	(151)
构建体系 知识网络	(151)
综合拓展 专题专项	(151)
教材问题 详尽解答	(161)

第4章 投影与三视图 (163)

4.1 视角与盲区	(164)
知识方法能力图解	(164)
多元智能 知识点击	(165)
发散思维 题型方法	(166)
知识激活 学考相联	(167)
考场报告 误区警示	(168)
自主限时 精题精练	(168)
练后反思 / 答案详解	(169)
教材问题 详尽解答	(170)
4.2 投影	(171)
知识方法能力图解	(171)
多元智能 知识点击	(171)
发散思维 题型方法	(176)
知识激活 学考相联	(180)
考场报告 误区警示	(181)
自主限时 精题精练	(181)
练后反思 / 答案详解	(182)
教材问题 详尽解答	(183)
4.3 简单物体的三视图	(184)
知识方法能力图解	(184)
多元智能 知识点击	(185)
发散思维 题型方法	(186)
知识激活 学考相联	(189)
考场报告 误区警示	(190)
自主限时 精题精练	(190)
练后反思 / 答案详解	(191)
教材问题 详尽解答	(191)
章末复习课	(193)
构建体系 知识网络	(193)
综合拓展 专题专项	(194)
教材问题 详尽解答	(197)
本册重点大归纳	(199)
本册知识完全表解	(199)
易错易混易误问题归纳	(200)
热点常考综合问题归纳	(201)



走进

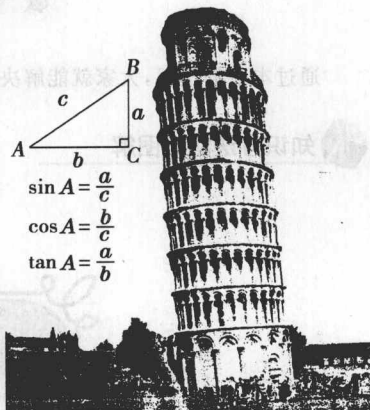
走进第三单元 1.1

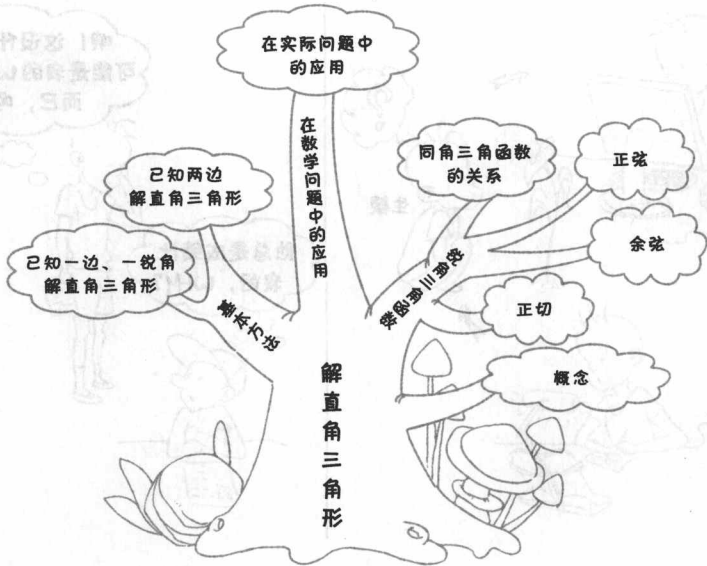
第 1 章 解直角三角形

意大利的比萨斜塔因其“斜而未倒”成为世界建筑史上的奇迹。

始建于 1350 年的意大利比萨斜塔落成时就已经倾斜。1972 年比萨发生地震,这座高 54.5 m 的斜塔大幅度摇摆后,塔顶中心点偏离垂直中心线的距离已由落成时的 2.1 m 增加至 5.2 m,你能求出此时“塔身中心线偏离垂直中心线的角度”吗?

学过本章之后,你就可以轻松地解答这个问题了!





1.1 锐角三角函数

我们可以利用物体的影子的长度结合相似三角形知识求出旗杆的高度. 实际上, 测量物体高度的方法有很多种.

某地为了绿化荒山, 打算从位于山脚下的机井房沿着山坡铺设水管, 在山坡上修建一座扬水站, 对坡面的绿地进行喷灌, 现测得斜坡与水平面所成角的度数是 36° , 铺设水管的长是 200 米, 应选择多大扬程的抽水机合适? (即求出水口的高度) 如图 1-1-1.

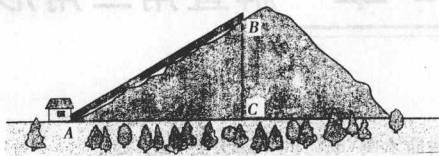
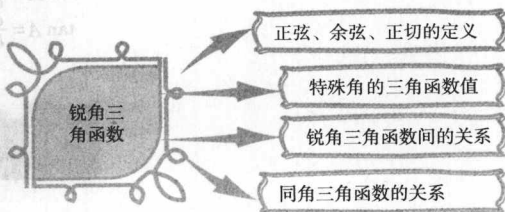


图 1-1-1

通过本节的学习, 大家就能解决这个问题.



知识方法能力图解



多元智能 知识点击

● 梳理 整合 联系 归纳……

探究一 ● 正弦、余弦、正切的定义

智能导航



各个击破

1. 正弦、余弦、正切用符号表示

作一个锐角为 α 的直角三角形，如图 1-1-2。

比值 $\frac{\angle\alpha\text{的对边}}{\text{斜边}}$ ， $\frac{\angle\alpha\text{的邻边}}{\text{斜边}}$ ， $\frac{\angle\alpha\text{的对边}}{\angle\alpha\text{的邻边}}$ 都是一个确定的值，只与角 α 的大小有关，而与三角形的大小无关，它们都是锐角 α 的函数，它们用符号表示为：

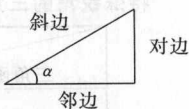


图 1-1-2

正弦： $\sin \alpha = \frac{\angle\alpha\text{的对边}}{\text{斜边}}$ ，余弦： $\cos \alpha = \frac{\angle\alpha\text{的邻边}}{\text{斜边}}$ ，正切： $\tan \alpha = \frac{\angle\alpha\text{的对边}}{\angle\alpha\text{的邻边}}$ 。

2. 关于锐三角函数的几点说明

(1) 正弦、余弦、正切是在直角三角形中定义的，其本质是两条线段的比值，理解好这三个概念是学好本章的关键。

(2) 正弦、余弦和正切实际上都是比值，没有单位，它们只与 $\angle\alpha$ 的大小有关，而与三角形的边长无关。

(3) $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 中的 $\angle\alpha$ 的角的符号“ \angle ”习惯上省略不写，但对于用三个大写字母和阿拉伯数字表示的角，角的符号不能省略。

(4) $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 都是一个完整的符号，如不能把 $\sin \alpha$ 看成 $\sin \cdot \alpha$ ，离开了 $\angle\alpha$ 的 \sin 是没有意义的。

(5) “ $\sin^2 \alpha$ ”表示“ $(\sin \alpha)^2$ ”，同样 $\cos^2 \alpha = (\cos \alpha)^2$ ， $\tan^2 \alpha = (\tan \alpha)^2$ 。

(6) 对于每一个锐角 α 的确定的值，它的正弦、余弦和正切都有唯一确定的值与之对应；反之，对于每一个确定的正弦、余弦和正切值，都有唯一的锐角与之对应。

3. 锐角三角函数值的情况

(1) 任意锐角的正弦、余弦和正切的值都是正实数，并且 $0 < \sin \alpha < 1$ ， $0 < \cos \alpha < 1$ ， $\tan \alpha > 0$ 。

(2) 一般地，当 $0^\circ < \angle\alpha < 90^\circ$ ， $\sin \alpha$ 、 $\tan \alpha$ 的值随 $\angle\alpha$ 的增大而增大，而 $\cos \alpha$ 的值随着 $\angle\alpha$ 的增大而减小。

例 1 如图 1-1-3，在 $\text{Rt}\triangle OPQ$ 中， $\angle O = 90^\circ$ ， $OP = \sqrt{6}$ ， $OQ = 2$ ，求出 $\sin P$ ， $\cos P$ ， $\tan P$ ， $\sin Q$ ， $\cos Q$ ， $\tan Q$ 的值。

思路图解

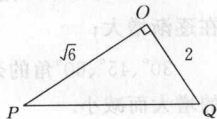
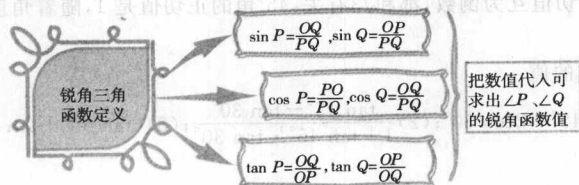


图 1-1-3





解:根据勾股定理知 $PQ = \sqrt{OP^2 + OQ^2} = \sqrt{10}$, 故

$$\sin P = \frac{OQ}{PQ} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}, \cos P = \frac{OP}{PQ} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{15}}{5}, \tan P = \frac{OQ}{OP} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\sin Q = \frac{OP}{PQ} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{15}}{5}, \cos Q = \frac{OQ}{PQ} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}, \tan Q = \frac{OP}{OQ} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

课后小结

若运用正弦、余弦、正切的概念求函数值,缺少什么条件就先求什么条件,通常会用到勾股定理.另外,最后的结果若为二次根式,一定要化简到最简二次根式.

探究二 特殊角的三角函数值

智能导航

特殊锐角的三角函数值

α 度数	30°	45°	60°
三角函数			
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

各个击破

1. 特殊锐角三角函数值的由来

根据正弦、余弦和正切的定义,结合图形 1-1-4,可以得到如下几个常用的特殊角的正弦、余弦和正切值:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \tan 45^\circ = 1, \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

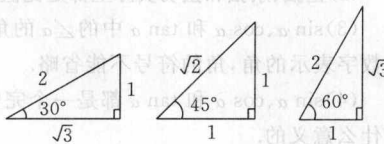


图 1-1-4

2. 特殊角的三角函数值的几点说明

(1) 对于特殊角 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 的正弦、余弦和正切值,可结合图 1-1-4 及定义记忆.

(2) $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的正弦值分母都为 2,分子从小到大分别为 $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$,随着角度的增大,正弦值在逐渐增大;

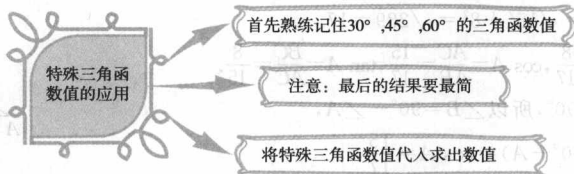
$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的余弦值,它们的分母也都是 2,而分子从大到小分别为 $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{1}$,余弦值随角度的增大而减小.

(3) $30^\circ, 60^\circ$ 角的正切值互为倒数,都和 $\sqrt{3}$ 有关, 45° 角的正切值是 1,随着角度增大,正切值也在逐渐增大.

例 2 求下列各式的值:

(1) $\tan 60^\circ + 2\sin 45^\circ - 2\cos 30^\circ$; (2) $\frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ}$; (3) $(\tan 60^\circ + \tan 30^\circ)^2$.

思路图解



解: (1) $\tan 60^\circ + 2\sin 45^\circ - 2\cos 30^\circ = \sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{2}$.

(2) $\frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$.

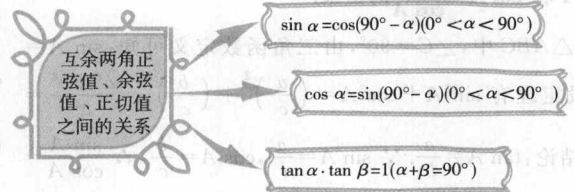
(3) $(\tan 60^\circ + \tan 30^\circ)^2 = \left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{16}{3}$.

课后小结

- (1) 要注意结果一定要化为最简, 如第(3)题不能写为 $\frac{48}{9}$.
- (2) 对于特殊角的三角函数值的计算, 一般分两大步: ①代入相关函数值; ②结合运算关系进行计算.

探究三 ● 互余两角正弦值、余弦值和正切值之间的关系

智能导航



各个击破

由定义得出互余两角正弦、余弦、正切值之间的关系.

如图 1-1-5, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

设 $\angle A = \alpha$, 则 $\angle B = 90^\circ - \alpha$, 由三角函数的定义可得 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{a}{c}$, 即 $\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$,

$\tan \alpha = \frac{a}{b}$, $\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{a}$,

即 $\tan \alpha \cdot \tan(90^\circ - \alpha) = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.

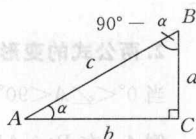
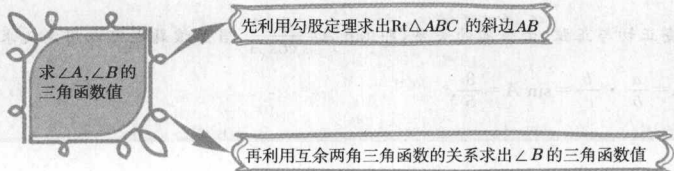


图 1-1-5

例 3 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 15$, $BC = 8$, 分别求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的三角函数值.

思路图解





解:如图 1-1-6, 在 Rt△ABC 中, AC = 15, BC = 8, 由勾股定理,

$$\text{得 } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17.$$

$$\text{所以 } \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{8}{17}, \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{15}{17}, \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{15}.$$

因为 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle B = 90^\circ - \angle A$,

$$\text{所以 } \sin B = \sin(90^\circ - A) = \cos A = \frac{15}{17},$$

$$\cos B = \cos(90^\circ - A) = \sin A = \frac{8}{17}, \tan B = \frac{15}{8}.$$

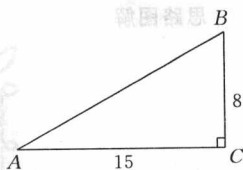


图 1-1-6

课后小结

(1) 直角三角形中, 只要知道直角三角形的各边, 即可求出两个锐角的三角函数值.

(2) 如果两个锐角互余, 知道其中一个锐角的三角函数值, 利用互余两角的三角函数关系式求另一个锐角的三角函数值, 既简便, 又准确.

探究四 同角间的三角函数关系

智能导航

同角三角函数的关系

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \quad (\angle A \text{ 为锐角})$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} \quad (\angle A \text{ 为锐角})$$

各个击破

1. $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 和 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$ 的由来.

如图 1-1-7, 在 Rt△ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, 由三角函数定义可知: $\sin A =$

$$\frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \text{ 由勾股定理有 } \sin^2 A + \cos^2 A = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} =$$

$$\frac{c^2}{c^2} = 1. \text{ 类似地有下列结论: } \tan A = \frac{a}{b}. \therefore \sin A = \frac{a}{c}, \cos A = \frac{b}{c}, \therefore \frac{\sin A}{\cos A} =$$

$$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}, \therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}.$$

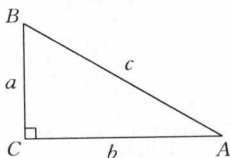


图 1-1-7

2. 两公式的变形.

当 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$ 时, $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A}, \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}.$

例 4 在 Rt△ABC 中, $\angle C = 90^\circ, \sin A = \frac{3}{5}$, 则 $\tan A \cdot \cos A$ 的值是 ()

A. $\frac{16}{25}$

B. $\frac{9}{25}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

解析: $\therefore \tan A = \frac{\sin A}{\cos A}, \therefore \tan A \cdot \cos A = \sin A = \frac{3}{5}$. 答案: D

课后小结

本题考查正切与正弦、余弦间的关系, 即 $\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$, 当然该题也可以用定义求解, $\sin A = \frac{a}{c}$,

$$\tan A \cdot \cos A = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \sin A = \frac{3}{5}.$$

例5 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin A=\frac{3}{5}$, 求 $\cos A$ 的值.

思路图解

要求 $\cos A$ 的值

首先, 利用 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 求出 $\cos^2 A$ 的值

再利用平方根的意义求出 $\cos A$

注意: $\angle A$ 为锐角, $\cos A > 0$

解法1: \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 为锐角,

$$\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}, \text{ 即 } \cos A = \frac{4}{5}.$$

解法2: $\because \sin A = \frac{a}{c} = \frac{3}{5}$, \therefore 设 $a = 3k (k > 0)$, 则 $c = 5k$.

$$\therefore b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = 4k. \therefore \cos A = \frac{b}{c} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}.$$

最后小结

两种解法比较, 解法1更简单. 因此要注意 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 这一关系式的应用, 但一定要注意因为 $\angle A$ 为锐角 (高中扩充到任意角的三角函数), 所以 $\sin A > 0$, $\cos A > 0$, 开平方时只取算术平方根.

发散思维 题型方法

●思路 步骤 方法 技巧……

题型一 求直角三角形的锐角三角函数值

题型揭秘: 利用三角函数的定义和勾股定理, 在直角三角形中求出锐角三角函数值, 解决这类问题的关键是分清直角三角形中锐角的对边、邻边和直角三角形的斜边.

例1 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=4$, $BC=2\sqrt{3}$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的度数.

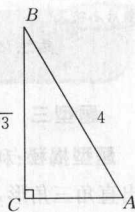
思路图解

求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的度数

首先画对应的 $\text{Rt}\triangle ABC$, 如图

由正弦定义 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ 求出 $\sin A$ 的值

由特殊角三角函数值求出 $\angle A$, 再求出 $\angle B$



解: 如图 1-1-8 所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \angle A \text{ 为锐角}, \therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

图 1-1-8

最后小结

(1) 由 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 求 $\angle A$ 时, 一定要熟记特殊角的三角函数值;

(2) 由 $\angle A$ 再求 $\angle B$ 时, 用两角关系更为简单.



例2 如图 1-1-9, P 是 $\angle \alpha$ 的边 OA 上一点, 且点 P 的坐标为 $(3, 4)$, 则 $\sin \alpha$

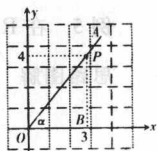
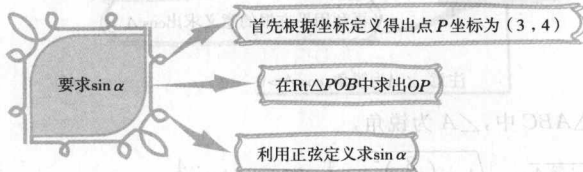


图 1-1-9

- =()
 A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

思路图解



答案: B

课后小结

分别求出 $\angle \alpha$ 所在的直角三角形的对边与斜边的长, 然后根据正弦的定义求解.

题型二 求直角三角形的锐角

题型揭秘: 在直角三角形中, 利用特殊角的锐角三角函数值来求锐角的度数, 关键是熟练记住特殊角的锐角三角函数值.

例3 如图 1-1-10, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 4\sqrt{2}$, $BC = 4$. 求 $\angle A$, $\angle B$ 的度数.

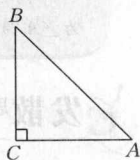
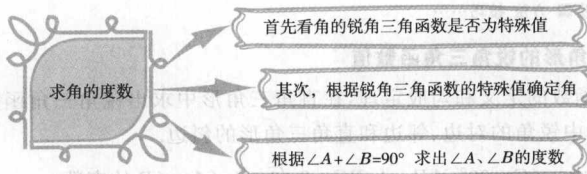


图 1-1-10

思路图解



解: 在 $\text{Rt} \triangle ACB$ 中, $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore \angle A = 45^\circ$.

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$, $\therefore \angle B = 45^\circ$.

课后小结

熟练记住特殊角的三角函数值是解决问题的关键.

题型三 求三角形的面积

题型揭秘: 利用三角函数的定义和所给出线段的长来求出未知线段的长, 从而求出三角形的面积, 构造出直角三角形, 找出所求三角形的高或底与已知锐角三角函数的关系是解决本类问题的关键.

例4 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\tan A = \frac{5}{12}$, 周长为 18, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

思路图解

