教育部高职高专规划教材

# 应用数学基础习题课指导

（五年制）

上册

阎章杭　程传蕊　唐建玉　主编

化学工业出版社
教材出版中心

教育部高职高专规划教材

# 应用数学基础习题课指导

## （五年制）

## 上册

阎章杭　程传蕊　唐建玉　主编

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

〔京〕新登字 039 号

**图书在版编目（CIP）数据**

应用数学基础习题课指导（五年制）. 上册/阎章杭，程传蕊，唐建玉主编. —北京：化学工业出版社，2004.5

教育部高职高专规划教材

ISBN 7-5025-5572-2

Ⅰ. 应…　Ⅱ. ①阎…②程…③唐…　Ⅲ. 应用数学-高等学校：技术学院-教材　Ⅳ. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 039402 号

教育部高职高专规划教材

**应用数学基础习题课指导**

（五年制）

上册

阎章杭　程传蕊　唐建玉　主编

责任编辑：高　钰

文字编辑：林　丹

责任校对：郑　捷　边　涛

封面设计：郑小红

*

化学工业出版社
教 材 出 版 中 心 出版发行

（北京市朝阳区惠新里 3 号　邮政编码 100029）

发行电话：(010) 64982530

http://www.cip.com.cn

*

新华书店北京发行所经销

北京市昌平振南印刷厂印刷

三河市宇新装订厂装订

开本 787mm×1092mm　1/16　印张 11¾　字数 270 千字

2004 年 8 月第 1 版　2004 年 8 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-5572-2/G·1446

定　价：15.00 元

# 出版说明

高职高专教材建设工作是整个高职高专教学工作中的重要组成部分。改革开放以来，在各级教育行政部门、有关学校和出版社的共同努力下，各地先后出版了一些高职高专教育教材。但从整体上看，具有高职高专教育特色的教材极其匮乏，不少院校尚在借用本科或中专教材，教材建设落后于高职高专教育的发展需要。为此，1999年教育部组织制定了《高职高专教育专门课课程基本要求》（以下简称《基本要求》）和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》（以下简称《培养规格》），通过推荐、招标及遴选，组织了一批学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师，成立了“教育部高职高专规划教材”编写队伍，并在有关出版社的积极配合下，推出一批“教育部高职高专规划教材”。

“教育部高职高专规划教材”计划出版500种，用5年左右时间完成。这500种教材中，专门课（专业基础课、专业理论与专业能力课）教材将占很高的比例。专门课教材建设在很大程度上影响着高职高专教学质量。专门课教材是按照《培养规格》的要求，在对有关专业的人才培养模式和教学内容体系改革进行充分调查研究和论证的基础上，充分吸取高职、高专和成人高等学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验和教学成果编写而成的。这套教材充分体现了高等职业教育的应用特色和能力本位，调整了新世纪人才必须具备的文化基础和技术基础，突出了人才的创新素质和创新能力的培养。在有关课程开发委员会组织下，专门课教材建设得到了举办高职高专教育的广大院校的积极支持。我们计划先用2～3年的时间，在继承原有高职高专和成人高等学校教材建设成果的基础上，充分汲取近几年来各类学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验，解决新形势下高职高专教育教材的有无问题；然后再用2～3年的时间，在《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上，通过研究、改革和建设，推出一大批教育部高职高专规划教材，从而形成优化配套的高职高专教育教材体系。

本套教材适用于各级各类举办高职高专教育的院校使用。希望各用书学校积极选用这批经过系统论证、严格审查、正式出版的规划教材，并组织本校教师以对事业的责任感对教材教学开展研究工作，不断推动规划教材建设工作的发展与提高。

教育部高等教育司

2001年4月3日

# 前　言

数学是五年制高等职业教育的一门必修课，是提高学生文化素质，学习有关专业知识、专门技术的重要基础。为了确保高等职业教育的培养目标及教学质量，为了逐步构建适合高等职业教育公共数学课程的教材体系，探索五年制高等职业教育数学教材建设的新路子、新思想，在教育部高职高专规划教材专家组的关怀和指导下，开封大学、包头职业技术学院、北京工业职业技术学院、洛阳大学、徐州建筑职业技术学院、石家庄职业技术学院、漯河职业技术学院、三门峡职业技术学院、黄河水利职业技术学院、吉林交通职业技术学院、黑龙江农业职业技术学院、商丘职业技术学院、天津渤海职业技术学院、石家庄邮电职业技术学院、开封教育学院、石家庄铁路职业技术学院、南阳理工学院等院校的教师和专家，结合当前我国五年制高职教育的新形式、新特点，经过长时间的酝酿和研究，认真编写了一套面向21世纪比较符合当前我国五年制高职数学教学实际的系列教材，这套教材包括《应用数学基础》上、下册，《应用数学基础习题课指导》上、下册。

在该套教材的编写中，我们以国家教育部关于五年制高职教育数学教学大纲为重要依据来组织教学内容编写，并广泛吸取同类教材的长处，力争使教材更具有科学性和实用性。

本套教材共设三篇。第一篇：初等数学；第二篇：一元函数微积分；第三篇：专业数学。

本书是《应用数学基础》的配套教材，其内容包括：本章内容小结、常见问题分类与解法、典型习题解答与提示、备选习题。

本教材针对当前五年制高职学生普遍存在的数学基础差、课程难学、规律难寻、习题难做、表述不全等问题，对主教材的每一章，从学习内容、学习方法到习题解答都进行了系统的科学的编排，特别注意培养学生自学能力和运用数学知识解决实际问题的能力。本书内容为主教材的习题课提供了充实的资料和素材，大大方便了教师的备课及学生的学习。

为了便于阅读，本书在章节顺序和内容叙述、解题方法、符号标志等方面都与主教材保持一致，每一章编排结构如下。

(1) 本章内容小结：首先对该章内容进行归纳提炼，必要时列表给出，帮助读者了解该章的概貌，然后指出重点、难点，使读者心中有数，把握学习的主动权。另外，针对初学者容易出现的问题，提出学习的建议和注意事项，提高学习效果。

(2) 常见问题分类与解法：根据每一章常见问题进行分类，总结每一类习题常用的解题方法和解题技巧，并通过典型例题给出示范、分析、归纳。提倡一题多解和与实际应用相结合。

(3) 典型习题解答与提示：考虑到五年制高职学生的特点，本书给出了《应用数学基础》上册各章节练习题、复习题的答案、提示或详细解答，其中基本题（约占总练习的1/3）仅给出答案，对难度较大的题或提高题则给出提示或详细解答。

(4) 备选习题：考虑到不同的学生类别、不同的专业对习题的要求不一样，因而又附加了一部分习题，以供选择。此部分习题仅给出答案，而不做详细解答。

本书由阎章杭总策划、负责组织实施。主编为阎章杭、程传蕊、唐建玉，副主编有白水周、辛自力、路世英。

参加本书编审人员的编审情况是（按章节顺序排名）：第一、二章白水周、程传蕊，第三、四章路世英、黄士林、张振山，第五、十章锁要红、李艳，第六、七章辛自力、唐建玉，第八、九章牛普选、刘永建，第十一、十二章阎章杭、孙国明。

郭海濂、李国凤编写了本书的备选习题及备选习题参考答案，并参加了对习题解答内容的审稿。

在本书编写过程中，曾得到有关学校领导、系部领导和有关专家的大力支持和帮助，杜跃鹏老师积极参与了利用 Mathematica 软件进行数学实验内容的编写，河南大学教授、专家阎育华、王国胜曾对本书的专业数学部分进行了认真的审核，并提出许多宝贵的建议，在此一并表示衷心的谢意！

由于我们水平有限，错误和不当之处在所难免，恳请广大读者批评指正！

编者

2004 年 3 月

## 内 容 提 要

本书是五年制《应用数学基础》（上册）的配套教材。该书的主要内容有：本章内容小结，常见问题分类与解法，典型习题解答与提示，备选习题。

该书在章节顺序和内容叙述、符号标志等方面都与主教材保持一致。其内容也为该门课程的习题课提供充分的资料和素材，大大方便了教师的备课及学生的学习。

本书可作为高职高专院校，成人高校五年制各专业的学生学习高中数学知识的配套教材，同时也可作为以初中毕业生为起点的中专、中职各专业的学生学习高中数学知识的配套教材。

# 目　　录

## 第一篇　初 等 数 学

# 第一篇 初等数学

## 第一章 集合、不等式、简易逻辑

### 第一节 本章内容小结

#### 一、本章主要内容

(1) 集合的概念，集合之间的关系及其运算；区间的几种形式及其表示方法.

(2) 不等式的性质，一元二次不等式、分式不等式、绝对值不等式的求解方法.

(3) 命题及命题的联结词，命题的四种形式；充要条件的概念.

#### 二、本章重点、难点

集合间的关系，不等式的性质，命题的相互关系是重点；集合间的运算，求解不等式是难点.

#### 三、对学习的建议

(1) 要注意元素与集合的关系是从属关系，集合与集合间的关系是包含被包含的关系；相等关系；子集与真子集意义不同；0、$\{0\}$、$\varnothing$ 三者的含意不同.

(2) 要正确理解集合的并与交定义中“或”与“且”两个字的含义.

(3) $x^2>a^2$ $(a>0)$ 的解不是 $x>\pm a$，而是 $x>a$ 或 $x<-a$；$x^2<a^2$ $(a>0)$ 的解不是 $x<\pm a$，而是 $-a<x<a$.

(4) 要注意命题都是陈述句，正确理解命题的四种形式间的真值关系.

(5) 要注意有些条件是充分条件但不是必要条件，而有些条件是必要条件但不是充分条件.

#### 四、本章关键词

集合　不等式　命题

### 第二节 常见问题分类与解法

本章主要介绍了集合、不等式及简易逻辑三部分内容，其常见问题类型及解答方法如下.

## 一、集合与集合、元素与集合间的关系判断

这类问题解答的前提是：首先理解集合与集合，元素与集合间的各种关系的含义，即明确元素与集合间的关系是“属于”与“不属于”的从属关系，而集合与集合间的关系是“包含”与“包含于”的包含关系；其次理解各种符号的含义，恰当地运用符号.

**例 1** 用适当的符号（$\in$、$\notin$、$\subsetneqq$、$\supsetneqq$、$=$）表示下列各组中的关系.

（1）2 ______ $\{x|2x-4=0\}$；　　（2）$\sqrt{2}$ ______ $\mathbf{Z}$；

（3）$\{-1,3\}$ ______ $\{x|x^2-2x-3=0\}$；

（4）$\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$ ______ $\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$.

**解** （1）该组中“2”是元素，$\{x|2x-4=0\}$表示一集合，那么二者间只可能是“属于”与“不属于”的关系．显然，$2\times 2-4=0$，即 2 是属于集合$\{x|2x-4=0\}$的，故填属于符号“$\in$”.

（2）$\sqrt{2}$为一元素，$\mathbf{Z}$为整数集；又因为$\sqrt{2}$不是整数，故$\sqrt{2}\notin\mathbf{Z}$，即填不属于符号“$\notin$”.

（3）该组左、右两边皆为集合．左边集合中的元素有两个：$-1$，3；右边集合$\{x|x^2-2x-3=0\}$中的元素通过求解方程 $x^2-2x-3=0$ 可看出，也是$-1$，3 两个元素．故二者相等，填等号“$=$”.

（4）该组仍为两个集合间的关系．在数轴上，通过二者表示的数集范围可看出，$\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}\subsetneqq\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$，即填包含于符号“$\subsetneqq$”.

## 二、集合间的运算

集合间的运算主要有“交”、“并”、“差”、“补”四种，要理解每种运算的规定，使用恰当的符号表示运算类型，同时注意集合的元素，列举时不要遗漏、不要重复.

**例 2** 设$\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{3,4,5\}$．试写出集合：（1）$A\cup B$；（2）$A\cap B$；（3）$\complement_\Omega A\cap B$；（4）$\complement_\Omega(A\cup B)$.

**解** （1）$A\cup B=\{1,3,5,7\}\cup\{3,4,5\}=\{1,3,4,5,7\}$；

（2）$A\cap B=\{1,3,5,7\}\cap\{3,4,5\}=\{3,5\}$；

（3）$\complement_\Omega A\cap B=\complement_\Omega\{1,3,5,7\}\cap\{3,4,5\}=\{2,4,6,8,9\}\cap\{3,4,5\}=\{4\}$；

（4）$\complement_\Omega(A\cup B)=\complement_\Omega\{1,3,4,5,7\}=\{2,6,8,9\}$.

## 三、区间的表示

理解区间作为一种数集的概念，要用正确的符号表示所给区间.

**例 3** 试将下列数集用区间表示.

（1）$\{x|2x-1>0\}$；　　（2）$\{x|2-x\geqslant 0\}$；

（3）$\{x||x-2|<1\}$；　　（4）$\{x|x-3\geqslant 0\}$.

**解** （1）该数集中的数 $x$ 满足：$2x-1>0$，即 $x>\frac{1}{2}$，于是数集可表示为$\left\{x\middle|x>\frac{1}{2}\right\}$，用区间表示即为$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$；

（2）由于$2-x\geqslant 0$，即$x\leqslant 2$，故原数集等同于$\{x|x\leqslant 2\}$，用区间表示为：$(-\infty,2]$；

(3) 由于$|x-2|<1$，于是$-1<x-2<1$，故$1<x<3$，即原数集等同于数集$\{x|1<x<3\}$，用区间表示为$(1,3)$；

(4) 由于$x-3\geqslant 0$，即$x\geqslant 3$，故原数集等同于$\{x|x\geqslant 3\}$，用区间可表示为$[3,+\infty)$.

## 四、一元二次不等式的求解

一元二次不等式的求解通常有两种方法.

法一：化为一元一次不等式组求解.

对于不等式$ax^2+bx+c>0$，$(a>0)$，因式分解可化为$(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)>0$，它同解于下列不等式组：

$$\begin{cases}a_1x+b_1>0\\a_2x+b_2>0\end{cases}\quad\text{或}\quad\begin{cases}a_1x+b_1<0\\a_2x+b_2<0\end{cases}$$

求上述两不等式组的并集得原不等式的解. 不等式$ax^2+bx+c<0$，$(a>0)$的求解方法类同.

法二：常采用数轴标根法.

下面讨论$a>0$时，$ax^2+bx+c>0$或$ax^2+bx+c<0$的解法.

将不等式的左端分解为两个一次因式的乘积，将每一个一次因式的根由小到大地标在数轴上，根据$a$的符号，画出一次因式根的二次曲线示意草图. 则不等式$ax^2+bx+c>0$的解集就是曲线在$x$轴上方部分对应的区间，不等式$ax^2+bx+c<0$的解集就是曲线在$x$轴下方部分对应的区间.

**例 4**　求不等式$x^2-x-12>0$的解.

**解**　法一：将不等式左边因式分解，可得$(x-4)(x+3)>0$，因此原不等式同解于下列不等式组

$$\begin{cases}x-4>0\\x+3>0\end{cases}\quad\text{或}\quad\begin{cases}x-4<0\\x+3<0\end{cases}$$

前一个不等式组的解集为$x>4$；后一个不等式组的解集为$x<-3$. 因此原不等式的解集应当是$\{x|x>4\}$与$\{x|x<-3\}$并集，即是$x>4$或$x<-3$，也即是$\{x|x>4$或$x<-3\}$.

法二：原不等式可化为$(x-4)(x+3)>0$，所以$x=4$，$x=-3$为方程$(x-4)(x+3)=0$的两个根，将其依次标在坐标轴上，如图 1-1 所示，$x$轴上方区间为$(-\infty,-3)\cup(4,+\infty)$，也即是原不等式$x^2-x-12>0$的解集：$x>4$或$x<-3$.

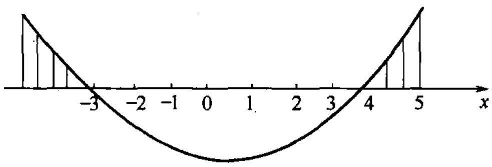



图 1-1　数轴标根法示意

## 五、分式不等式的求解

分式不等式的求解主要依据“同号相除商大于零，异号相除商小于零”原则，把分式

不等式化为不等式组求解.

*例 5　求解不等式 $\dfrac{x^2-1}{x^2-x-6}>0$.

解　由不等式得：（Ⅰ）$\begin{cases}x^2-1>0\\x^2-x-6>0\end{cases}$ 或（Ⅱ）$\begin{cases}x^2-1<0\\x^2-x-6<0\end{cases}$

求解（Ⅰ），得 $x<-2$ 或 $x>3$；

求解（Ⅱ），得 $-1<x<1$.

于是原不等式的解为：$x<-2$ 或 $-1<x<1$ 或 $x>3$.

## 六、绝对值不等式的求解

绝对值不等式主要依据绝对值及不等式的性质求解，需掌握如下性质：

(1) $|x|<a\ (a>0)\Leftrightarrow -a<x<a$；

(2) $|x|>a\ (a>0)\Leftrightarrow x>a$ 或 $x<-a$；

(3) $|ab|=|a||b|$；$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}$　$(b\neq 0)$.

例 6　求解不等式.

(1) $|4-3x|<5$；　　(2) $|2x-5|\geqslant 3$.

解　(1) 原不等式可化为：$-5<4-3x<5$，

两边同减去 4，得 $-9<-3x<1$，

两边同除以 $-3$，得 $-\dfrac{1}{3}<x<3$；

(2) 原不等式可化为：

（Ⅰ）$2x-5\geqslant 3$ 或（Ⅱ）$2x-5\leqslant -3$.

解(Ⅰ) 得 $x\geqslant 4$；解(Ⅱ) 得 $x\leqslant 1$.

所以，原不等式的解为 $x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 4$.

# 第三节　典型习题解答与提示

## 习题 1-1

**1.** (1) 列举法：$\{3,5,7,9,11,13\}$；

(2) 描述法：$\{x|x=3k,k\in\mathbf{N}\}$；

(3) 描述法：$\{x|x^2+5x+6>0\}$或$\{x|x<-3$ 或 $x>-2\}$；

(4) 描述法：$\{(x,y)|y=2x+1\}$；

(5) 描述法：$\{x|1<x<3\}$.

**2.** (1) $-2\notin\mathbf{N}$，$2\in\mathbf{N}$，$0\notin\mathbf{Z}^+$，$\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$，$\sqrt{3}\in\mathbf{R}$，$-\dfrac{3}{2}\in\mathbf{Q}$；

(2) $a\in\{a\}$，$\varnothing\subsetneqq\{0\}$，$\{a\}\subsetneqq\{a,b\}$，$\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}$，$a\notin\{b,c,d\}$；

(3) $\{2,3\}=\{3,2\}$，$\{a\}=\{a\}$，$\{a,b\}\subsetneqq\{a,b,c\}$.

**3.** 略.

4. (1) 因任意元素 $a_1 \in B$，必有 $a_1 \in A$；又存在元素 $a_2 \in A$，如 $a_2 = 10$，但 $a_2 \notin B$，所以 $A$ 包含 $B$，且 $B$ 是 $A$ 的真子集，即 $A \supsetneqq B$；

(2) 同上讨论，$A \subsetneqq B$.

5. (1) $A \cap B \subset A$，$A \cap B = B \cap A$，$A \cup B \supset A$，$A \cap B \subset A \cup B$；

(2) $\complement_\Omega(A \cap B) = \complement_\Omega A \cup \complement_\Omega B = \complement_\Omega A$，$\complement_\Omega(A \cup B) = \complement_\Omega A \cap \complement_\Omega B = \complement_\Omega B$，$A \cap \complement_\Omega B = \varnothing$；

(3) $A \cup B = \{2,3,4,5,6,8\}$，$A \cap B = \{2,4\}$.

6. 如图 1-2 所示，因 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$，$B = \{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 5\}$，所以，$A \cap B = \{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 3\}$，$A \cup B = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 5\}$. 它们分别在数轴上表示如图 1-2 所示：

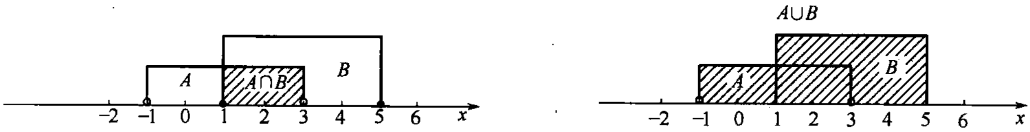



图 1-2　题 6 示意

7. (1) $A \cup B$ 表示该校全体师生的集合；

(2) $A \cap C$ 表示该校全体男学生的集合；

(3) $C \cup D$ 表示该校全体学生的集合.

8. 因 $\Omega = \{$小于 10 的正整数$\}$，$A = \{1,2,3\}$，$B = \{4,5,6,7\}$，所以 $\complement_\Omega A = \{4,5,6,7,8,9\}$，$\complement_\Omega B = \{1, 2, 3, 8, 9\}$，$A \cup \complement_\Omega B = \{1,2,3,8,9\}$，$\complement_\Omega A \cap B = \{4,5,6,7\}$.

9. 令 $A$ 表示订日报的住户集合，$B$ 表示订晚报的住户集合，则 $A \cap B$ 表示两报都订的住户集合，$A \cup B$ 表示至少订一种报的住户集合.

由已知，$A$、$B$、$A \cap B$ 的元素个数分别为 136、57、32，故 $A \cup B$ 的元素个数为 $136 + 57 - 32 = 161$，即该居民区中至少订一种报纸的住户数为 161 户.

10. (1) $[-1, 5)$；(2) $[0, +\infty)$；(3) $(-\infty, 1)$.

## 习 题 1-2

1. (1) 错. 因为 $c < 0$ 时，有 $ac < bc$；

(2) 错. 当 $c = 0$ 时，$ac^2 = bc^2$；

(3) 错. 如 $a = 1$，$b = -2$，$c = 2$，$d = -3$，尽管 $a > b$，$c > d$，但是 $ac < bd$；

(4) 错. 如 $a = 3$，$b = 2$，$c = -2$，$d = 1$，尽管 $a > b$，$c < d$，$c$，$d \neq 0$，但是 $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$；

(5) 对. 因为 $\left.\begin{matrix} a > b \Rightarrow a - b > 0 \\ c < d \Rightarrow d - c > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (a - b) + (d - c) > 0 \Rightarrow a - c > b - d$.

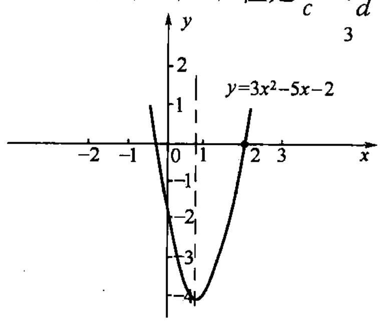



图 1-3　$y = 3x^2 - 5x - 2$ 图像

2. 函数 $y = 3x^2 - 5x - 2$ 的图像如图 1-3 所示：

(1) 由函数 $y = 3x^2 - 5x - 2$ 的图像知，方程 $3x^2 - 5x - 2 = 0$ 的解集为 $\left\{-\frac{1}{3}, 2\right\}$；

(2) 不等式 $3x^2 - 5x - 2 > 0$ 的解集为

$\left\{x\,\middle|\,x<-\frac{1}{3}\text{或 }x>2\right\}$；

（3）不等式 $3x^2-5x-2<0$ 的解集为 $\left\{x\,\middle|\,-\frac{1}{3}<x<2\right\}$.

**3.**（1）$\{x|2<x<6\}$；　　（2）$\{x|1<x<2\}$；

（3）$\{x|x\leqslant-3\text{ 或 }x\geqslant5\}$；　（4）$\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant5\right\}$.

**4.**（1）$\{x|2<x<3\text{ 或 }4<x<6\}$；

（2）原不等式可化为 $\frac{2x-3}{(x-1)(x-2)}>0$，于是有 $\begin{cases}2x-3>0\\(x-1)(x-2)>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2x-3<0\\(x-1)(x-2)<0\end{cases}$，求解得原不等式的解集为 $\left\{x\,\middle|\,x>2\text{ 或 }1<x<\frac{3}{2}\right\}$；

（3）方法同（2），得解集 $\left\{x\,\middle|\,\frac{4}{3}<x<\frac{3}{2}\text{或 }x<\frac{1}{2}\text{或 }x>2\right\}$；

（4）方法同（2），解集为 $\{x|1<x<2\text{ 或 }3<x<4\}$.

*第 **4** 题还可利用列表法求解.

**5.**（1）$\{x|-3<x<7\}$；

（2）$\{x|x\leqslant1\text{ 或 }x\geqslant2\}$；

（3）原不等式等价于：$x^2-3x-1>3$ 或 $x^2-3x-1<-3$，求解得解集为 $\{x|x<-1\text{ 或 }x>4\text{ 或 }1<x<2\}$；

（4）原不等式同解于不等式组 $\begin{cases}|3x+4|>1,\ (\text{I})\\|3x+4|\leqslant6,\ (\text{II})\end{cases}$，解（Ⅰ）得其解集为 $\left\{x\,\middle|\,x>-1\text{ 或 }x<-\frac{5}{3}\right\}$，解（Ⅱ）得其解集为 $\left\{x\,\middle|\,-\frac{10}{3}\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}\right\}$，所以原不等式的解集为 $\left\{x\,\middle|\,-\frac{10}{3}\leqslant x<-\frac{5}{3}\text{或}-1<x\leqslant\frac{2}{3}\right\}$.

## 习题 1-3

**1.**（1）F，T，F，T；　　（2）T，T，T，T .

**2.**（1）略；　　（2）略；

（3）逆命题：可被 5 整除的整数，末位是 0；

否命题：末位不是 0 的整数，就不能被 5 整除；

逆否命题：不能被 5 整除的整数，末位一定不是 0.

（4）逆命题：菱形的四条边相等；

否命题：四条边不等的四边形不是菱形；

逆否命题：不是菱形的四边形四条边不相等.

**3.**（1）略；

（2）$P\wedge Q$：等腰三角形的两边相等且两底角相等；该命题的真值为“T”；

$P\vee Q$：等腰三角形的两边相等或两底角相等；该命题的真值为“T”.

**4.**（1）略；

(2) $Q$：找不到一个实数 $x$，使 $x+5=0$；或叙述为对任意一个实数 $x$，都有 $x+5\neq 0$；该命题的真值为“F”；

(3) $R$：数组 2，3，9，14 中没有能被 3 整除的数；该命题的真值为“F”。

5. (1) 略；　(2) 略；　(3) 充分条件；

(4) 必要条件；　(5) 充要条件.

## 复习题一

1. (1) $\in$，$\notin$，$\subsetneqq$，$=$，$\subset$；

(2) $A\cap B=\{x\mid -4<x\leqslant 1$ 或 $3\leqslant x<4\}$，$A\cup B=\mathbf{R}$；

(3) ① $(0,2]$；② $[-1,3)$；③ $[-2,1]$；④ $(-3,+\infty)$；⑤ $(-\infty,6]$；

(4) ①$\left\{x\,\middle|\,x\leqslant-\frac{1}{2}\text{或}x\geqslant 3\right\}$；② $\varnothing$；③$\{x\mid -1<x<3\}$；④$\{x\mid -2<x<2\}$；

(5) ① 存在无实数解的一元二次方程；

② 这批产品中至少有一个合格品.

2. (1) D；(2) A；(3) D；(4) C；(5)；C.

3. $A\cap B=\{$等腰直角三角形$\}$.

4. (1) $l_1/\!/l_2$；(2) $l_1$ 与 $l_2$ 相交；(3) $l_1$ 与 $l_2$ 重合.

5. (1) 不等式可化为：$2x^2-5x+2<0$，用因式分解法或图像法可求得其解集为 $\left\{x\,\middle|\,\frac{1}{2}<x<2\right\}$；

(2) 原不等式等价于 $-1<\sqrt{x-2}-3<1$，于是有，$2<\sqrt{x-2}<4$，解之得解集为 $\{x\mid 6<x<18\}$；

(3) 原不等式可化为 $\begin{cases}6x^2-17x+12>0\\x^2-5x+6>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}6x^2-17x+12<0\\x^2-5x+6<0\end{cases}$，解之得解集为 $\left\{x\,\middle|\,x<\frac{4}{3}\text{或}x>3\text{或}\frac{3}{2}<x<2\right\}$；

(4) 原不等式可化为 $\begin{cases}x(x-3)>0\\(x+1)(x-2)<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x(x-3)<0\\(x+1)(x-2)>0\end{cases}$ 解之得解集为 $\{x\mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$.

6. (1) 逆命题：到角两边距离相等的点都在角平分线上；否命题：角平分线上存在到角两边距离不相等的点；逆否命题：到角两边距离不相等的点都不在角平分线上；

(2) 逆命题：在圆内，过圆心且平分一条弦所对的弧的直线必是这弦的垂直平分线；否命题：在圆内，弦的垂直平分线不一定过圆心且平分这弦所对的弧；逆否命题：在圆内，过圆心不平分一条弦所对的弧的直线不是这弦的垂直平分线.

7. (1) 二者为“否命题”关系，二者不等价；

(2) 二者为“逆否命题”关系，二者等价，真值相同；

(3) 二者为“逆命题”关系，二者不等价.

8. 设集合 $A$ 表示爱好文艺的学生集合，元素个数为 20；$B$ 表示爱好体育的学生集

合，元素个数为 25；$\Omega$ 表示全班学生的集合，元素个数为 40.

则，$A\cap B$ 表示既爱好文艺又爱好体育的学生集合，现设其元素个数为 $x$，于是有 $(20+25)-x=40-5$，故 $x=10$，即，既爱好文艺又爱好体育的学生共 10 人.

**9.** （1）若不等式的解为 $-1<x<3$，那么方程 $ax^2-2ax+2a-3=0$（$a>0$）有两个根：$x_1=-1$，$x_2=3$；由韦达定理有 $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=\dfrac{2a-3}{a} \end{cases}$（$a>0$）；

于是，$\dfrac{2a-3}{a}=-3$，得 $a=\dfrac{3}{5}$；

（2）若不等式无解，则方程 $ax^2-2ax+2a-3=0$（$a>0$）有惟一解或无解，于是有 $\Delta=4a^2-4a(2a-3)=12a-4a^2\leqslant 0$，因 $a>0$，故 $a>3$.

## 第四节　备选习题

**1.** 用列举法写出与下列集合相等的集合.

（1）$A=\{x|x^2=9\}$；（2）$B=\{x\in\mathbf{N}|x\geqslant 1$ 且 $x\leqslant 2\}$；（3）$C=\{x|x=1$ 或 $x=2\}$.

**2.** 填空

（1）若全集 $U=\mathbf{Z}$，那么 $\mathbf{N}$ 的补集 $\complement_U\mathbf{N}=$________；

（2）若全集 $U=\mathbf{R}$，那么 $\complement_U\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U(\complement_U\mathbf{Q})=$________；

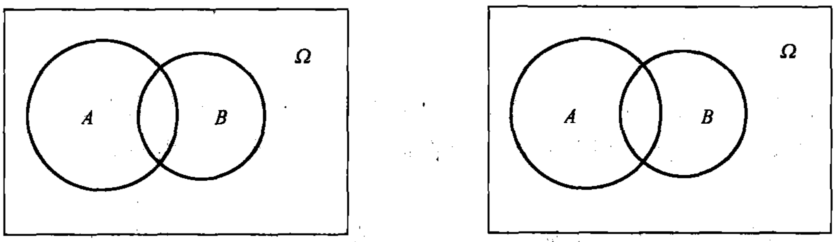
（3）若 $S=\{x|x$ 是小于 9 的正整数$\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,4,5,6\}$，则 $\complement_S A=$________，$\complement_S B=$________；

（4）设 $U=\mathbf{Z}$，$A=\{x\mid x=2k, k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=2k+1, k\in\mathbf{Z}\}$，则 $\complement_U A=$________，$\complement_U B=$________；

（5）设 $A=\{x|x$ 是锐角三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是钝角三角形$\}$，则 $A\cap B=$________；

（6）设 $A=\{x|x$ 是平行四边形$\}$，$B=\{x|x$ 是矩形$\}$，则 $A\cup B=$________.

**3.** 图 1-4 中 $\Omega$ 是全集，$A$、$B$ 是 $\Omega$ 的两个子集，用阴影表示（1）$(\complement_\Omega A)\cup(\complement_\Omega B)$，（2）$(\complement_\Omega A)\cap(\complement_\Omega B)$.




(1)　　(2)

图 1-4　题 3 示意

**4.** 设 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{3,4,5\}$，$B=\{4,7,8\}$.

求 $\complement_U A$，$\complement_U B$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

**5.** 设 $U=\{a,b,c,d,e,f\}$，$A=\{a,c,d\}$，$B=\{b,d,e\}$，

求 $\complement_U A$，$\complement_U B$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$，$\complement_U(A\cap B)$，$\complement_U(A\cup B)$，并指出其