

國立武漢大學叢書

材 料 力 學

丁 燮 和 著

商 務 印 書 館 發 行

序

近十數年來，國人對於工程科學，已知注重，但於理論方面，著成專書者，尚不多見。材料力學，乃各項工程科學理論之基礎，為研究工程者之初步學識。國內各大學工學院，對於此項課程，多採用英文課本，學生每於文字上，發生若干困難。近三四年中，著者於授課之餘，多方搜集此項材料，復於本年暑期中，詳加整理，編成此冊，主要目的，為大學工學院作教科書之用，故於材料方面，雖求其完備，但亦不得不注意緊縮，以求適合於教授時間。

書中各章次序及注意點，與普通教科書，稍有不同之處，而於材料試驗結果及討論，列入甚少，蓋此項試驗原料，皆為國外出品，而國內各大學課程中，已有建築材料 (Material of Construction) 一項，其中對於各種材料試驗研究，皆頗詳盡。關於本國材料試驗紀錄，著者曾向各方徵求，惟所得者甚少，希望此書出第二版時，對於此項紀錄及研究，有所增添。

本書共分十四章，前十二章為初學工程科學者所必讀，其中或有數節，可暫不讀，當視授課時間而定，最後兩章，作為參考之用。

書中對於各種計算方法，力求避免高深數理，而對於某一方法，著者覺其較便利者，則特別多加應用。例如計算樑之撓度 (Deflection) 及固定樑 (Built-in Beam) 時，特別注重應用彎曲力率圖面積法，此既可不用微積分學，而求結果，亦較迅速。其他如應用物體之變形能 (Strain

Energy) 以解決樑中各種問題,亦頗簡便。

工程名詞,在國內各雜誌書籍中,雖屢有所見,但至今尚未有一統一辦法。此書所採用之各種名詞,大半參考中國工程師學會出版之幾種工程名詞專冊,間有由著者個人意見暫定應用者,不正確之處,或所不免,俟日後國內工程名詞有統一辦法,再加改正,以求一致。

本書蒙國立武漢大學出版委員會敦請工學院教授俞子慎郭澤五蘇雲霄三先生詳加審查指正,列爲武漢大學叢書之一,特此致謝。

丁燮和

民國二十五年十二月,武大。

目 次

第一章 應力及變形	1
材料力學——應力——張應力——壓應力——切應力——總應力——單位應力——變形——彈限——彈性率——應力，變形圖——作用應力——物體本身重量所發生之應力及變形——等張力之棒——白松氏比率——工作能力與躍回率——物體墜落所生之能——碰撞所生之能——補充切應力——堅性率——切力變形的能——體積變率——長方體之三方應力方程式——溫度應力——混合棒之應力——混合體之溫度應力	
第二章 應力之組合	49
複雜應力——橢圓應力圖——Mohr 氏圓——張應力與切應力之組合——切應力與互垂直之張應力組合——薄壁筒及圓殼中之應力	
第三章 鉚釘接棒	77
引言——搭頭接棒——平頭接棒——鉚釘接棒中之應力——鉚釘接棒之破壞——鉚釘接棒之效率——鉚釘結構之偏斜	
第四章 轉扭	95

圓軸之轉扭——轉扭力率，轉扭角與切應力之關係——空心軸之轉扭——扭力率與工作能力——轉扭與變形能——非圓截面軸之轉扭——薄壁管之轉扭——超過彈限之轉扭

第五章 樑之彎曲..... 118

樑之定義——樑之荷載——支柱之反力——樑之切力及彎曲力率——切力及彎曲力率圖——集中荷載加於樑之一端——兩集中荷載——均佈荷載——樑之集中荷載與均佈荷載——一集中荷載加於樑上任意一點——單樑上負有若干集中荷載——單樑上之均佈荷載——集中荷載加於外伸樑之兩端——外伸樑之均佈荷載——彎曲力率之零點——切力及彎曲力率之圖解法——單樑之偶力——施偶力於樑之兩端——條漸增加之均佈荷載——彎曲力率與切力之關係——活荷載之切力與彎曲力率——單獨一集中活荷載——長過跨度之活均佈荷載——多數活集中荷載

第六章 樑中應力..... 172

樑收彎曲作用後之應力——彎曲理論——中和軸之位置——抵抗力率——鋼筋混凝土樑——慣性率之普遍性質——極座標慣性率與慣性率之主軸——慣性率之橢圓——計算慣性率之普遍方法——對稱截面之應用——不對稱截面之應用——不對稱之彎曲

第七章 樑中切應力..... 206

樑中截面上切應力之分佈——有規則截面上之切應力——鉸桁

中鉚釘之設計——樑中主應力

第八章 樑之撓度 224

樑之撓曲——樑之曲率——懸樑之撓度——懸樑收均佈荷載之撓度——懸樑收有規則增加均佈荷載之撓度——單樑之撓度——Macaulay 氏計算單樑撓度之方法——單獨一集中荷載——撓度與彎曲力率圖之關係——彎曲力率圖對於各種樑之應用——樑之IE爲變數——彎曲力率之變形能——撓度與能之關係——樑中任何一點之撓度——反逆定理——切力與撓度——單樑之切力撓度

第九章 固定樑與連續樑 291

固定樑——固定樑之固定彎曲力率——固定樑之集中荷載，兩端在同一水平位置——固定樑之均佈荷載，二端在同一水平線上——一端原有斜度之固定樑——固定樑之兩端不在同一水平線上——一端固定，一端支架之橫樑——連續樑——三力率定律——連續樑支柱上之反力——均佈荷載之連續樑——三跨度之連續樑——等跨度，等荷載之連續樑——集中荷載之連續樑——特性點——固定樑之應用——連續樑之應用——特性點應用於惰性率不同之橫樑——等跨度連續樑之應用——Ostenfield 氏作法——無荷載之跨度

第十章 直接應力與彎曲應力之組合 351

引言——直接應力與彎曲應力之組合——短柱上之偏心荷載——中心截面理論——中和軸之位置——截面內無張應力——

截面內同時有張應力與壓應力

第十一章 抗壓部材與長柱 375

引言——歐羅氏理論——末端位置固定之長柱——歐羅氏公式
所能應用之範圍——一端絕對固定，一端自由之長柱——兩端
絕對固定之長柱——一端絕對固定，一端位置固定之長柱——
歐羅氏公式之普遍性——長柱之偏心荷載——長柱之缺點——
任肯氏經驗公式——任肯氏偏心荷載公式——Ritter's 理論
常數——哥敦氏公式——Johnson 氏拋物線公式——Fidler 氏
公式——直線公式——幾種應用之直線公式——長柱極限強度
之試驗

第十二章 彎曲與轉扭之組合 415

轉扭與簡單彎曲之組合——葉狀彈簧——圓筒式彈簧圈——承
收軸荷載之緊彈簧圈——承收偶力之緊彈簧圈——承收軸荷載
之鬆彈簧圈——承收偶力之鬆彈簧圈——盤式彈簧

第十三章 曲樑，鈎，環 438

曲率較小之橫樑——曲率較大之橫樑——矩形截面之曲樑——
圓形截面之曲樑——鈎中之應力——環中應力——曲樑理論之
應用——曲樑之變形——圓環之變形——簡單練環——活塞環
——Castigliano 氏定理——Castigliano 氏理論之應用——匝
線式水管或樑

第十四章 厚壁筒 479

厚壁筒中之應力——外緣壓應力略去——厚壁筒之組合

中英名辭對照表 495

材 料 力 學

第一章 應力及變形

§ 1. 材料力學 (Strength of Materials) 凡一物體，收外力 (External Force) 後，原有形狀及體積，將皆發生變化，其情形當依各不同物體本質而定。材料力學，乃專門研究彈性固體 (Elastic Body) 收外力後所發生之變化，普通測定方法，即將各種物質，施以多次試驗，將所得結果，用數理及力學原理推求一普遍規律，以決定各個物體之特性。

§ 2. 應力 (Stress) 一物體加力於另一物體上，兩接觸面間，即發生應力，或將一物體無形中分為兩部分，收外力後，其中即有抵抗此外力之應力發生，或即由一部分有應力加於他一部分，普通稱之曰內應力 (Internal Stress)。

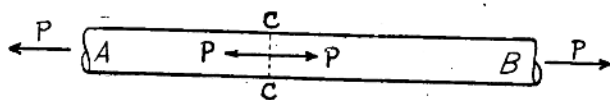
當應力發生於一物體內，各部之應力大小必相等，設此力使物體伸長 (Extension) 名曰張應力 (Tensile Stress)，如結果為縮小 (Contraction) 則為壓應力 (Compressive Stress)，設力為平行，而對物體截面有剪割之勢，則為切應力 (Shear Stress)。

§ 3. 張應力 設 AB 為一任何物質之長棒 (第 1 圖)，加拉力 P 於其兩端，則棒中任何一截面上所發生之應力皆為 P ，現用一垂直於棒橫

軸之平面 CC 分 AB 爲兩部分，加 P 力後，則張應力發生於 CC 截面上， AC 一段牽引 BC 一段，而 BC 一段內亦有同樣大小之力抵抗之，二力之方向相反而等於 P 。設棒之截面面積爲 A ，則截面上之平均應力爲

$$f_t = \frac{P}{A} \dots \dots \dots (1)$$

式中 f_t 等於截面上張應力之平均密度。

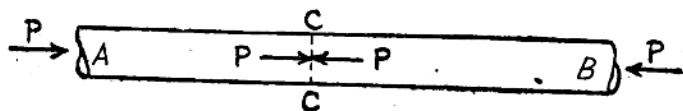


第 1 圖

§ 4. 壓應力 設加於長棒兩端之力之方向爲內向（第 2 圖），則截面上發生之力爲壓應力。仍用一垂直於棒橫軸之平面分 AB 爲兩部分，因 P 力之方向內向，故 AC 一段推壓 BC 一段，而 BC 一段內，有同樣大小之力抵抗之。二力內向而等於 P 。設棒截面之面積爲 A ，則平均應力爲

$$f_c = \frac{P}{A} \dots \dots \dots (2)$$

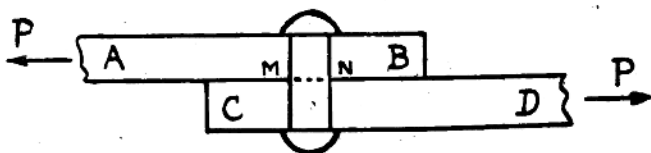
式中 f_c 等於截面上壓應力之平均密度。



第 2 圖

§ 5. 切應力 設 AB, CD 爲二鋼版，用鉚釘 (Rivet) 連結之（第

3 圖)。現加拉力 P 於二鋼版上，則鉚釘之上段因 AB 之牽引而向左，



第 3 圖

下段因 CD 之牽引而向右，故沿鉚釘中 MN 截面上發生切應力。設截面之面積為 A ，則截面上之平均應力為

$$q = \frac{P}{A}$$

式中 q 等於截面上切應力之平均密度。

§ 6. 總應力 (Total Stress) 物體截面上之應力，有時稱之曰總應力，此必等於物體所收之外力。在第一圖中， P 即為 AB 棒截面上之總應力。

§ 7. 單位應力 (Unital Stress) 物體截面上之單位應力，等於截面之面積除總應力。美國常用磅 (Pound) 為力之單位，平方吋 (Square inch) 為面積單位，故所得之單位應力為每平方吋若干磅 (或簡寫為 lb/in^2)，英國常用每平方吋若干噸 (Ton) 表示之 (或簡寫為 ton/in^2)，歐洲大陸則常用每平方厘米 (Square Centimeter) 若干克 (Kilogram)。

設第一圖中， $P=16000$ 磅； $A=8$ 吋²；則棒截面上之單位張應力為

$$f_t = \frac{16000}{8} = 2000 \text{ lb}/\text{in}^2$$

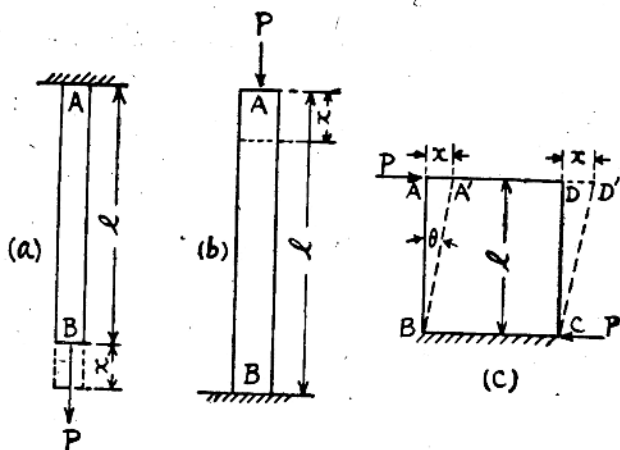
§8. 變形 (Strain) 物體收外力後，其大小及形狀即將改變。此種改變，簡稱之為變形或毀形 (Deformation)。變形之種類，約可分之為三，茲分別敘述於下：

(甲) 張力變形 第4圖 (a) 中， AB 為一垂直棒，上端固定於另一建築物上，下端繫一重量 P ，棒中即有張應力發生。設棒原有之長度為 l ，加重量後伸長 x ，則每單位長度之張力變形為

$$\sigma = \frac{x}{l}$$

(乙) 壓力變形 設棒之下端固定，加一重量 P 於其上端〔第4圖 (b)〕，棒因收擠壓而發生壓應力，設縮短之長度為 x ，則每單位長度之壓力變形為

$$\sigma = \frac{x}{l}$$



第 4 圖

(丙) 切力變形 物體之切力變形，等於收外力後所移動之角度。第 4 圖(c)中， $ABCD$ 因收切 P 而移動成 $A'BCD'$ 之位置，單位切力變形乃 AB 所移轉之角度 θ 而非 A 點所移動之距離 x ，但 θ 之值甚小時，可以 $\frac{x}{l}$ 替代之，該 l 爲 AB 之長度。

§ 9. 彈限 (Elastic Limit) 物體因收外力而發生變形現象，設外力不超過某一定限度，當力移去後，物體仍能完全恢復原有形狀，此某限度時之單位應力，普通稱之曰彈限。倘外力超過物體之彈限，力移去後，將不能完全恢復原有形狀，至少有小部分，成爲永久變形 (Permanent Set)。故欲求物體之彈限，所加外力，須由最小值倏漸增高，同時注意變形之狀態，務使所得之彈限爲最低限度。稍過此限度，即有永久變形現象發生。作此種試驗時，其結果是否精確，當視儀器構造及試驗時之注意程度而定。

物體變形之大小，有時亦依所加外力之時間長短而異。力加於物體上之時間較長，則變形亦較大，同樣之應力，有時因時間之短促，或即不能偵察變形現象。再如鋼鐵等物質，外力移去後，須經過若干時間，始能完全恢復原狀，此種現象，名之曰暫時變形 (Temporary Set)，故測定物質彈限時，必須依據多次之試驗，然後決定之。

§ 10. 彈性率 (Modulus of Elasticity) 或楊氏係數 (Young's Modulus) 依照霍克氏⁽¹⁾定律 (Hook's Law) 外力加於物體上，設發生之應力，不超過物體彈限，則應力與變形成正比例，即

(1) 霍克爲英人，1678 年創普動力學所稱之 Hooke's Law。

應力 $\propto$ 變形

應力 = (變形) $\times$ 常數

設 f = 單位應力; ∂ = 單位長度變形; E = 常數

則 $f = \partial \times E$

或 $E = \frac{\text{單位應力}}{\text{單位長度變形}} = \frac{P/A}{x/l} = \frac{Pl}{Ax} \dots\dots\dots (3)$

式中 E 名曰彈性率或楊氏係數。

變形為一普通比率，無單位，故彈性率之單位與應力單位同，以“每平方吋若干磅”或“每平方呎若干呎”表示之。

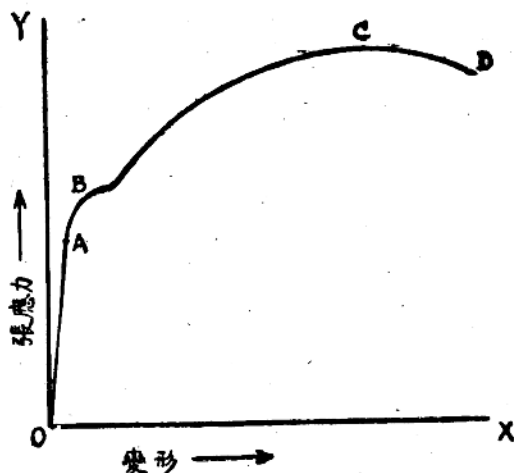
由(3)式

$$x = \frac{Pl}{AE} \dots\dots\dots (4)$$

故棒伸長之量與張應力及棒之長度成正比而與棒之截面面積及彈性率成反比。求物體之彈性率時，普通皆以張力試驗測定之。但須注意，所加張力必須確在物體截面之中心 (Center)，以免發生彎曲現象。並假定張力將平均分佈於截面上，物體伸長後，各個截面，仍與平行於張力方向之軸線垂直。

§ 11. 應力，變形圖 (Stress and Strain Diagram) 由前節吾人已知在彈限以內，應力與變形成正比例。超過彈限，二者之關係，變為複雜，變形增加之速度，恆較應力增加之速率為大，繼續至物質破壞而止。此種現象，可用座標圖表示之。

設第4圖(a)中 AB 棒之物質為營造鋼 (Structural Steel)，令 O 為原點 (Origin)， OX 為橫座標，代表變形， OY 為縱座標，代表張應力



第 5 圖

(第 5 圖)，在彈限內，棒伸長之長度，與張應成正比例，故 OA 為一直線。 A 點名曰彈限或彈性比率(Elastic of Proportionality)。設張應力繼續增加，則長度之增加，較張應力為速，增加少許張應力，即增加甚大變形，故第 5 圖中，弧線經過 A 點後，即漸彎曲， B 點處幾成水平。此種現象，名曰退放(Yield)， B 點通稱之曰退放點(Yield Point)。

設再繼續增加張力，棒仍繼續伸長，當張應力增至 C 點處，然後倏漸減少，長度仍繼續增加，至 D 點而物質破壞矣。張應力在 C 點處為最大，通稱之曰極限應力(Ultimate Stress)。 D 點處之應力名曰破壞應力(Breaking Stress)。

下列一表為幾種普通物質之特性。

第一表 物質之特性

物 質	彈性率(E #/sq in)	退 放 點 #/sq in	極 限 壓 力 #/sq in
營造鋼(含 0.15 至 0.25% 碳)	30×10^3	$30 \times 10^3 - 40 \times 10^3$	$55 \times 10^3 - 65 \times 10^3$
鐵質鋼(含 3 至 3.5% 鐵)	29×10^3	$40 \times 10^3 - 50 \times 10^3$	$78 \times 10^3 - 100 \times 10^3$
銅	16×10^3	$36 \times 10^3 - 45 \times 10^3$	$28 \times 10^3 - 40 \times 10^3$
玻璃	10×10^3		3.5×10^3
洋松(Pine, with the grain)	1.5×10^3		$8 \times 10^3 - 20 \times 10^3$
混凝土(收壓力)	4×10^3		3×10^3

例 1. 一金屬棒, 收張力試驗, 棒原長 8", 加 20440 磅後, 伸長 0.0056 吋。設棒之截面面積為一平方吋, 問棒之單位變形及彈性率為若干?

$$\delta = \frac{x}{l} = \frac{0.0056}{8} = 0.0007$$

$$E = \frac{f}{\delta} = \frac{20440}{0.0007} = 29.2 \times 10^3 \text{ #/sq in}$$

例 2. 一矩形截面鋼鐵棒, 長 36 吋, 闊 1.25 吋, 厚 1 吋, 收壓力試驗, 當荷載(Load)增至 12000 磅時, 棒於 30 吋中縮短 0.01045 吋。問棒之彈性率為若干?

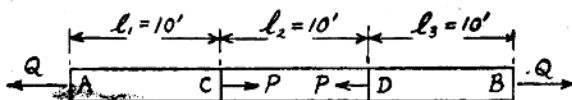
$$A = 1.25 \times 1 = 1.25 \text{ sq in}; f = \frac{12000}{1.25} = 9600 \text{ #/sq in}$$

$$\delta = \frac{0.01045}{30} = 0.000348;$$

$$\therefore E = \frac{f}{\delta} = \frac{9600}{0.000348} = 27,586,200 \text{ #/sq in}.$$

例 3. AB 為一營造鋼質之橫棒, 截面面積為一平方吋, 現於棒之

兩端加拉力 $Q=10000$ 呎，及另一力 $P=5000$ 呎。如第 6 圖中所示，求全棒伸長之量。 $E=30 \times 10^6$ 呎/吋。



第 6 圖

棒內 AC 及 DB 兩部分中張應力為 Q ，而中部 CD 為 $(Q-P)$ ；設全棒伸長之量為 x ，則

$$\begin{aligned} x &= 2 \frac{Ql_1}{AE} + \frac{(Q-P)l_2}{AE} = 2 \left(\frac{10000 \times 10}{1 \times 30 \times 10^6} \right) + \frac{5000 \times 10}{1 \times 30 \times 10^6} \\ &= \frac{1}{150} + \frac{1}{600} \\ &= \frac{1}{120} \\ &= 0.00833 \text{ 吋} \end{aligned}$$

§ 12. 作用應力 (Working Stress) 由第 5 圖，吾人可決定每種物質之退放點，極限應力及破壞應力。在工程各項設計中，必須擇用一某值，使物質能承收而無危險發生，此種應力，普通稱之為安全應力 (Safe Stress)。過此限度，即不能保障設計之安全，此應力有時亦稱為最大工作應力。

製定工作應力時，須確定此應力加於物體上將無永久變形發生，普通皆不超過退放點。吾人可假定物質為完全彈性 (Perfectly Elastic)，過此限度，則有一部分成永久變形。凡欲使結構物為完全彈性，所用之工作應力，必須小於退放點。

設 f_w = 工作應力; f_y = 退放點; f_u = 極限應力,

則
$$f_w = \frac{f_y}{\alpha}; \text{ 或 } f_w = \frac{f_u}{\alpha'}$$

上式中 α 及 α' 為兩常數, 普通稱之曰安全率 (Factor of Safety)。由此即可決定工作應力之值。設物質為營造鋼, 則工作應力宜由退放點決定, 因超過此限度後, 常有永久變形發生, 當此情形時, 安全率可為 2 ($\alpha=2$)。設荷載突然加於物體上, 或荷載常有變更, 則所用之安全率, 須較上述者為大。設物質為易碎性, 例如熟鐵, 混凝土及各種石塊等, 則工作應力可由極限應力測定之。

第二表 各種物質之最大工作應力

物 質	張 應 力 $^{\#}/\text{sq}$	壓 應 力 $^{\#}/\text{sq}$
營造鋼.....	16000	16000
生鐵 (Wrought Iron).....	12000	12000
熟鐵 (Cast Iron).....	3000	15000
洋松(縱紋).....		1200
洋松(橫紋).....		250
橡木(縱紋).....		1000
橡木(橫紋).....		400
混凝土(1:2:4)		700
混凝土(1:3:6)		550

§ 13. 物體本身重量所發生之應力及變形 第 4 圖 (a), 吾人討論棒中應力及變形時, 僅計算所加之荷載 P , 但當棒之長度增大時, 本身重量, 亦可引起若干張應力, 其最大值將在棒之上端。

設 w = 每單位體積棒之物質重量,