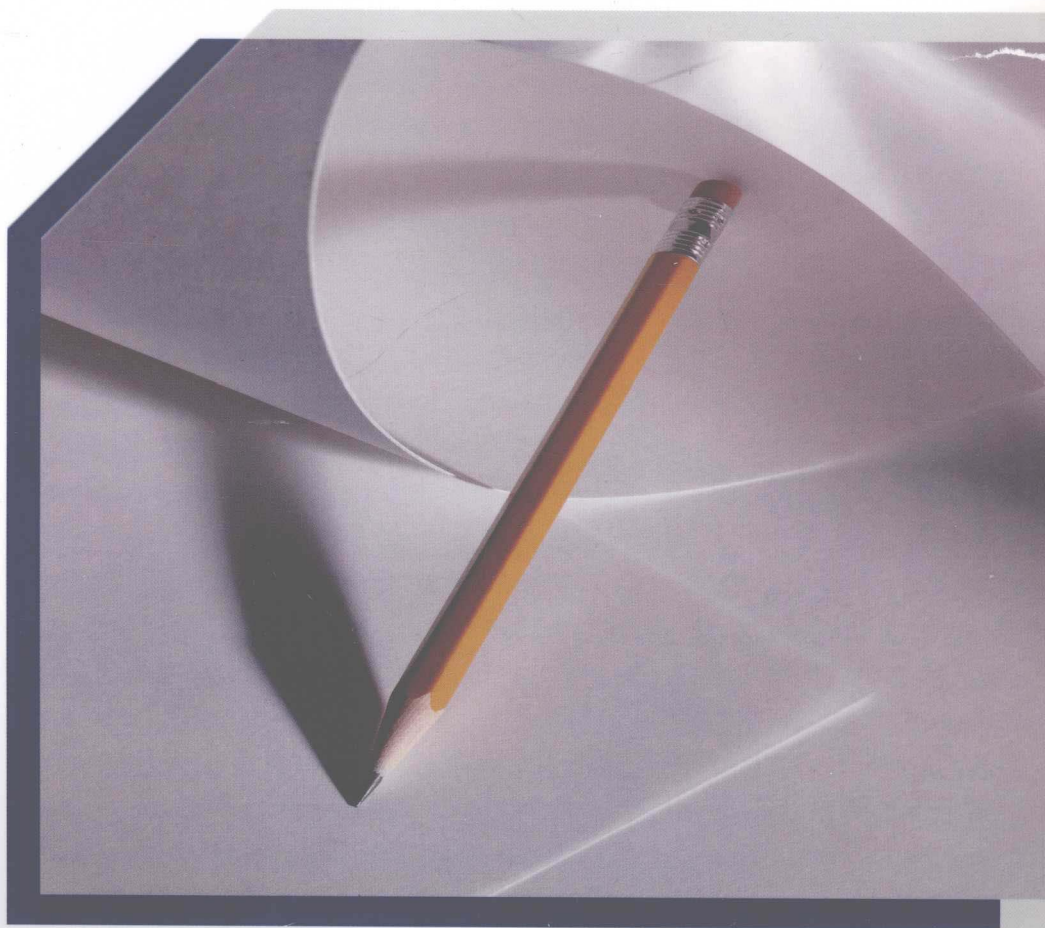


财 政 部 规 划 教 材  
全 国 中 等 职 业 学 校 财 经 类 教 材

# 财经应用数学

陈龙文 廉捷 主 编  
林卫民 何泽 副主编



经济科学出版社

财经应用数学  
第1版第1次印刷

# 财经应用数学

第1版第1次印刷



财政部规划教材  
全国中等职业学校财经类教材

# 财经应用数学

陈龙文 廉捷 主编  
林卫民 何泽 副主编

经济科学出版社

## 图书在版编目 (CIP) 数据

财经应用数学 / 陈文龙, 廉捷主编. —北京: 经济科学出版社, 2008. 8

财政部规划教材

ISBN 978 - 7 - 5058 - 7417 - 6

I. 财… II. ①陈…②廉… III. 经济数学 - 专业学校 - 教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 115415 号

责任编辑: 白留杰 凌 敏

责任校对: 张长松

版式设计: 代小卫

技术编辑: 李长建

## 财经应用数学

陈龙文 廉 捷 主 编

林卫民 何 泽 副主编

经济科学出版社出版、发行 新华书店经销

社址: 北京市海淀区阜成路甲 28 号 邮编: 100142

教材编辑中心电话: 88191354 发行部电话: 88191540

网址: [www. esp. com. cn](http://www.esp.com.cn)

电子邮件: [esbj3@esp.com.cn](mailto:esbj3@esp.com.cn)

北京密兴印刷厂印装

787 × 1092 16 开 17.5 印张 400000 字

2008 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5058 - 7417 - 6/F · 6668 定价: 32.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

(版权所有 翻印必究)

## 编 审 说 明

本书是全国财经类通用教材。经审阅，我们同意作为全国高职高专院校财经类专业教材出版。书中不足之处，请读者批评指正。

**财政部教材编审委员会**

2008 年 8 月

## 编写组成员

主 编 陈龙文 廉 捷

副主编 林卫民 何 泽

参 编 (以姓氏拼音字母为序)

方 杰 方 裕 胡晓彤 胡宏佳

姜芹玉 匡小虎 刘乐先 路彦星

邱文杰 宋西红 王伟文 曾玲玲

# 前 言

根据教育部新制定的《中等职业教育数学教学大纲》（试行）的精神，帮助学生夯实数学基础，掌握数学基本知识和基本技能，注意学生发展的需要，结合现阶段中等职业学校的学生实际情况，以及数学教学改革的趋向，针对财经类中等职业教育学校学生学习公共基础课数学课程的需要，对财经类中等职业学校的公共基础课作了整体规划，编写了这本《财经应用数学》规划教材，供财经类中等职业教育学校选用。

《财经应用数学》教材的总体设计思路是：把数学作为一种有用的工具介绍给学生。本书注重学生对数学基础的学习，注重实用，把数学知识与财经信息整合起来，使数学知识服务于财经类专业的学习。本教材供财经类中等职业学校的学生使用，建议所用课时数为120~140节。

## 一、指导思想

认真贯彻“以学生发展为本”的教育思想，突出培养学生的实践能力。考虑学生的发展需要，有利于培养学生的科学素质。教材内容尽量做到与初中有关知识联系，降低学习起点，降低理论难度；并且尽可能与财经类的专业知识相连接，努力使数学知识服务于专业，努力做好与九年制义务教育知识相衔接，有利于学生的后续发展。

## 二、编写原则

以教育部颁布的《中等职业教育数学教学大纲》为依据进行编写，培养“知识型技能人才”。教材内容选取宽广、浅显，突出数学知识在财经专业上的应用、力求简明扼要。以解决问题为原则，把必须学习和掌握的知识降低难度、浅化理论，强调实际应用。注意与其他专业课的互相协调，希望能解决公共课教学与专业基础课教学脱节的现象，为其他课程的学习打好数学基础。

## 三、主要特点

1. 分层编写。本教材创新了编写思路，对中等职业教育的数学知识进行了分层编写，把最基本的知识编写在版面的左边，满足了学生学习的最低要求；

把拓展延伸的知识编写在版面的右边,以满足进一步深造的学生的需要.分两边编写有利于教师对学生进行分层教学,这是本教材的一大特点.

2. 贴近财经. 本教材的另一特点是在内容上尽力贴近财经类的知识,大量采用含有财经类知识的例题和习题,由于财经专业老师参与了本教材的编写工作,因此大大地突出了为财经类专业服务的特点.

3. 问题引入. 本教材在每章的开头引言部分,都安排了一个财经类的生活例子,引入本章的教学,这样能很好地提高学生学习数学的兴趣,使学生感到学习数学的用处,也为教师在讲授本章新课时提供一个引入的例子.

4. 项目指引. 为了使学生明确学习目标以及为教师备课指引思路,在每小节的开头都明确指出本节的学习目标,把这个目标作为本节内容的学习项目,这样有利于分散难点,逐个击破,使学生感到容易学,老师容易教.

5. 版式新颖. 本教材的编写版式新颖,版面设计图文并茂,使用了一些学生喜爱的卡通图片,增加学生学习的趣味.

#### 四、在分层教学中使用本教材的几点建议

由于本教材创新了一些编写特点,提供给教师在分层教学中注意的有以下几点:

1. 本教材对中等职业学校学生所需要的数学知识进行了分层编写,左边为“基础知识”,供全体学生学习,也是最低的要求;右边为“拓展延伸”,供学有余力并且准备进一步深造的学生学习.教师在授课时主要讲解左边的内容,右边的内容以学生自学为主,教师适当给予辅导.由于教材已经分层编写,因此学生的分层教学不必分班教学.

2. 由于财经类专业的教师参与了本教材的编写,教材中出现的大量的财经类例题和习题,我们都尽量把它数学模型化,由于是第一次这样编写,数学模型化的工作可能还不够充分,教师们在使用过程中要充分利用这些例题和习题,并提出进一步修改的宝贵意见.

3. 教材每章的开头都列举了贴近生活的经济例子,教师们在引入本章新课时可以用这个例子作为引入,但不要在引入时就解答它,提出问题而不解答问题,这样才能更好地引起学生学习的兴趣.

4. 教材每节的开头都设置了“学习目标”,这是提供给教师备课时作为学习项目指引的,教师在讲新课时可以把它作为学习任务向学生提出要求,让学生明确本节内容的学习任务.

5. 带有\*号的内容和例题、习题是供学生选学的内容和题目,不做基本要求.

在编写本教材的过程中,得到了广东省财政职业技术学校和顺德陈登职业



中学老师的牵头、组织以及广东省贸易职业技术学校等一批学校的帮助，在此表示衷心的感谢。同时，我们希望能够用比较新的理念去编写学生和老师都喜欢的教材，也可能我们的想法还不太成熟，希望各地学校专家、老师和同行，在使用本教材的过程中多提宝贵意见，进一步修改和完善，不足之处，敬请批评指正。

**《财经应用数学》编写组**

2008年8月



|                                   |               |
|-----------------------------------|---------------|
| <b>第 1 章 代数实用知识 .....</b>         | <b>1</b>      |
| § 1.1 数的运算 .....                  | 1             |
| 1.1.1 实数的概念与运算 .....              | 1             |
| 1.1.2 比例 .....                    | 6             |
| § 1.2 代数式的运算 .....                | 8             |
| 1.2.1 整式 .....                    | 8             |
| 1.2.2 因式分解 .....                  | 12            |
| 1.2.3 分式 .....                    | 14            |
| 1.2.4 二次根式 .....                  | 18            |
| § 1.3 代数的简单应用 .....               | 22            |
| 1.3.1 比例的应用 .....                 | 22            |
| 1.3.2 实数运算在经济中的应用 .....           | 25            |
| <br><b>第 2 章 方程、方程组及应用 .....</b>  | <br><b>34</b> |
| § 2.1 方程和方程组 .....                | 34            |
| 2.1.1 一元一次方程 .....                | 34            |
| 2.1.2 一元二次方程 .....                | 36            |
| 2.1.3 二元一次方程组 .....               | 39            |
| 2.1.4 分式方程 .....                  | 41            |
| 2.1.5 无理方程 .....                  | 43            |
| § 2.2 方程和方程组的应用 .....             | 45            |
| 2.2.1 方程的应用 .....                 | 45            |
| 2.2.2 方程组的应用 .....                | 48            |
| <br><b>第 3 章 集合、逻辑用语及应用 .....</b> | <br><b>55</b> |
| § 3.1 集合 .....                    | 55            |
| 3.1.1 集合的概念与表示 .....              | 55            |
| 3.1.2 集合与集合的关系 .....              | 59            |

|                               |            |
|-------------------------------|------------|
| 3.1.3 集合的运算·····              | 62         |
| § 3.2 充分条件、必要条件、充要条件·····     | 66         |
| 3.2.1 命题·····                 | 66         |
| 3.2.2 充分条件、必要条件与充要条件·····     | 67         |
| § 3.3 集合与逻辑问题的应用·····         | 70         |
| 3.3.1 集合的应用举例·····            | 70         |
| 3.3.2 逻辑问题的应用举例·····          | 72         |
| <b>第4章 不等式及应用</b> ·····       | <b>79</b>  |
| § 4.1 不等式的性质与解集·····          | 79         |
| 4.1.1 不等式的概念与性质·····          | 79         |
| 4.1.2 不等式的解集与区间·····          | 82         |
| § 4.2 不等式的解法·····             | 86         |
| 4.2.1 一元一次不等式·····            | 86         |
| 4.2.2 一元一次不等式组·····           | 87         |
| 4.2.3 一元二次不等式·····            | 89         |
| 4.2.4 分式不等式·····              | 91         |
| 4.2.5 含有绝对值的不等式·····          | 93         |
| § 4.3 不等式的应用·····             | 95         |
| 4.3.1 不等式的简单应用·····           | 95         |
| 4.3.2 运用不等式求解实际问题·····        | 97         |
| <b>第5章 基本函数及应用</b> ·····      | <b>105</b> |
| § 5.1 函数的概念与表示方法·····         | 105        |
| 5.1.1 函数的概念·····              | 105        |
| 5.1.2 函数的表示方法·····            | 108        |
| § 5.2 函数的性质·····              | 115        |
| 5.2.1 函数的单调性·····             | 115        |
| 5.2.2 函数的奇偶性·····             | 118        |
| § 5.3 函数的应用·····              | 124        |
| 5.3.1 待定系数法·····              | 124        |
| 5.3.2 一次函数的应用·····            | 125        |
| 5.3.3 简单二次函数的应用·····          | 127        |
| <b>第6章 指数函数、对数函数及应用</b> ····· | <b>134</b> |
| § 6.1 指数与指数函数·····            | 134        |

|       |                    |     |
|-------|--------------------|-----|
| 6.1.1 | 有理指数 .....         | 134 |
| 6.1.2 | 指数函数及其图像与性质 .....  | 137 |
| § 6.2 | 对数与对数函数 .....      | 141 |
| 6.2.1 | 对数的概念和性质 .....     | 141 |
| 6.2.2 | 自然对数和常用对数 .....    | 143 |
| 6.2.3 | 对数的运算 .....        | 144 |
| 6.2.4 | 对数函数及其图像与性质 .....  | 146 |
| § 6.3 | 指数函数与对数函数的应用 ..... | 149 |
| 6.3.1 | 指数函数的应用 .....      | 149 |
| 6.3.2 | 对数函数的应用 .....      | 151 |

## 第7章 平面解析几何及应用 ..... 157

|       |                       |     |
|-------|-----------------------|-----|
| § 7.1 | 平面直角坐标系 .....         | 157 |
| 7.1.1 | 平面直角坐标系概述 .....       | 157 |
| 7.1.2 | 距离公式和中点公式 .....       | 159 |
| § 7.2 | 直线方程 .....            | 161 |
| 7.2.1 | 直线的斜率和截距 .....        | 161 |
| 7.2.2 | 直线方程的几种形式 .....       | 163 |
| § 7.3 | 二元一次不等式与平面区域 .....    | 166 |
| 7.3.1 | 二元一次不等式表示的平面区域 .....  | 166 |
| 7.3.2 | 二元一次不等式组表示的平面区域 ..... | 168 |
| § 7.4 | 平面解析几何的应用 .....       | 170 |
| 7.4.1 | 简单的线性规划 .....         | 170 |
| 7.4.2 | 线性规划问题的图解法 .....      | 172 |

## 第8章\* 三角函数及应用 ..... 180

|       |                  |     |
|-------|------------------|-----|
| § 8.1 | 任意角的三角函数 .....   | 180 |
| 8.1.1 | 角的概念的推广 .....    | 180 |
| 8.1.2 | 弧度制 .....        | 184 |
| 8.1.3 | 任意角的三角函数 .....   | 186 |
| 8.1.4 | 三角函数关系式 .....    | 190 |
| 8.1.5 | 三角函数的诱导公式 .....  | 192 |
| § 8.2 | 三角函数的图像与性质 ..... | 195 |
| 8.2.1 | 正弦函数的图像与性质 ..... | 195 |
| 8.2.2 | 余弦函数的图像与性质 ..... | 198 |
| § 8.3 | 三角函数的应用 .....    | 200 |

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| <b>第9章 数列及应用</b>           | 209     |
| § 9.1 数列的概念                | 209     |
| § 9.2 等差数列                 | 211     |
| 9.2.1 等差数列的定义和通项公式         | 211     |
| 9.2.2 等差数列的前 $n$ 项和公式      | 213     |
| § 9.3 等比数列                 | 215     |
| 9.3.1 等比数列的定义和通项公式         | 215     |
| 9.3.2 等比数列的前 $n$ 项和公式      | 217     |
| § 9.4 数列的应用                | 218     |
| 9.4.1 等差数列的应用              | 218     |
| 9.4.2 等比数列的应用              | 220     |
| <br><b>第10章 概率与统计初步及应用</b> | <br>226 |
| § 10.1 排列与组合               | 226     |
| 10.1.1 计数原理                | 226     |
| 10.1.2 排列与排列数公式            | 229     |
| 10.1.3 组合与组合数公式            | 231     |
| § 10.2 概率初步                | 233     |
| 10.2.1 古典概率                | 233     |
| 10.2.2* 概率的加法公式与乘法公式       | 236     |
| § 10.3 统计初步                | 240     |
| 10.3.1 总体和样本               | 240     |
| 10.3.2 平均数、众数和中位数          | 241     |
| 10.3.3* 极差、方差、标准差和离散系数     | 246     |
| § 10.4 概率与统计的应用举例          | 255     |
| 10.4.1 排列与组合的应用            | 255     |
| 10.4.2 概率的应用               | 256     |
| 10.4.3 统计的应用               | 258     |

# 第1章 代数实用知识



你会存款理财吗？你会投资经商吗？你懂得证券行情、外汇牌价吗？你知道相对指标数的计算方法吗？……当今世界已进入信息化、数字化的新时代，数学已经渗透到一切社会活动和生活之中，特别是在经济生活中，不管其如何扑朔迷离，都离不开“数与量”，其中蕴涵着深刻的数学规律。可以说，数学是打开金融领域奥秘的一把钥匙。

本章将带领大家重点复习初中所学的代数主要知识，如数的运算、代数式的运算等。并在此基础上，让大家感受一下数学在经济生活中的作用。请看以下问题：

问题1：某公司第一季度盈利60万元，第二季度亏损30万元，第三季度不盈利也没有亏损，第四季度盈利58万元。问这个公司全年结算盈利还是亏损？如果这个问题用实数的正、负来解决，就显得很简单。

问题2：张先生2004年3月1日存入银行10 000元，存期3年。到3年期满后张先生没有取出存款。后来因为急需用钱，于2007年5月13日取出了全部存款。问银行应支付多少利息给张先生？这个问题需要查看银行存款利率，再利用实数的基本知识计算就不难了。

## § 1.1 数的运算

### 1.1.1 实数的概念与运算

#### 学习目标：

(1) 理解实数及其相关概念（数轴/绝对值/倒数）；(2) 会运用实数的运算法则进行实数运算。



#### 基础知识

#### 1. 实数的概念

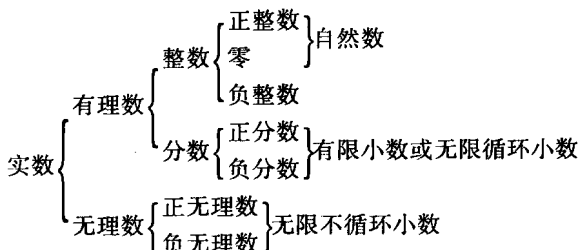
(1) 实数系。有理数（有限小数或无限循环小数）与无理数（无限不循环小数）统称为实数。

#### 拓展延伸

#### 数的产生：

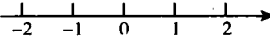
我们的祖先在生产劳动中，就有了计数的需要。如：他们出去打猎的时候，要数一数一共出去了多少人，拿了多少

实数的系统表如下:



## (2) 实数的相关概念.

表 1-1 实数相关概念

| 概念  | 定义                         | 说明                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 数轴  | 规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴.     | <p>① 数轴上的 0 表示原点, 原点右边的点表示正数, 原点左边的点表示负数.</p>  <p>② 每个实数都可以用数轴上的点来表示.</p>                                                                                                                                  |
| 绝对值 | 数轴上表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对值. | <p>① 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.</p> <p>即 <math> a  = \begin{cases} a &amp; a &gt; 0 \\ 0 &amp; a = 0 \\ -a &amp; a &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p>② 一个数的绝对值就是表示这个数的点到原点的距离. 离原点的距离越远, 绝对值越大; 离原点的距离越近, 绝对值越小.</p> <p>③ 任何实数都有唯一的绝对值, 且绝对值非负, 即 <math> a  \geq 0</math>.</p> |
| 倒数  | 1 除以一个非零实数的商叫做这个数的倒数.      | 如果 $ab = 1$ , 则 $a$ 、 $b$ 互为倒数; 反之, 如果 $a$ 、 $b$ 互为倒数, 则 $ab = 1$ .                                                                                                                                                                                                                         |

(3) 比较两个实数的大小. 任意两个实数都可以比较大小.

1) 利用正负号比较大小: 正数大于零, 负数小于零, 正数大于负数.

2) 利用数轴比较实数的大小: 在从左到右为正向的数轴上, 任意两点所表示的数, 右边的数总是比左边的数大.

3) 利用比差法比较任意两个实数的大小:

若  $a - b > 0$ , 则  $a > b$ ;

若  $a - b = 0$ , 则  $a = b$ ;

若  $a - b < 0$ , 则  $a < b$ .

件武器; 回来的时候, 要数一数捕获了多少只猎物等, 这样就产生了数.

没有任何物体用“0”表示.

“1”是自然数的基本单位, 任何自然数都是由若干个 1 组成.

## 实例应用

例 1\* 如果  $a$  与  $b$  互为倒数,  $-c$  与  $\frac{d}{2}$  互为相反数,  $|x| = 2$ , 求代数式  $3ab - 2c + d + \frac{x}{2}$  的值.

解:  $\because a$  与  $b$  互为倒数,  $\therefore ab = 1$

$\therefore -c$  与  $\frac{d}{2}$  互为相反数

$\therefore -c + \frac{d}{2} = 0$

$\therefore -2c + d = 2\left(-c + \frac{d}{2}\right)$   
 $= 2 \times 0 = 0$

又  $\because |x| = 2$ ,  $\therefore x = \pm 2$

当  $x = +2$  时, 原式  $= 3 + 0 + \frac{2}{2}$   
 $= 4$

当  $x = -2$  时, 原式  $= 3 + 0 - \frac{2}{2}$   
 $= 2$

故原代数式的值为 4 或 2.

利用绝对值法也可比较两个负数的大小: 两个负数, 绝对值大的反而小.

例 2\* 比较  $-\frac{3}{5}$  与  $-\frac{3}{10}$  的大小.

解:  $\because \left| -\frac{3}{5} \right| = \frac{3}{5}$

$\left| -\frac{3}{10} \right| = \frac{3}{10}$ , 且  $\frac{3}{5} > \frac{3}{10}$

$\therefore -\frac{3}{5} < -\frac{3}{10}$

例 3\* 比较  $a$  与  $3a$  的大小.

解: 由于  $a - 3a = -2a$ , 所以

当  $a > 0$  时,  $-2a < 0$ ,

则  $a - 3a < 0$ , 即  $a < 3a$ .

当  $a = 0$  时,  $-2a = 0$ ,

## 2. 实数的运算

(1) 实数的四则运算.

1) 实数的加法法则: 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加; 异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

例如: ①  $(-32) + (-64) = -(32+64) = -96$

②  $-32 + 64 = +(64-32) = 32$

③  $32 + (-64) = -(64-32) = -32$

2) 实数的减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的相反数. 这个法则可用一个式子表示为:  $a-b=a+(-b)$ .

例如:  $32-64=32+(-64)=-32$

3) 实数的乘法法则: 两数相乘, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相乘. 任何数与 0 相乘都得 0. 实数的乘法运算, 可以分成两步: 第一步是确定积的符号; 第二步是求出积的绝对值.

例如:  $(-32) \times 2 = -(32 \times 2) = -64$

4) 实数的除法法则: 除以一个数等于乘以这个数的倒数,  $a \div b = a \times \frac{1}{b}$  ( $b \neq 0$ ).

例如:  $\frac{5}{7} \div 10 = \frac{5}{7} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{14}$

例 1 计算:

(1)  $(-14) + (-8) + 21$ ;

(2)  $(-\sqrt{5}) + 3\sqrt{5} - (-8\sqrt{5})$ .

解: (1)  $(-14) + (-8) + 21 = -14 - 8 + 21 = -1$ .

(2)  $(-\sqrt{5}) + 3\sqrt{5} - (-8\sqrt{5}) = -\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$ .

例 2 计算:

(1)  $19\frac{19}{20} \times 5$ ; (2)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \times 12$ .

解: (1)  $19\frac{19}{20} \times 5 = \left(20 - \frac{1}{20}\right) \times 5 = 20 \times 5 - \frac{1}{20} \times 5$   
 $= 100 - \frac{1}{4} = \frac{400}{4} - \frac{1}{4} = \frac{399}{4}$ .

(2)  $\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \times 12 = \frac{1}{2} \times 12 + \frac{2}{3} \times 12 - \frac{1}{6} \times 12$   
 $= 6 + 8 - 2 = 12$ .

例 3 计算下列各题:

则  $a-3a=0$ , 即  $a=3a$ .

当  $a < 0$  时,  $-2a > 0$ ,

则  $a-3a > 0$ , 即  $a > 3a$ .

两数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除, 0 除以任何一个不等于 0 的数, 都得 0.

在有无理数的运算中, 无理数要求计算出其结果的近似值时, 可按照所要求的精确度用相应的近似有限小数去代替无理数, 再进行计算.

例 4\* 计算:

(1)  $\frac{1}{2}\sqrt{5} + \pi$  (精确到 0.01)

(2)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$  (精确到 0.01)

解: (1)  $\frac{1}{2}\sqrt{5} + \pi \approx 0.5 \times 2.236 + 3.142 \approx 4.26$

(2)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \approx 1.414 \times 1.732 \approx 2.45$



$$(1) \left(-4\frac{5}{7}\right) \div (-5); (2) -0.5 \div \frac{7}{6} \times \left(-\frac{2}{3}\right).$$

$$\text{解: (1) } \left(-4\frac{5}{7}\right) \div (-5) = \left(4 + \frac{5}{7}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{4}{5} + \frac{1}{7} = \frac{33}{35}.$$

$$(2) -0.5 \div \frac{7}{6} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{7}.$$

(2) 实数的乘方与开方.

1) 乘方.

求  $n$  个相同因数的积的运算叫做乘方.

一般地,  $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_n = a^n$  ( $n$  是自然数). 这里  $a$  叫

做底数,  $n$  叫做指数, 乘方的结果叫做幂.

正数的任何次幂是正数; 负数的偶次幂是正数, 奇次幂是负数; 0 的正数次幂等于 0, 非零实数的 0 次幂等于 1. 例如:  $2^2 = 4$ ,  $(-2)^4 = 16$ ,  $(-3)^3 = -27$ ,  $0^{90} = 0$ ,  $a^0 = 1 (a \neq 0)$ .

2) 幂的运算法则:

设  $m, n$  为正整数

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (\text{同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.})$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (\text{幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.})$$

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (\text{积的乘方等于各因数乘方的积.})$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (m > n, a \neq 0) \quad (\text{同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.})$$

特别地:  $a^m \div a^n = a^0 = 1$  ( $m = n, a \neq 0$ ) (任何非零实数的 0 次幂都等于 1.)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (m < n, a \neq 0) \quad (\text{任何非零实数的 } -n(n$$

为正整数) 次幂, 等于这个数的  $n$  次幂的倒数.)

现在, 幂的指数可以是正整数、零和负整数, 我们称它为**整数指数幂**. 而幂的运算法则仍然成立.



注意: 底数是分数或负数时, 要用括号把底数括起来. 如  $\left(\frac{3}{4}\right)^3$  和  $(-1)^4$ .

3) 实数的平方根与立方根.

① 平方根. 如果  $x^2 = a$ , 那么  $x$  就叫做  $a$  的平方根.

数  $a$  的平方根用符号  $\pm\sqrt{a}$  表示,  $a$  叫做被开方数, 2 是根指数.

单独的一个数可以看成它本身的一次方, 指数 1 通常省略不写.

$-a^n$  与  $(-a)^n$  的意义不同,  $-a^n$  表示  $a^n$  的相反数,  $(-a)^n$  表示  $n$  个  $-a$  相乘.

一个正数  $a(a > 0)$  的平方根, 是两个互为相反的数  $\pm\sqrt{a}$ ; 其中正的平方根  $\sqrt{a}$  叫做  $a$  的**算术平方根** (或**算术根**). 零的平方根只有一个, 仍是零; 负数没有平方根.

$\sqrt{a}$  的性质:

$$(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$$

$$\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$$

• 任何数都有立方根, 且只有一个立方根.

• 正数有一个正的立方根, 负数有一个负的立方根, 0 的立方根还是 0.