王金荣
王里生 等编

XINHAO YU
XIANXING XITONG

信号与线性系统

前　言

本书是根据我校四系《信号与线性系统》教学大纲编写的。与高教部１９８０年推荐的高等工业学校无线电技术类专业《信号与线性系统》教学大纲基本相符。

全书共有九章，前八章为必修内容，约需70—80学时。第一章绪论介绍信号与系统的概念，分类和系统分析方法。第二章到第六章研究连续信号与系统的基本理论和分析方法。第七章介绍状态变量分析法。第八章研究离散信号与系统的分析方法。第九章给出信号与系统分析中的几个计算机程序和实例。以上内容仅限于确知信号和线性时不变系统。采用从时域到变换域、从連续到离散、从输入输出描述法到状态变量描述法，力求辨证统一地阐明基本概念和方法。

本书读者应具有一定的高等数学和电路分析的基础知识。书中涉及数学内容较多且广。在学习中要特别注意用数学方法解决实际工程问题的能力，并注重加强对物理概念的理解。通过本课程的学习期望能加强基础与专业的联系，激发学生的学习志趣和热情，为后续课和专业课学习奠定良好的基础。

本书是在前面两次油印教材的基础上，经全组同志共同努力编写出来的。全书由王金荣、王里生两同志主编，宋文涛、季良招同志参加了部分编写工作，李玉松同志为书中习题做了答案。罗永光同志对本书作了审阅。校教材处和印刷厂有关同志对本书出版给予大力支持，这里一并表示由衷感谢。

限于水平，错误和不当之处，在所难免，恳請读者批评指正。

编　者

１９８４年2月

目　　录

第一章　绪　论
§1.1　信号的类型……1
一　随机信号和确知信号……1
二　連续信号和离散信号……2
三　周期信号和非周期信号……3
四　能量信号和非能量信号……4
五　指数信号 $e^{j\omega t}$……5
六　单位冲激信号 $\delta(t)$……5
七　冲激偶信号 $\delta'(t)$……7
§1.2　系统的类型……8
一　线性系统和非线性系统……9
二　时变系统和非时变系统……9
三　有存储系统和无存储系统……9
四　集中参数系统和分布参数系统……10
五　連续时间系统和离散时间系统……10
六　物理可实现系统与不可实现系统……10
§1.3　线性系统的数学模型……11
§1.4　信号与线性系统分析方法简介……12
习　题……13
第二章　线性系统的时域分析
§2.1　引　言……15
§2.2　系统的零输入响应……16
一　系统方程的算子表示法……16
二　线性系统的零输入响应……17
§2.3　信号的时域分解……20
一　任意时间函数表示成冲激函数的迭加积分……20
二　任意时间函数表示成阶跃函数的迭加积分……21
§2.4　系统的冲激响应……21
§2.5　系统的零状态响应——卷积积分……22
一　卷积积分的基本形式……22
二　卷积积分的常用形式……23
三　卷积积分举例……23

§2.6 卷积积分的运算规律……24
一 卷积积分遵从交换律……25
二 卷积积分遵从分配律……26
三 卷积积分遵从结合律……26
四 卷积积分的微分运算规律……26
五 卷积积分的积分运算规律……27
六 积分与微分函数的卷积积分……27
七 $\delta(t)$ 函数卷积积分的不变性和延时特性……27
§2.7 系统的阶跃响应和杜阿美尔积分……29
一 阶跃响应与冲激响应的关系……29
二 卷积积分的另一种表达形式——杜阿美尔积分……30
§2.8 卷积积分的计算……30
一 图解法……31
二 快速定限解法……32
三 利用卷积积分的运算规律计算卷积积分……34
*§2.9 相关函数……36
习 题……39
第三章 信号的频谱分析
§3.1 引 言……45
§3.2 周期性信号的频谱分析——付里叶级数……45
一 周期性信号的分解……45
二 具有某些对称性的周期性信号的频谱……48
三 付里叶级数的指数形式……53
四 周期性信号的频谱……54
五 周期性信号的功率……58
§3.3 信号展开为正交函数的线性组合……59
一 两个函数的正交……59
二 正交函数集的一般定义……60
三 完备正交函数集的主要特性……61
四 正交复値函数集……62
五 函数用正交函数展开的例子……62
§3.4 非周期性信号的频谱——付里叶变换……64
一 付里叶变换……64
二 付里叶变换的意义……64
三 付里叶变换的奇偶性……65
四 付里叶变换存在的充分条件……67
§3.5 某些能量信号的频谱……67
一 门函数……67

二　指数函数……………………………………………………………………68
三　高斯脉冲……………………………………………………………………69
四　三角波………………………………………………………………………70
§3.6　奇异信号的频谱………………………………………………………71
一　$\delta(t)$ ……………………………………………………………………72
二　$\delta'(t)$ ……………………………………………………………………72
三　阶跃信号……………………………………………………………………73
四　斜坡信号……………………………………………………………………76
五　$\delta(t)$ 的 n 次微分和积分……………………………………………76
六　付里叶变换存在条件的讨论………………………………………………78
§3.7　付里叶变换的唯一性…………………………………………………78
§3.8　吉布斯现象……………………………………………………………81
§3.9　付里叶变换的性质……………………………………………………83
一　线性特性……………………………………………………………………83
二　延时特性……………………………………………………………………83
三　偶函数的对称性……………………………………………………………84
四　频移特性……………………………………………………………………85
五　时频展缩特性………………………………………………………………88
六　卷积定理……………………………………………………………………91
七　时域微分定理………………………………………………………………93
*八　频域微分定理——矩………………………………………………………95
九　时域积分定理………………………………………………………………96
§3.10　能量谱密度——巴塞瓦尔能量等式…………………………………97
§3.11　其它非能量信号的频谱………………………………………………98
一　符号函数的频谱……………………………………………………………98
二　$|t|$ 的频谱…………………………………………………………………99
三　t^n的频谱…………………………………………………………………99
四　$1/t$ 的频谱…………………………………………………………………99
五　周期信号的频谱……………………………………………………………100
六　取样信号的频谱……………………………………………………………104
七　周期信号频谱的图解法……………………………………………………107
§3.12　付里叶逆变换…………………………………………………………108
§3.13　已调信号的频谱………………………………………………………109
一　调幅波的频谱………………………………………………………………109
二　调角波的频谱………………………………………………………………112
三　脉冲调制波的频谱…………………………………………………………115
习　题……………………………………………………………………………120
第四章　线性系统的频域分析——付里叶变换法

§4.1 引 言……128
§4.2 线性系统的频率特性……128
§4.3 频域分析的基本方法……129
§4.4 理想低通滤波器的响应……131
一 理想低通滤波器的频率特性……131
二 理想低通滤波器的冲激响应……131
三 理想低通滤波器的阶跃响应……132
四 矩形脉冲通过理想低通滤波器的响应……133
§4.5 矩形脉冲通过RC电路的响应……135
一 RC滤波器的频率特性……135
二 矩形脉冲通过RC低通滤波器……139
三 矩形脉冲通过RC高通滤波器……141
§4.6 高频脉冲通过谐振回路……142
一 高频脉冲的付里叶变换……142
二 RLC串联谐振回路的频率特性……143
三 响应电流的付里叶变换……144
四 响应电流……145
§4.7 无失真传输……147
§4.8 理想带通系统——群延时……149
*§4.9 系统的物理可实现性，佩利——維纳准则……150
*§4.10 希尔伯特变换……151
*§4.11 相关定理……154
§4.12 能量谱和功率谱通过线性系统……155
一 能量谱……155
二 功率谱……156
三 能量信号和功率信号通过线性系统……158
§4.13 取样定理……162
一 时域取样定理……162
二 由取样信号恢复原信号……165
三 频域取样定理……166
习 题……169
第五章 拉普拉斯变换
§5.1 引 言……175
§5.2 拉普拉斯变换……175
一 双边拉普拉斯变换……176
二 拉普拉斯变换的收敛域……177
三 单边拉普拉斯变换……179
§5.3 常见函数的拉普拉斯变换……180

一　指数函数……180
二　冲激函数……180
三　$t^nU(t)$ 函数……180
§5.4　拉普拉斯变换的性质……181
一　直线性……181
二　复频移特性……181
三　延时特性……182
四　尺度变换特性……185
五　时域微分特性……186
六　时域积分特性……187
七　复频域微分特性……188
八　复频域积分特性……189
九　时域卷积定理……189
十　初值定理……190
十一　终值定理……190
十二　复频域卷积定理……192
§5.5　周期函数的拉普拉斯变换……192
一　单边周期单位冲激列的拉普拉斯变换……192
二　任意单边周期函数的拉普拉斯变换……192
§5.6　拉普拉斯逆变换……193
一　拉普拉斯变换表……193
二　展开定理……194
三　留数法……198
*§5.7　某些无理函数的拉普拉斯变换……200
§5.8　拉普拉斯变换与付里叶变换的关系……204
习　题……206
第六章　线性系统的复频域分析——拉普拉斯变换法
§6.1　引　言……212
§6.2　线性系统的零状态响应……212
一　元件及电路的运算等效电路……212
二　网络函数……214
三　线性系统的零状态响应……216
§6.3　线性系统的零输入响应……219
§6.4　线性系统的全响应……220
§6.5　网络函数的某些性质……225
一　网络函数的极零点及极零图……225
二　极零点对实轴的对称性……226
三　稳定网络极点位置所受的限制……226

§6.6 网络函数与时域特性的关系……226
一 网络函数与冲激响应的关系……226
二 网络函数与阶跃响应的关系……226
三 $F(s)$极点分布与$f(t)$ 时域特性的关系……226
§6.7 网络函数极零点与频率特性的关系……229
一 极零点与幅频特性的关系……229
二 极零点与相频特性的关系……230
三 低通滤波器极零点与频率特性的关系……231
四 RLC串联谐振回路极零点与频率特性的关系……232
五 全通网络……234
*§6.8 可实现的典型滤波网络函数—巴特沃兹逼近与契比雪夫逼近……235
一 巴特沃兹逼近特性……235
二 契比雪夫逼近特性……237
§6.9 信号流图……240
一 信号流图名词定义……240
二 信号流图的性质……241
三 信号流图的构成方法……241
四 信号流图的基本简化法则……242
五 梅森公式……244
§6.10 线性系统模拟……247
一 系统模拟的意义……247
二 基本运算部件……247
三 系统模拟……250
四 系统模拟的实现……254
习 题……257
第七章 状态变量分析法
§7.1 引 言……265
§7.2 几个基本概念……265
§7.3 状态方程的一般形式……269
§7.4 从高阶微分方程求状态方程……271
§7.5 电网络状态方程的建立……279
§7.6 状态方程的解法—拉普拉斯变换法……281
一 矩阵函数的拉普拉斯变换……281
二 状态方程的拉普拉斯变换解……281
三 传递函数矩阵和冲激响应矩阵……282
四 举 例……282
§7.7 状态方程的解法—时域法……284
一 一阶标量微分方程的解……284

二　状态方程的时域解……284
三　举　例……286
§7.8　状态转移矩阵……287
一　基本概念……287
二　状态转移矩阵的性质……288
三　状态转移矩阵的计算……288
*§7.9　可控性和可测性……290
一　可控性……290
二　可测性……291
§7.10　状态变量的线性变换……295
§7.11　特征根的不变性……297
习　题……299
第八章　离散系统分析
§8.1　引　言……304
一　什么是离散信号——序列……304
二　什么是离散系统……305
三　数字信号处理器……305
§8.2　典型序列和序列的运算……306
一　几种常见的典型序列……306
二　序列的运算……307
§8.3　离散系统的数学描述……311
一　差分方程……311
二　差分方程的递推解法……311
三　差分方程的建立……312
四　差分方程的模拟框图……313
§8.4　Z变换……314
一　Z变换及其收敛域……314
二　几种常见序列的Z变换……316
三　Z变换的性质……316
四　Z逆变换……321
§8.5　离散系统的Z变换分析法……325
一　零输入响应……325
二　零状态响应……326
三　用Z变换解差分方程……328
四　差分方程的z域模拟框图……330
§8.6　离散系统函数……330
一　拉普拉斯变换与Z变换的关系……330
二　离散系统函数……332

三　频率特性……333
§8.7　离散系统的状态变量分析……335
一　差分方程和状态方程……335
二　状态方程的时域解……336
三　状态方程的Z变换解……338
习　题……342
*第九章　计算机在信号与系统分析中的应用
§9.1　引　言……348
§9.2　数值计算的特点及一般步骤……349
§9.3　应用计算机求解线性时不变系统状态变量方程组……350
§9.4　卷积积分的计算机求解……357
§9.5　付里叶变换的计算机求解……363
附　录
附录A　……376
A.1　常见周期性信号的付里叶级数……376
A.2　常见信号及其频谱函数……382
A.3　付里叶变换的性质……392
A.4　常见函数的拉普拉斯变换……393
A.5　拉普拉斯变换性质……395
A.6　卷积积分表……396
A.7　卷积和表……397
A.8　单边Z变换性质……398
A.9　常见序列的Z变换表……399
附录B　复变函数……400
§B.1　复变函数的定义……400
§B.2　复变函数的图示法……400
§B.3　解析函数……400
§B.4　柯西积分定理……401
§B.5　柯西积分公式……403
§B.6　罗朗级数……404
§B.7　留数定理……406
§B.8　多值函数……407
§B.9　约当引理……408
§B.10　积分计算举例……409
附录C　矩　阵……412
§C.1　几个定义……412
§C.2　基本运算规则……412
§C.3　矩阵的分块……415

§C.4 逆矩阵 ……………………………………………………………416
§C.5 特征根和特征矢量 ……………………………………………………419
§C.6 基的线性变换 ………………………………………………………420
§C.7 矩阵的对角化 ………………………………………………………421
§C.8 克雷—哈密顿定理 …………………………………………………423
§C.9 矩阵函数 ……………………………………………………………424
§C.10 A^* 的简便算法 …………………………………………………427
§C.11 矢量的线性相关与线性无关……………………………………427
§C.12 矩阵的秩……………………………………………………………428
§C.13 矢量的积……………………………………………………………428

部分习题答案………………………………………………………………431

参考文献……………………………………………………………………450

第一章 绪 论

信号和系统这两个概念，在科学技术的各个领域，常常遇到，在不同的場合，它们又可能具有十分不同的內容。

一般说来，任何物理量的变化，包括力学的、声学的、光学的、电学的等各个方面的物理量的变化，都可称为信号。信号中可能含有我们需要传递的某种信息，如音乐、图象、运动状态等；也可能不包含信息，甚至表现为信息传递的干扰。习惯上，把含有信息的物理量的变化称为信号，把妨碍传递信息的物理量的变化称为干扰。

在这里，我们把信号定义为任何物理量的变化，主要是研究电信号，随时间变化的电压，称为电压信号，随时间变化的电流，称为电流信号。作为一个特殊情况，当时间变化时，恒定的电压和电流，则称为直流信号。

在各个技术领域，无论是通信、雷达、广播、电视、遙测、地质勘探等等，都离不开对信号的处理，如放大、滤波、检测、估计以及其它各类的线性或非线性处理，能对信号进行处理的各种手段，都称为系统。

系统也可以用不同的方法定义。

以前，对信号的各种处理都是利用一些具体的装置。因此，把系统定义为由若干元件组成，通过各个元件的共同作用，能完成某种予期功能的设备。电系统也常称为网络，本课程认为系统和网络两个词无区别。

由于电子计算机日益普及，对信号的各种处理可以通过计算机程序实现，对系统这一个概念的含义，也需加以引伸，可以说，能对信号进行某种运算，以达到某种予期目的，这种运算就称为系统。

§1.1 信号的类型

信号是我们研究的主要对象之一，今后，主要研究电信号，为了叙述问题的方便，首先谈一谈信号的类型。

一、随机信号和确知信号

按信号是否可表示为一个随时间变化的确定函数，可将信号分成随机信号和确知信号两大类，能够表示为一个时间的单值函数的信号，称为确知信号，否则就是随机信号。

通常，信号都是用来传递某些信息的，这些要传递的信息，都会具有某些未知性，或不确定性，假如信号都是予先知道的，它也就不包含什么信息了，带有信息的信号，

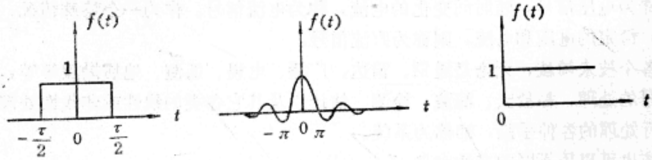
通常都是随机信号，它不能表示为确定的时间函数，研究随机信号要用到概率论与随机过程知识，也要用到关于确知信号的基本理论，确知信号则可以表示为时间的单值函数，常以$f(t)$表示。在本课程中，信号和时间函数这两个词具有相同的含义，将不再严格区分。

二、连续信号和离散信号

对于所有时刻，除若干不连续点外，都有确定值的信号，称为连续信号。如图1-1所示都是连续信号。

图 1-1(a)的波形称为矩形脉冲。在信号理论中，常以$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$表示。这个符号表示该信号是一个矩形，幅度为 1，持续时间为 τ，波形对称于坐标的纵轴。即

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)=\begin{cases}1 & |t|<\frac{\tau}{2}\\ 0 & t\text{ 为其它值}\end{cases} \tag{1-1}$$



(a)　　(b)　　(c)

图 1-1　连续信号

也有的場合，称这个信号为门函数，并用$G_\tau(t)$表示，任一信号乘以门函数后，只有在门函数存在的时刻，信号波形能重现，在门函数值为零的时刻，该信号被除去。

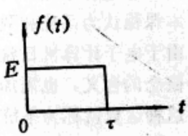


图 1-2

如有矩形脉冲如图 1-2 所示。它的表示式应为

$$f(t)=E\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-\frac{\tau}{2}}{\tau}\right) \tag{1-2}$$

图 1-1(b) 也是一种常见的信号，它表示如下的函数：

$$f(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1-3}$$

有的地方称它为取样函数，以 $S_a(t)$ 表示。在信号理论中，也往往称这种波形为 sinc 函数，只是定义略有不同。

$$\mathrm{sinc}\,(t)=\frac{\sin \pi t}{\pi t} \tag{1 4}$$

图 1-1(c) 所示的波形称为单位阶跃函数，以 $U(t)$ 表示

$$U(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{1-5}$$

任一函数 $g(t)$ 与 $U(t)$ 相乘后，就表示去掉 $g(t)$ 的 $t<0$ 的部分。

即

$$g(t)U(t)=\begin{cases}g(t) & t>0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{1-6}$$

只在某些不連续的瞬时才有函数値的信号称为离散信号。如图 1-3 所示卽为离散信号。

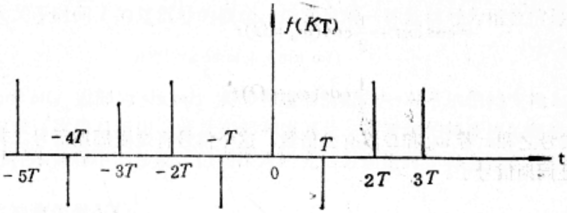


图 1-3 离散信号

$f(k_T)$ 只在 $-5T$、$-4T$、$-3T$、$-2T$、$-T$、0、T、$2T$、$3T$ 等时刻才有値；其余时刻 $f(k_T)$ 沒有定义。离散信号通常在有函数値的时刻画一条直线，直线的长度就表示该点的函数値。函数値是可以連续取値的。

注意，离散信号取値的时间间隔，可以相等，也可以不相等。我们只研究取値的时间间隔相等的情况。

三、周期信号和非周期信号

所谓周期信号，指的是依一定时间间隔重复出现。且无始无终的信号。周期信号的表示式为

$$f(t)=f(t+nT) \quad n\text{ 为任意整数} \tag{1-7}$$

T 称为重复周期。如图 1-4 所示卽为周期信号。

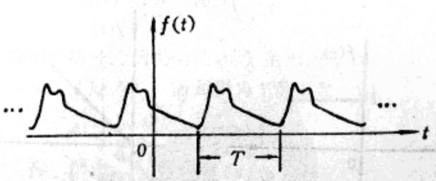


图 1-4 周期信号

常见的周期信号如正弦信号、电视机和示波器的锯齿形扫描信号。雷达发射的高频脉冲等。

周期性是一种数学上的抽象，实际信号不可能无始无终，只要在我们需要观察的时

间内，信号多次重复出现，就可以认为是周期信号。

找不到一个T值，满足$f(t)=f(t+nT)$的信号。都称为非周期信号。

还有一种信号，介于周期信号和非周期信号之间，称为概周期信号。所谓概周期信号，就是有限个不同周期的周期信号之和。而这些周期信号的周期沒有公倍数。如

$$f(t)=\sin t+\sin\sqrt{2}\,t \tag{1-7}$$

上式第一项周期为2π，第二项周期为$\sqrt{2}\cdot\pi$，$\sqrt{2}\,\pi$是一个无理数。但这两项又都是周期信号，这样的信号就称为概周期信号。

一个正弦调幅信号

$$\begin{aligned}f(t)&=(1+\cos\Omega t)\cos\omega_0 t\\&=\cos\omega_0 t+\frac{1}{2}\cos(\omega_0+\Omega)t\\&\quad+\frac{1}{2}\cos(\omega_0-\Omega)t\end{aligned} \tag{1-8}$$

是三个周期信号之和。若ω_0和Ω沒有公倍数。这个信号将是概周期信号。若ω_0和Ω有公倍数，就是周期信号了。

四、能量信号和非能量信号

能量信号通常仅在有限的时间内存在，或能量的主要部分集中在一段有限的时间内。

若$f(t)$表示电压或电流，设电阻为1欧姆，则电阻上的瞬时功率P为

$$P=f^2(t)\ \text{瓦} \tag{1-9}$$

该信号具有的能量E为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)\,d\tau \tag{1-10}$$

若信号的总能量E为有限值，卽称为能量信号。图1-1(a)、(b)所示都是能量信号。

信号总能量不是有限值的信号都称为非能量信号。如图1-5(a)、(b)所示都是非能量信号。

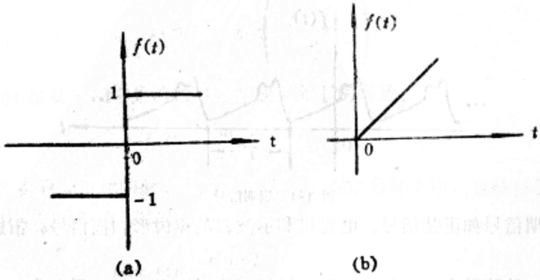


图 1-5 非能量信号

图 1-5(a) 称为符号函数，以 sgn(t) 表示

$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases} \tag{1-11}$$

图 1-5(b) 称为斜变函数，它的表示式为 $t\cdot U(t)$。显然，斜变函数的导数即为单位阶跃函数，单位阶跃函数也是非能量信号，一般常见的周期信号都是非能量信号。

五、指数信号 $e^{j\omega t}$

通常所说的信号 $f(t)$，都是实变量 t 的实函数，这样的信号称为实信号。许多物理上产生的信号都是实信号，但在信号理论中也常会遇到复信号，第三章将会知道，一个实信号的频谱密度通常都是一个角频率 ω 的复函数，它含有实部和虚部，为了理论上的需要也常引入关于时间 t 的复信号的概念，最常见的一种复信号为指数信号 $e^{j\omega t}$.

$$e^{j\omega t}=\cos\omega t+j\sin\omega t \tag{1-12}$$

它的实部为 $\cos\omega t$，虚部为 $\sin\omega t$，实部和虚部恰好是一对希尔伯特变换，关于希尔伯特变换见第四章，这里只指出，凡是实部和虚部是一对希尔伯特变换的信号称为解析信号，解析信号在本课程中不涉及，但在深入研究信号理论时，将会经常用到。

六、单位冲激信号$\delta(t)$

设有矩形脉冲$\frac{1}{\tau}\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)$. 如图1-6.

当 τ 减小时，信号的幅度会增加，但波形包围的面积不变，总是

$\frac{1}{\tau}\cdot\tau=1$， 当 τ 继续减小，

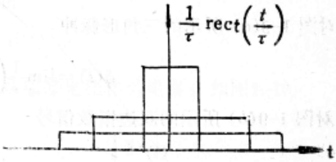


图 1-6 单位冲激信号的形成

$\frac{1}{\tau}$会继续增加。当 $\tau\to0$ 时，$\frac{1}{\tau}\to\infty$，这种极限情况称为单位冲激函数，以$\delta(t)$ 表示，又称 δ 函数。即

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to0}\frac{1}{\tau}\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \tag{1-13}$$

以上以面积为 1 的矩形脉冲为例说明是 $\delta(t)$ 的形成过程。

$\delta(t)$ 是一个除 $t=0$ 外处处为 0，而面积为 1 的函数。即

$$\left.\begin{aligned}&\delta(t)=0 \qquad t\neq0\\ &\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt=1\end{aligned}\right\} \tag{1-14}$$

式 (1-14) 就是 $\delta(t)$ 的一种定义方法，δ 函数常以带箭头的粗线表示。如图 1-7。

图 1-7 表示在 $t=0$ 处发生的强度为 1 的 δ 函数，若在 $t=t_0$ 处有一 δ 函数 $A\delta(t-t_0)$，它的图形应如图 1-8 所示。

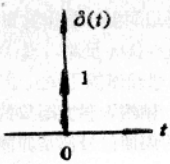


图 1-7　单位冲激函数图示法

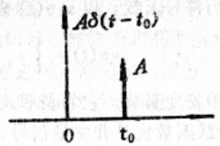
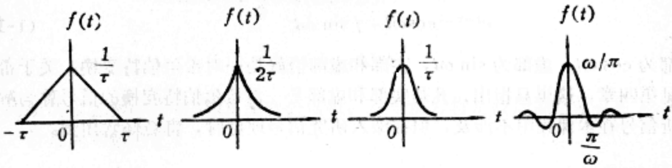


图　1-8

A称为 δ 函数的强度，若强度为 1，可不加标注。

上面以面积为 1 的矩形脉冲为例说明了 $\delta(t)$ 的形成过程。事实上，任何面积为 1 的信号，当持续时间无限减小时的极限都是单位冲激函数。如图 1-9。



(a)　　(b)　　(c)　　(d)

图　1-9

对图 1-9(a) 所示的三角形脉冲

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right) \tag{1-15}$$

对图 1-9(b) 所示的双边指数信号

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{2\tau}e^{-\frac{|t|}{\tau}} \tag{1-16}$$

对图 1-9(c) 所示的钟形信号

$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}e^{-\pi\left(\frac{t}{\tau}\right)^2} \tag{1-17}$$

对图 1-9(d) 所示的取样信号

$$\delta(t)=\lim_{\omega\to\infty}\frac{\sin\omega t}{\pi t} \tag{1-18}$$

$\delta(t)$ 的定义式(1-14)，是狄拉克给出的，所以 δ 函数又称狄拉克函数。$\delta(t)$ 实际上并不符合数学上的函数定义。它也不是可积分的，因此它常被称为奇异信号。在 δ 函数刚出现时，曾遭到许多人的非议，认为它沒有坚实的数学基础，到1950年，许瓦兹建立了分配理论，才解决了这个困难。δ 函数引入信号理论后，确实使信号理论获得了迅速地发展，可以说，假如沒有 δ 函数，信号理论不会象现在这样完整和运用自如。分配理论实际是一个泛函，或广义函数。关于这个问题可参阅有关参考书，这里不作进一步介绍。下面介绍$\delta(t)$ 的几个重要性质。

1. 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 连续，则