



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学物理学

(下册)

李承祖 杨丽佳◎主编



科学出版社
www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学物理学

(下册)

李承祖 杨丽佳 主编

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《大学物理学立体化系列教材》之一。

本书遵循国家教育部对精品教材的质量要求,按照“科技底蕴厚实,创新能力突出”的人才培养目标和理念,针对高素质新型军事人才培养对大学物理教学的需要,在原《基础物理学》基础上改编而成。全书内容体现现代化的要求,不仅系统地介绍了相对论、量子论的基本原理以及半导体、超导体、纳米材料、激光技术、核物理和核技术、量子纠缠和量子信息技术基础等,还包括物理学中的对称性、非平衡热力学简介、非线性物理简介、广义相对论简介等内容。除上述基本内容,书中还穿插了一些物理学著名实验介绍以及物理学家传记和趣闻轶事。全书内容精炼、语言简洁,编排上由浅入深、循序渐进,遵从认识规律和教学规律,突出物理图像、物理思想、物理方法教学,淡化技术、数学细节。全书分上、下两册,本书为下册,包括振动、波动和波动光学,相对论、物理学中的对称性,量子物理基础和高新技术的物理基础四部分。

本书可作为高等学校理工科非物理专业本科生大学物理课程的教材和参考书,亦可供其他专业的教师和学生阅读与选用。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 下册/李承祖,杨丽佳主编. —北京:科学出版社,2009
普通高等教育“十一五”国家级规划教材
ISBN 978-7-03-025008-7

I. 大… II. ①李…②杨… III. 物理学-高等学校-教材 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 119171 号

责任编辑:昌盛 窦京涛 / 责任校对:朱光光
责任印制:张克忠 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 7 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2009 年 7 月第一次印刷 印张:28 1/4

印数:1—3 500

字数:557 000

定价:42.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

目 录

第四部分 振动 波动和波动光学

第 1 章 振动	1
§ 1.1 简谐振动运动学	1
§ 1.2 简谐振动动力学	4
§ 1.3 阻尼振动 受迫振动和共振	8
§ 1.4 沿同一直线振动的合成 频谱分析	11
§ 1.5 沿两条互相垂直直线的振动的合成	15
* § 1.6 非线性的基本概念 混沌	17
本章内容提要	21
问题和习题	23
第 2 章 机械波	26
§ 2.1 机械波的产生和传播	26
§ 2.2 平面简谐波	30
§ 2.3 机械波的能量密度和能流	35
§ 2.4 惠更斯原理 波的衍射、反射和折射	39
§ 2.5 波的相干叠加 驻波	44
§ 2.6 多普勒效应	48
本章内容提要	51
问题和习题	53
第 3 章 电磁波	56
§ 3.1 电磁波波动方程 赫兹实验	56
§ 3.2 电磁波的发射 天线 电偶极辐射	59
§ 3.3 平面单色电磁波	62
§ 3.4 电磁波在介质分界面上的反射和折射	66
§ 3.5 电磁波干涉和衍射	69
* § 3.6 电磁波的合成 群速度	71
* § 3.7 地球的电磁环境和无线电波通信	73
本章内容提要	77

问题和习题	79
第 4 章 波动光学 (I)	81
§ 4.1 光波的相干叠加——干涉	81
§ 4.2 分波阵面干涉	84
* § 4.3 空间相干性和时间相干性	88
§ 4.4 分振幅方法——薄膜等倾干涉	91
§ 4.5 分振幅方法——薄膜等厚干涉	94
§ 4.6 迈克耳孙干涉仪	97
本章内容提要	100
问题和习题	101
第 5 章 波动光学 (II)	104
§ 5.1 光单缝夫琅禾费衍射	104
§ 5.2 圆孔的夫琅禾费衍射 光学仪器的分辨本领	108
§ 5.3 光栅的夫琅禾费衍射	110
* § 5.4 X 射线的晶格衍射	116
本章内容提要	118
问题和习题	119
第 6 章 波动光学 (III)	121
§ 6.1 光的偏振态 线偏振光的获得	121
§ 6.2 双折射现象	127
§ 6.3 偏振棱镜 波片 圆和椭圆偏振光的产生和检验	131
§ 6.4 偏振光的干涉	136
* § 6.5 人工双折射	138
本章内容提要	140
问题和习题	141

第五部分 相对论 物理学中的对称性

第 1 章 狭义相对论	143
§ 1.1 狭义相对论产生的背景和实验基础	143
§ 1.2 狭义相对论的基本原理	148
§ 1.3 洛伦兹变换	151
§ 1.4 相对论的时空性质	156
§ 1.5 相对论的速度合成 相对论时空结构	161
本章内容提要	164

问题和习题	165
第 2 章 相对论质点力学 电磁场的相对性	167
§ 2.1 洛伦兹协变式的数学形式	167
§ 2.2 相对论质点力学方程	171
§ 2.3 质量-能量、动量-能量关系 相对论的 Doppler 效应	175
* § 2.4 电磁现象的统一性和电磁场的相对性	180
本章内容提要	183
问题和习题	184
* 第 3 章 广义相对论简介	186
§ 3.1 广义相对论原理	186
§ 3.2 广义相对论的时空理论	188
§ 3.3 广义相对论的实验验证	190
本章内容提要	194
问题和习题	194
第 4 章 物理学中的对称性	195
* § 4.1 对称的概念和对称性的数学描写	195
§ 4.2 时空对称性和物理量、物理规律、物理相互作用	199
§ 4.3 对称性和守恒定律	202
* § 4.4 动力学对称性	203
本章内容提要	206
问题和习题	206

第六部分 量子物理基础

第 1 章 波粒二象性	207
§ 1.1 黑体辐射问题 能量子假说	208
§ 1.2 光子 光的波粒二象性	213
§ 1.3 原子结构的玻尔理论	217
§ 1.4 实物粒子的波动性 物质波	220
本章内容提要	226
问题和习题	227
第 2 章 波函数	229
§ 2.1 不确定性关系式	229
§ 2.2 量子态的描述 波函数	232
§ 2.3 量子态叠加原理	235

* § 2.4 平面波波函数的归一化 动量取值的概率	237
本章内容提要	240
问题和习题	241
第 3 章 薛定谔方程 几个典型量子现象	242
§ 3.1 薛定谔方程	242
§ 3.2 定态薛定谔方程	245
§ 3.3 粒子在一维无限深势阱中的运动	248
§ 3.4 一维线性谐振子	251
§ 3.5 势垒贯穿	254
本章内容提要	258
问题和习题	259
第 4 章 力学量的算子表示 量子测量	261
* § 4.1 线性厄米算子	261
* § 4.2 力学量用线性厄米算子表示	263
* § 4.3 算子的对易关系 对易关系的物理意义	265
§ 4.4 角动量算子 角动量算子的本征值和本征函数	267
§ 4.5 电子自旋 泡利算子	270
§ 4.6 量子测量	273
本章内容提要	276
问题和习题	277
第 5 章 原子结构	279
§ 5.1 中心力场问题	279
§ 5.2 氢原子和类氢离子	282
* § 5.3 角动量的合成 原子能级的精细结构	287
§ 5.4 Pauli 原理 两电子自旋波函数	290
* § 5.5 氦原子	296
§ 5.6 多电子原子 原子壳层结构	298
本章内容提要	304
问题和习题	307
第七部分 高新技术的物理基础	
第 1 章 固体物理和半导体材料	309
§ 1.1 金属自由电子模型	309
§ 1.2 量子统计 金属比热的量子理论	313

§ 1.3 固体能带理论	316
§ 1.4 导体、绝缘体和半导体	319
§ 1.5 半导体材料和应用	321
本章内容提要	325
问题和习题	326
第 2 章 超导物理学和超导技术	327
§ 2.1 超导体的物理性质	327
§ 2.2 超导体的微观理论	330
§ 2.3 超导体的唯象理论和磁通量子化	333
§ 2.4 约瑟夫森(Josephson)效应	335
§ 2.5 超导量子干涉计(SQUID)	338
§ 2.6 超导材料和应用	340
本章内容提要	343
问题和习题	345
第 3 章 量子跃迁 激光技术	346
* § 3.1 与时间有关的微扰理论	346
* § 3.2 简谐微扰 共振跃迁	348
§ 3.3 光的发射和吸收	351
§ 3.4 激光原理和激光器	354
§ 3.5 激光特性和激光技术应用	358
本章内容提要	361
问题和习题	362
第 4 章 核物理和核技术	363
§ 4.1 原子核的基本性质	363
§ 4.2 原子核结构	365
§ 4.3 原子核放射性衰变	370
§ 4.4 原子核反应	374
§ 4.5 原子核能和核能的应用	377
§ 4.6 核技术应用	383
本章内容提要	384
问题和习题	385
第 5 章 量子纠缠和量子信息学基础	386
§ 5.1 EPR 佯谬 贝尔不等式	386
§ 5.2 量子位 量子门和量子非克隆定理	390

§ 5.3 量子通信	394
§ 5.4 量子计算	399
* § 5.5 量子纠错	403
本章内容提要	407
问题和习题	408
第 6 章 纳米科技	409
§ 6.1 纳米尺度物理效应	409
§ 6.2 纳米材料和纳米组装结构	412
本章内容提要	414
问题和习题	415
附录	416
附录 7 三维空间中的坐标系转动变换和三维张量	416
附录 8 Hilbert 空间 Dirac 符号	420
附录 9 δ 函数	422
附录 10 线性厄米算子及其性质	424
附录 11 角动量算子和球谐函数	426
附录 12 Pauli 算子和 Pauli 矩阵	429
附录 13 电子在周期势场中运动薛定谔方程的解	431
习题参考答案	435

第四部分 振动 波动和波动光学

振动和波动是自然界物质运动十分普遍的方式,声波、电磁波、光波等不仅在我们日常生活中常见,而且广泛应用于现代科学和技术中.近代量子物理揭示微观粒子运动(严格说一切物体运动)都可以用物质波描述,遵从波动规律.

这一部分首先利用机械振动和机械波的直观性,介绍振动和波动的概念、描写方法以及波相干叠加等波的基本原理;然后从麦克斯韦方程组出发,阐明电磁波的存在、电磁波的激发和传播特性;最后将光波作为电磁波的特例,更仔细研究电磁波的干涉、衍射和偏振.本章关于波和波相干叠加性的讨论是理解量子物理中各种神秘量子现象的基础.

第 1 章 振 动

物体围绕平衡位置作往复运动,这种运动形式称为**机械振动**(mechanical vibration).机械振动是自然界一种十分普遍的运动形式,挂钟摆锤的摆动、物体发声、与机械运转相伴的机座的运动、地震、晶体中原子的运动等都是机械振动的例子.

机械振动是物体相对平衡位置的**位移量**随时间作周期变化.振动(vibration)作为一种变化方式不限于机械运动,任何一个物理量,如果在某一数值附近反复变化,就说这个物理量在振动.如交变电路中的电压、电流,交变电磁场中的电场强度、磁场强度等.这些振动表现形式虽然不同,但满足相同的微分方程,可以用统一的数学形式描述.本章我们以直观的机械振动为例,研究振动的普遍性质和规律.

§ 1.1 简谐振动运动学

振动最简单的形式是**简谐振动**(harmonic motion).利用数学方法可以证明,自然界各种复杂的振动都可表示为简谐振动的合成.所以研究简谐振动是分析和理解一切复杂振动的基础.

1.1.1 简谐振动

物体相对平衡位置的位移随时间按余弦(或正弦)规律变化,物体的这种运动

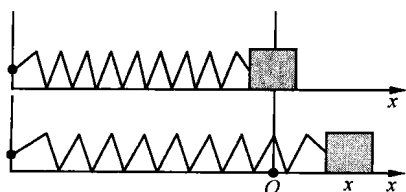


图 1.1.1

形式称为简谐振动。

一轻质弹簧一端固定,另一端固结一个可自由运动的小球,就构成一个弹簧振子(图 1.1.1)。称弹簧处在自由长度时小球的位置为平衡位置(记为 O),取 O 为坐标原点,弹簧伸长方向为 x 轴。移动小球使弹簧拉长或压缩,然后释放,当小球和桌面间的摩擦可忽略

时,小球在弹簧弹性力作用下,将沿着 x 轴在 O 点附近做往复运动。下一节我们将证明,物体的这种运动就是简谐振动。

作简谐振动物体相对平衡位置的位移可表示为

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1.1.1)$$

其中 A ——最大位移量,称为振幅(amplitude);称物体在单位时间内完成的往复运动次数为振动频率(frequency),记为 ν ;频率的倒数 $T=1/\nu$,是物体完成一次全振动需要的时间,称为周期(period)。式(1.1.1)中的 $\omega=2\pi\nu$,称为圆频率(angular frequency)。 $\omega t + \phi$ 是振动相位(phase), ϕ 是 $t=0$ 时刻的相位,称为初相位(initial phase)。

对简谐振动,如果 A, ω, ϕ 已知,式(1.1.1)就完全确定。 A, ω, ϕ 称为简谐振动的三个特征量。

1.1.2 简谐振动的描述方法

描述简谐振动有三种方法。

(1) 解析法:即给出位移对时间关系的式(1.1.1)形式的解析表示。

(2) 曲线法:即给出振动物体的位移量对时间关系的曲线(图 1.1.2)。给出振动曲线,描述简谐振动的三个特征量都可从曲线上求出(见例 2)。

(3) 旋转矢量法:选定坐标原点 O ,以 Ox 为极轴,作矢量 $\overrightarrow{OM}$,使 $|\overrightarrow{OM}|$ 等于振幅 A , $\overrightarrow{OM}$ 和极轴的夹角等于初相位 ϕ 。从 $t=0$ 时刻开始,令 $\overrightarrow{OM}$ 以角速度 ω (振动圆频率)在极轴和 $\overrightarrow{OM}$ 确定的平面内逆时针转动(图 1.1.3), $t>0$ 时刻 $\overrightarrow{OM}$ 和极轴的夹角为 $\omega t + \phi$, $\overrightarrow{OM}$ 末端点 M 在 x 轴上投影 M' 相对原点 O 的位移就是 $x = A \cos(\omega t + \phi)$ 。所以,当 $\overrightarrow{OM}$ 作匀角速度转动时,其端点在 Ox 轴上的投影的运动就是简谐振动。

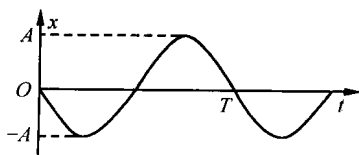


图 1.1.2

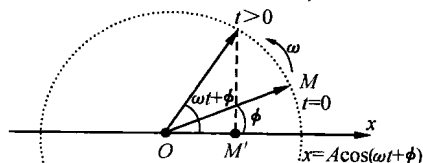


图 1.1.3

1.1.3 相位差

定义两个简谐振动

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2)$$

的相位差(phase difference)为

$$\Delta\phi = (\omega_2 t + \phi_2) - (\omega_1 t + \phi_1) \quad (1.1.2)$$

特别当两个振动频率相同时,相位差

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \quad (1.1.3)$$

只是两个振动的初相差, $\Delta\phi$ 是个与时间无关的常数.

当两个振动的相位差

$$\Delta\phi = \pm 2k\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

时,称这两个振动同相位(in phase). 两个同相位的振动,位移和速度同步变化,振动步调相同. 当

$$\Delta\phi = \pm (2k+1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

这两个振动在任何时刻位移、速度方向都相反,称这两振动反相(antiphase). 若 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 > 0$, 称振动 x_2 比振动 x_1 超前 $\Delta\phi$ (或 x_1 比 x_2 落后 $\Delta\phi$); 若 $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 < 0$, 称振动 x_2 比振动 x_1 落后 $|\Delta\phi|$ (或 x_1 比 x_2 超前 $|\Delta\phi|$). 通常限制 $-\pi < \Delta\phi \leq \pi$, 如 $\Delta\phi = 3\pi/2$ 时, 不说 x_2 比 x_1 超前 $3\pi/2$, 而是令 $\Delta\phi = 3\pi/2 - 2\pi = -\pi/2$, 说 x_2 比 x_1 落后 $\pi/2$ (或 x_1 比 x_2 超前 $\pi/2$).

1.1.4 简谐振动的速度和加速度

由简谐振动位移表达式(1.1.1), $x = A \cos(\omega t + \phi)$, 作简谐振动物体的运动速度

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) = \omega A \cos\left(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.1.4)$$

这表示速度也作简谐振动,速度超前位移 $\pi/2$. 简谐振动物体的加速度

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) = \omega^2 A \cos(\omega t + \phi + \pi) \quad (1.1.5)$$

也随时间作简谐变化,并超前位移 π . 利用式(1.1.1),式(1.1.5)可以写作

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (1.1.6)$$

这表示简谐振动的加速度大小与位移成正比,而方向与之相反. 图 1.1.4 给出了简谐振动的位移、速度和加速度曲线.

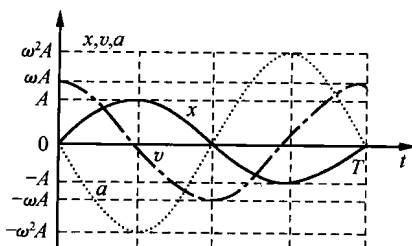


图 1.1.4

例1 一简谐振动的解析表达式为

$$x = 0.01\cos(12\pi t + \pi/4) \text{ (SI)} \quad (1.1.7)$$

(1)求 ω, ν, T, A 和振动初相位 ϕ ; (2)求 $t = 1.25\text{s}$ 时刻振动速度、加速度; (3)作出振动曲线.

解 (1) 比较振动表达式(1.1.1)和式(1.1.7), 可得振动圆频率 $\omega = 12\pi$, 频率 $\nu = \omega/2\pi = 6\text{Hz}$, 周期 $T = 1/\nu = 1/6\text{s}$, 振幅 $A = 0.01\text{m}$.

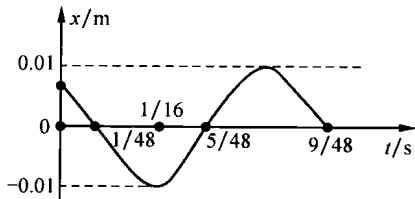


图 1.1.5

$$(2) \text{ 速度 } v = \frac{dx}{dt} = -0.01 \times 12\pi \sin(12\pi \times 1.25 + \pi/4) \approx 0.27 \text{ (m/s);}$$

$$\text{加速度 } a = \frac{d^2x}{dt^2} = 0.01 \times (12\pi)^2 \cos(12\pi \times 1.25 + \pi/4) \approx -10.0 \text{ (m/s}^2\text{).}$$

(3) 振动曲线如图 1.1.5.

例2 已知一个振动的振动曲线如图 1.1.6 所示. 根据图中标示的数据, (1)求出该振动的三个特征量和振动的解析表达式; (2)图中 a, b 点对应时刻的振动相位和时间.

解 (1) 由图 1.1.6 可以求出振幅 $A = 0.02\text{m}$, 周期 $T = 0.25\text{s}$, 频率 $\nu = 1/T = 4\text{Hz}$.

振动的初相可如下求出: 由图, $t = 0$ 时刻

$$x = A\cos\phi = 0.01$$

可以推得

$$\cos\phi = 1/2 \rightarrow \phi = \pm\pi/3 \quad (1.1.8)$$

又 $t = 0$ 时, 振动物体正趋向正向最大位移, 此时速度为正, 即

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin\phi > 0$$

由此推得 $\sin\phi < 0$, 结合式(1.1.7)得 $\phi = -\pi/3$. 所以图 1.1.6 振动曲线的解析表达式为

$$x = 0.02\cos(8\pi t - \pi/3)$$

(2) 在图中 a 点: 位移 $x = A$, $\cos(\omega t_a - \pi/3) = 1$, 相位 $(\omega t_a - \pi/3) = 0$, 所以

$$t_a = \pi/(3 \times 8\pi) = 0.042 \text{ (s)}$$

在 b 点: $x = 0$, $\cos(\omega t_b - \pi/3) = 0$, 相位 $(\omega t_b - \pi/3) = \pi/2$, 所以

$$t_b = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)/8\pi = 0.104 \text{ (s)}$$

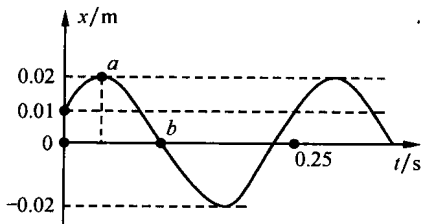


图 1.1.6

§ 1.2 简谐振动动力学

上节讨论了简谐振动的描写方法和运动学规律, 本节我们研究作简谐振动物体受力特点, 揭示简谐振动的动力学规律.

1.2.1 简谐振动的动力学方程

上节已求出物体作简谐振动时, 加速度和位移的关系式(1.1.6), 即

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \quad (1.2.1)$$

设振动物体质量为 m , 受到的作用力为 F , 根据牛顿第二定律有

$$F = ma = -m\omega^2 x \quad (1.2.2)$$

令

$$k = m\omega^2 \quad (1.2.3)$$

对于给定的振子, k 是个与位移、时间无关, 仅由振子固有性质决定的常量. 式 (1.2.2) 可写作

$$F = -kx \quad (1.2.4)$$

表示做简谐振动的物体受到的(合)力, 大小与它离开平衡位置的位移 x 成正比, 方向与位移相反. 称振动物体受到的这种性质的力为弹性恢复力 (elastic recovery force).

反过来可以证明, 如果物体受到的合力是弹性恢复力 ($F = -kx$, k 是弹性恢复力系数), 则物体必定作简谐振动. 事实上由

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = kx \quad (1.2.5)$$

令

$$\omega^2 = k/m \quad (1.2.6)$$

式 (1.2.5) 可以化为

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad (1.2.7)$$

这是二阶常系数线性微分方程, 容易验证其解就是

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

其中 A, ϕ 是两个积分常数, 其值由激发振动的初始条件决定. ω 称为振动固有频率 (intrinsic frequency), 其值决定于振动物体的质量和振子的固有性质. 振动周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.2.8)$$

根据微分方程理论, 唯一确定方程式 (1.2.7) 的解需要两个初始条件: 初始位移 x_0 和初速度 v_0 . 当给定 x_0, v_0 时, 由 $t=0$ 时刻

$$x_0 = A \cos \phi, \quad v_0 = -\omega A \sin \phi$$

可解出

$$A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 / \omega^2} \quad (1.2.9)$$

$$\phi = \arctan(-v_0 / \omega x_0) \quad (1.2.10)$$

1.2.2 简谐振动的能量

设作简谐振动物体的质量为 m , 其动能

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (1.2.11)$$

由于振动物体受弹性恢复力作用,同时还具有势能

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (1.2.12)$$

振动物体在任意时刻的总机械能

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}kA^2 \quad (1.2.13)$$

其中利用了式(1.2.6).由此可见:在振动过程中,振动物体的动能和势能可以互相转化,但总机械能是个守恒量;简谐振动的振幅

$$A = \sqrt{2E/k} \quad (1.2.14)$$

大小取决于振动物体的总机械能和弹性恢复系数,由振子的性质和振动初始条件决定.

1.2.3 简谐振动的例子

(1) 单摆(simple pendulum). 一根质量可以忽略、长度一定的细线,上端固定,下端挂一个可看作质点的重物,就构成一个单摆(图 1.2.1). 取摆线竖直下垂时重物位置为平衡点,拉动摆锤(重物),使摆线与竖直方向成一小角度然后放开,略去空气阻力,摆锤相对平衡点的角位移 θ 将作简谐振动.

设摆锤质量为 m ,摆线长为 L . 当摆线与竖直方向夹角为 θ 时,摆锤受到合力沿轨道切向,大小为 $F = -mg\sin\theta$ (图 1.2.1). 在小角位移情况下, $F \approx -mg\theta$, 摆锤受到的合外力与角位移成正比,方向相反,所以摆锤的角位移做简谐振动.

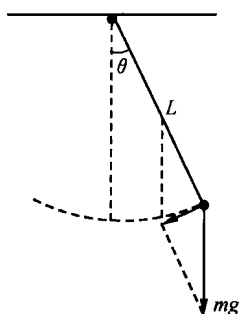


图 1.2.1

摆锤运动方程

$$mL \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\theta$$

即

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

与简谐振动的标准方程式(1.2.7)比较,可得振动的频率和周期分别为

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1.2.15)$$

(2) 长为 L 的刚性轻杆,一端固结质量为 m 的小球,另一端可绕过 O 点的水平轴自由转动(图 1.2.2). 用一弹性系数为 k 的弹簧悬挂细杆的中点,使杆在水平

位置保持平衡. 向下轻拉细杆, 使杆转过一小角度 θ , 然后放手. 证明该系统将作简谐振动, 并求振动周期.

设轻杆在水平位置时, 弹簧伸长 y_0 , 此时杆处在平衡状态, 杆受到的、相对过 O 点水平轴的合力矩为零

$$mgL = ky_0 L/2$$

当轻杆由水平位置绕 O 轴向下转过一小角度 θ , 使弹簧再伸长 y , 这时轻杆受到的对 O 轴的合力矩近似为

$$M = mgL - k(y_0 + y)L/2 = -kLy/2$$

在小角度近似下, $y \approx L\theta/2$, 代入上式

$$M \approx -kL^2\theta/4$$

由刚体定轴转动定律: $M = I\alpha$ 得

$$mL^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{kL^2}{4}\theta$$

即

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{k}{4m}\theta = 0$$

所以轻杆相对水平位置的角位移将作简谐振动, 振动频率和周期分别为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{4m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}} = 4\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (1.2.16)$$

(3) 弹簧振子的势能 $E_p = kx^2/2$, 其曲线是顶点在 $x=0$, 开口向上的抛物线. $x=0$ 是平衡位置(图 1.2.3(a)). 可以一般的证明, 质点在任意形状势能曲线上稳定平衡位置附近的微小振动都是简谐振动.

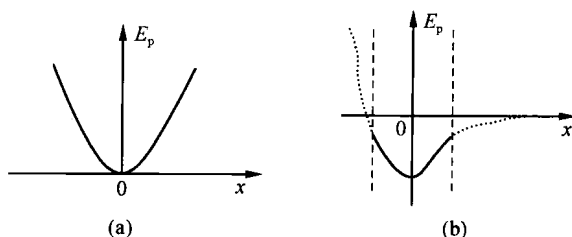


图 1.2.3

以 $E_p = E_p(x)$ 表示势能函数(图 1.2.3(b)), 取稳定平衡点为坐标系原点, 则

$$F = -\left. \frac{dE_p}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d^2E_p}{dx^2} \right|_{x=0} > 0 \quad (1.2.17)$$

将 $E_p(x)$ 在 $x=0$ 点作泰勒(Taylor)展开, 对于微振动, 位移 x 是个小量, 略去展开式中 x 的二次以上项, 得

$$E_p(x) = E_p(0) + \left. \frac{dE_p}{dx} \right|_{x=0} \cdot x + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 E_p}{dx^2} \right|_{x=0} \cdot x^2$$

注意到 $E_p(0)$ 是个常数以及式(1.2.17), 质点受到的作用力

$$F(x) = -\frac{dE_p(x)}{dx} = -\left. \frac{d^2 E_p}{dx^2} \right|_{x=0} \cdot x$$

令 $\left. \frac{d^2 E_p}{dx^2} \right|_{x=0} = k$, 上式可以写作

$$F(x) = -kx \quad (1.2.18)$$

这表明质点受到的力与相对平衡位置的位移大小成正比、方向相反, 所以质点将作简谐振动. 振动频率为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1}{m} \left(\left. \frac{d^2 E_p}{dx^2} \right)_{x=0} \right)} \quad (1.2.19)$$

双原子分子中两个原子相互作用的势能曲线就具有图 1.2.3(b) 的形式, 其中原子在其平衡位置附近的运动就可看作是简谐振动.

§ 1.3 阻尼振动 受迫振动和共振

1.3.1 阻尼振动

简谐振动是一种理想情况, 实际上振动物体总是处在空气、液体或其他介质的包围中, 运动时要受到周围介质的阻力作用, 同时振动引起周围介质其他质元的运动, 使系统能量逐渐向周围传播出去, 这种振动能量辐射对振动物体的影响也可作为阻力处理. 称系统在弹性恢复力和阻力作用下的振动为**阻尼振动**(damped oscillation).

实验表明, 在振动物体速度不太大时, 可认为阻力与速度大小成正比, 但方向与速度方向相反. 阻力可表示为

$$f = -\gamma \frac{dx}{dt} \quad (1.3.1)$$

其中 γ 称为**阻尼系数**(damping coefficient), 其大小由物体形状、大小、表面状况以及所处介质性质决定.

设振动物体质量为 m , 在弹性力和阻力作用下, 运动方程为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \gamma \frac{dx}{dt} \quad (1.3.2)$$

令 $k/m = \omega_0^2$, $\gamma/m = 2\beta$, ω_0 是不存在阻力时振子的固有频率; β 为**阻尼因子**(damping factor). 方程式(1.3.2)化为

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (1.3.3)$$