

程会仙◎编著



XIAOXUESHUXUE
JIAOXUEDAOLUN

小学数学 教学导论

 知识产权出版社

小学数学教学导论

程会仙 编著

知识产权出版社

内容提要

本书根据高师院校小学数学教师职前培养的需要,站在专业化的角度,依据《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,以发展的眼光和现代教育理念,并结合数学学科性质及我国新一轮基础教育课程改革来分析今天的小学数学课程与教学。主要内容包括:解读小学数学新课程、小学数学课程内容的基础理论、小学数学学习过程研究、小学数学教学工作、小学数学课堂教学艺术、小学数学教学实施、小学数学教学评价、小学数学教师专业发展。

责任编辑:李琳

责任校对:韩秀天

执行编辑:王剑宇

责任出版:卢运霞

封面设计:鲁志强

图书在版编目(CIP)数据

小学数学教学导论/程会仙 编著. —北京:知识产权出版社, 2009.5

ISBN 978-7-80247-457-4

I. 小… II. 程… III. 数学课—教学研究—小学 IV. G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 069081 号

小学数学教学导论

程会仙 编著

出版发行:知识产权出版社

社址:北京市海淀区马甸桥马甸南村1号院

邮编:100088

网址: <http://www.ipph.cn>

邮箱:bjb@cnipr.com

发行电话:010-82000893 82000860 转 8101

传真:010-82000893

责编电话:010-82000887 82000860 转 8225

责编邮箱:wjhyys@yahoo.com.cn

印刷:知识产权出版社电子制印中心

经销:新华书店及相关销售网点

开本:850mm×1168mm 1/32

印张:8

版次:2009年6月第1版

印次:2009年6月第1次印刷

字数:230千字

定价:24.00元

ISBN 978-7-80247-457-4/G·294 (10217)

版权所有 侵权必究

如有印装质量问题,本社负责调换。

目 录

绪论	(1)
第一章 解读小学数学新课程	(5)
第一节 数学的基本知识	(5)
第二节 小学数学新课程的基本理念	(10)
第三节 小学数学新课程目标	(15)
第四节 小学数学新课程内容	(20)
第五节 新课程背景下的教材特点	(24)
第二章 小学数学课程内容的基础理论	(28)
第一节 整数	(28)
第二节 分数	(37)
第三节 小数	(39)
第四节 小学数学思想方法	(41)
第三章 小学数学学习过程研究	(52)
第一节 小学数学学习及其特点	(52)
第二节 数学学习的一般过程	(61)
第三节 数学学习过程的心理分析	(68)
第四节 数学概念的学习过程	(78)
第五节 数学规则的学习过程	(85)
第六节 数学问题解决的学习过程	(88)
第七节 小学生数学学习指导	(95)
第四章 小学数学教学工作	(103)
第一节 备课	(103)
第二节 上课	(111)
第三节 小学生数学作业的布置与评价	(118)
第四节 小学生数学成绩考查与评定	(122)



第五节 小学数学课外活动的开展·····	(124)
第五章 小学数学课堂教学艺术·····	(129)
第一节 语言艺术·····	(129)
第二节 课堂导入艺术·····	(133)
第三节 数学课堂提问艺术·····	(137)
第四节 板书设计艺术·····	(142)
第六章 小学数学各部分内容教学研究·····	(147)
第一节 “数与代数”的教学·····	(147)
第二节 “空间与图形”的教学·····	(160)
第三节 “统计与概率”的教学·····	(173)
第四节 “实践与综合应用”的教学·····	(181)
第七章 小学数学教学评价·····	(185)
第一节 数学教学评价·····	(185)
第二节 小学数学课堂教学评价·····	(190)
第三节 小学生数学学习评价·····	(196)
第八章 小学数学教师专业发展·····	(212)
第一节 小学数学教师的素养·····	(212)
第二节 小学数学教师的专业发展·····	(222)
第三节 小学数学教学的研究方法·····	(226)
第四节 小学数学新教师的教学研究·····	(245)
主要参考书目·····	(248)
后记·····	(250)

绪 论

教学是科学，也是艺术。教学是科学，自然有其不得不遵循的规律；教学是艺术，因此有教学水平高下的区分。

《小学数学教学导论》就是一本和即将从事小学数学教学以及其他关心小学数学教学的同仁们一起探讨小学数学教学的规律、小学数学教学的艺术等问题的读物。

一、小学数学教学的地位、作用

数学作为一种普遍使用的技术，有助于人们收集、整理、描述信息，建立数学模型，进而解决问题，直接为社会创造财富。在人类发展的历史上，数学及其发展与人类社会的进步息息相关。时至21世纪的今天，数学的影响已经遍及人类活动的所有领域，成为推进人类文明的不可或缺的重要因素。因此，具备一定的数学素养已成为现代社会对公民的基本要求。

小学是整个教育体系中的基础部分，是学生终身学习奠定基础的重要阶段。这一阶段的数学学习，既要使学生理解和掌握一些最基础的数学知识和技能，以初步满足他们日常生活中对数学的需要，又要发展他们的数学思维能力，为今后进一步学习数学以及其他学科奠定良好的基础，同时数学的研究方法对形成儿童良好的价值观、人生观、世界观也有一定的促进作用。

二、本课程的性质、地位与作用

小学数学教学论是培养能适应21世纪我国基础教育发展和改革需要的、具有大专文化程度的小学数学教师的一门专业必修课程。因此，它在培养学生将来从事小学数学教学与研究的能力、提高学生从事小学数学教师职业所必备的综合素质与专业化水平等方面具有其他课程所不能替代的重要作用。具体地说，小学数学教学



论是以一般教学论和教育学的基本理论为基础,从小学数学教育的实际出发,分析小学数学教学过程的特点,总结长期以来小学数学教学的历史经验,揭示小学数学教学过程的规律,研究小学数学教学过程中的诸要素(教学方法、教学组织形式、教学的物质条件等)及其相互间的关系,帮助教师端正教学思想和形成教学技能,并对小学数学教学的效果开展科学的评价。

通过本课程的学习,学生可以获得系统的小学数学教学论方面的知识和小学数学教学基本技能与教学方法,提高对数学、数学教育的整体认识水平,提高小学数学教学水平和教育研究能力,并能运用所学的理论和方法解决实际问题,使之适应我国当前基础教育课程改革对小学数学教师的要求。小学数学教学论是研究数学教学过程中教和学的联系、相互作用及其统一的科学。

三、我国数学教学论的产生与发展

数学教学论是数学教育领域中一门正处于发展中的新学科。它的产生,既是数学教育理论发展的必然,也是数学教育实践的呼唤。近年来,人们对数学教学的成效愈益关注,教学改革被作为提高数学教育质量的重要手段而提升到了一个新的高度,广大的数学教学工作越来越迫切地需要了解和掌握有关能够帮助他们切合实际地解决教学问题的理论。与此同时,普通教学论和作为数学教育的一般理论的数学教育学在现代教育科学之林中得到了极大的发展。正是在这种理论与实践的双重力量的推动之下,数学教学论开始发展成为学科教育学中的重要分支学科之一。数学教学论,揭示的是数学教育教学的基本原理、特有规律,而不是仅仅停留在若干教育学、心理学的一般规律上。

在我国,早在19世纪末,学科教育研究就已开始,近半个世纪以来得到了迅速发展。我国最早的数学教育理论学科,叫做“数学教授法”。

建国以后,在50年代,我国的《中学数学教学法》,用的是从前苏联翻译的伯拉基斯的《数学教学法》,其内容主要介绍中学数



学教学大纲的内容和体系,以及中学数学中的主要课题的教学法。1979年,北京师范大学等全国13所高等师范院校合作编写完成《中学数学教材教法》(《总论》和《分论》)一套书,作为高等师范院校的数学教育理论学科的教材,是我国在数学教学论建设方面的重要标志。

上世纪90年代以来,国内外数学教育发展迅速,数学教育研究极为活跃,我国的数学教学论研究在已构筑的框架基础上不断深入和拓展。1990年,曹才翰教授编著的《中学数学教学概论》问世,标志着我国数学教育理论学科已由数学教学法演变为数学教学论,由经验实用型转为理论应用型。数学教学论是一门不断发展的新学科,它的内容、体系的成熟,需要数学教学与数学研究工作者的共同努力。随着我国数学教育事业蓬勃发展,成果大量涌现,一门具有中国特色的数学教学论正在逐步形成。

四、本书研究的内容及基本方法

本书要研究的问题有三大类:小学数学要“教什么”的教学内容问题、“怎样教”的教学方法问题以及指导学生“如何学”的学法指导问题。具体讲,主要包括小学数学的教学目的、教学内容、教学方法、教学组织以及包含在其中的儿童数学学法指导与研究。

围绕着小学数学教学论的研究对象,可以确立小学数学教学论的以下一些主要研究课题,也是小学数学教学论的主要任务,这主要包括:

- 1) 解读小学数学课程标准;
- 2) 小学数学课程内容的基础理论;
- 3) 小学数学学习过程研究;
- 4) 小学数学教学工作;
- 5) 小学数学课堂教学艺术;
- 6) 小学数学具体分析;
- 7) 小学数学教学评价;
- 8) 小学数学教师专业发展。



以上所述的小学数学教学论的研究课题也可以看成是现阶段小学数学教学论的理论体系的基本框架，它也是我们这门小学数学教学论课程所要讲授的主要内容。

在本课程的教学过程中，以下三点具有特殊重要的意义：

第一，树立实践的意识。

小学数学教学论是一门实践性很强的课程，是建立在生动鲜活的教学实践活动之上的，教学实践是这门学科赖以生存的土壤，也是这门学科研究服务的对象。关注并投身于小学数学教学是进行这项研究的第一等重要的事情。

第二，培养学生独立思考的习惯。

独立思考是我们提倡的科学的态度。教育科学流派纷呈，人们的思想活跃，小学数学教学的实践与研究更是百花齐放。因此，博采众长、独立思考就成为研究小学数学教学第二件重要的事情。

第三，运用历史的、辩证的观点审视。

研究小学数学教学要有历史的、发展的观点。小学数学教学是一座有待深入开发的宝藏，人们对这一领域的认识还远没有达到完善的地步，本书所研究的几个问题远没有达到尽善尽美的程度，这只是本人多年教学中的一些粗浅的认识，希望读者更深入的研究。

第一章 解读小学数学新课程

第一节 数学的基本知识

小学数学课程是按照一定的需要,遵循一定的原则,从数学科学中精心选择内容加以编排形成的。作为教育的数学,它自然源于数学科学,但与作为科学的数学有密切的联系,又有很大的区别。认识数学科学的研究对象、主要特点和发展过程有助于我们确定和理解进行数学教育的目的,认识数学教育的规律和特点。

一、数学的理解

如何认识数学?《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《数学课程标准》)指出:“数学是人们对客观世界定性把握和定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论,并进行广泛应用的过程。”^①数学是什么?古往今来,看法不一。从数学所属的工作领域看,数学是技术、是逻辑、是艺术、是自然科学、是文化……从数学的对象看,数学是研究数和量、研究现实世界的数量关系和空间形式、研究模型、研究演绎系统、研究形式系统、研究无穷……从数学的社会价值看,数学是科学的语言、是对事物的规律进行定量研究的工具、是数字的游戏……这些都可以作为数学的解释,但仍未能充分地概括出现代数学研究的基本特点。总之,数学可以帮助人们更好地探求客观世界的规律,并对现代社会中大量纷繁复杂的信息作出恰当的选择与判断,同时为人们交流信息提供了一种有效、简捷的手段。数学作为一种普遍适用的技术,有助于人们收集、整理、描述信息,建立数学模型,进而解决问题,直接

① 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2001: 1.



为社会创造价值。

二、数学的产生

假如我们考察一下数学的历史，可以看到它的发展存在着两个起点。

以实际问题为起点

首先，数学的产生是以实际问题为起点的，即是人类为了了解客观存在的内部性质的需要，用以解决实践中的问题。例如，人类在自己的生产与生活中，需要对一些物体进行量的刻画和描述，于是，“数”就产生了；又如，人类在自己的生产与生活中，需要对一些对象进行集合意义上的合并与分解，于是，四则运算就产生了；再如，人类在科学研究过程中，要研究抛物体的运动轨迹，需要用图形来描述从而帮助分析，但如何作出这些曲线图形呢？笛卡尔就用代数方法来研究这些曲线的特点，于是解析几何就产生了。

以理论问题为起点

其次，数学的产生是以理论问题为起点的，即是人类为了了解思想存在的内部性质的需要，用以解决理论上的问题。例如，五世纪的普多克罗斯（pudkyols）注意到，一个圆的直径可以将整个圆分成两半，但由于圆的直径有无限多，因此，必定存在着两倍于直径的半圆。而伽利略却注意到，每个正整数与它的平方能建立一一对应的关系，而这些正整数的平方的集合应是正整数集合的真子集，这样就构成了一个整体和它的部分相等的悖论（史称伽利略悖论），为了解决这个悖论，康托等做了研究，创立了集合论，并创造性地提出了“超越数”的概念。

当然，数学的最终起点还是现实世界，它更多地来自于人类的问题提出和问题解决，是人类力图对现实世界的最本质的和最一般的反映。超越现实世界的数学的产生，其目的还是为了获得对现实世界更合理、更准确的最一般的反映。



三、数学研究的对象

那么,这个更合理、更准确的最一般反映又是什么呢?也就是说,数学试图研究的对象究竟是什么呢?

数学是什么?恩格斯曾对数学的属性作过如下的描述:数学就是研究“现实世界的空间形式和数量关系”^①的一种科学。这是对数学研究对象的一种经典的解释,是对数学十分概括和深刻的解释。显然,数学是一门人类认识客观世界的本质,反映客观世界的事实与规律的一门科学。“数量关系”是算术、代数等领域研究的内容,用来表现现实世界各种数量及其关系。“空间形式”是几何学研究的内容,研究物体的形状、大小及其相互关系。人类在社会和生产实践中,不断揭示数量关系和空间形式的规律,并将其不断抽象化、系统化、形式化,形成数学科学体系。

近年来,随着数学科学的发展,对数学本质的认识也在发展,数学的研究对象也在扩展,对数学的认识也不断深入,人们从不同的角度阐述对数学本质的认识和理解。人们逐渐发现,数学是一门既研究空间形式,又研究空间关系的科学;也是既研究数量关系,又研究数量形式的科学。一种受到普遍关注的观点认为,数学是关于客观世界的模式的科学。数学通过揭示各种隐藏着的模式,帮助我们理解周围世界。无论是数、关系、形状、推理,还是概率、数理统计,都是人类发展进程中对客观世界某些侧面的数学把握的反映。人们从实际中提炼数学问题,抽象化为数学模型,再回到现实中进行检验。从这个意义上,数学又可以被看作是一种技术或模型。或者说是关于关系系统的科学。

因此,我们似乎就可能获得这么一个简单的结论:数学是研究存在的(或客观的、现实的)形式或关系的科学,即是对现实世界的研究;同时,数学还是研究思想的(或称主观的、先验的)形式或关系的科学,即是对思想世界的研究。

① 恩格斯,反杜林论 [M]. 北京:人民出版社,1970:3.



此外,从数学的产生与发展历史看,数学还具有这样几个性质:其一,数学的对象是由人类发明或创造的;其二,数学的创造源于对现实世界和数学世界研究的需要;其三,数学性质具有客观存在的确定性;其四,数学是一个发展的动态体系。^①可以说,数学在现代科技和社会生活的各方面都扮演着不可替代的角色。

四、数学的基本特征

要想比较全面地了解数学学科,对其特征的把握显得非常必要,一般地认为,数学具有理论的抽象性、逻辑的严谨性和应用的广泛性这三个特征。

(一) 理论的抽象性

数学的抽象,也就是保留具体事物在数量关系和空间形式方面的本质属性,而排除其他非本质属性。抽象性在简单的计算中就已经表现出来,我们运用抽象的数字,却并不打算每次都把它们同具体的对象联系起来,我们在学校中学的是抽象的乘法表——是数字的乘法表,而不是男孩的数再乘上苹果的数目,或者苹果的数目乘上苹果的价钱等等。同样,在几何的研究中,是直线,而不是拉紧了绳子,并且在几何线的概念中舍弃了所有性质,只留下在一定方向上的伸长。总之,关于几何图形的概念是舍弃了现实对象的所有性质只留下其空间形式和大小的结果。全部数学都具有这种抽象的特征。

(二) 逻辑的严密性和结论的确定性

数学具有严密的逻辑严谨性。即数学的结果是从一些基本概念(或公理)出发并采用严格的逻辑推论而得到的。这种推论(推理)对于每一个懂得这样的规则并拥有一定数学基础的人来说,都是无需争辩的和确信无疑的。数学的逻辑严谨性还带来了数学的精确性,也就是说,数学的表述具有相当严密的唯一性。而且数学语言

^① 唐瑞芬. 数学教学理论选讲 [M]. 上海: 华东师范大学出版社, 2001: 6.



常常反映在其他的学科（尤其是自然学科）之中，用来准确地表述概念或由经验所获得的发现。

数学的严谨性还表现在它的系统性。数学体系本身是一个精确的自然结构，而且是所有自然结构中最具有完美模型的特征的。它是最简洁、最精确、最稳定的模型来揭示最本质、最抽象的关系系统的理论。正如弗莱登塔尔所说：“数学与其他思维相比，有一个最大的特点，那就是对任何一个陈述，都可以确定其对或错。因为只有数学可以加上一个强有力的演绎结构。这就是所谓数学的严谨性。”^①当然，当数学科学变得很严谨的时候，它就表现出一种不可忽视的人为的特性，以至于有时它会忘掉了自己的历史起源。

（三）应用的广泛性

数学应用得非常广泛也是它的特点之一。随着科学技术和数学本身的发展，数学的应用越来越广泛，华罗庚先生曾经说过：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，日用之繁，无处不用数学”。首先，我们经常地、几乎每时每刻地在生产中、在日常生活中、在社会生活中运用着最普通的数学概念和结论，甚至并不意识到这一点。例如，我们计算日子或开支时就应用了算术，而计算住宅的面积时就运用了几何学的结论，当然，这些结论都是十分简单的，不过，记起这一点是有益的：在古代某个时候，这些结论曾经是当时正在萌芽中的数学的一些很高的成就。其次，如果没有数学，全部现代技术都是不可能的。离开或多或少复杂的计算，也许任何一点技术的改进都不能有；在新的技术部门的发展上数学起着十分重要的作用。最后，几乎所有科学部门都多多少少很实质地利用着数学。

五、数学的主要内容

数学科学，是由数学问题、数学知识、数学方法与数学思想组成的系统。在这个系统中，数学问题、数学知识、数学方法与数学

^① 弗莱登塔尔，作为教育任务的数学 [M]，上海：上海教育出版社，1999：136.



思想具有各自不同的内涵，也有着不同的作用。

纵观数学发展的历史可以看到，人们在解决实践和理论中提出的各种数学问题的过程中，总结和创造了各种不同的数学方法。在这些数学方法发生的同时，相应的数学知识也相伴形成，在不断探求对数学知识和方法的认识的基础上，数学思想便产生了。例如，著名数学家欧拉正是在解决“哥尼斯堡七桥问题”的过程中，不仅发现了许多知识并开拓了运筹学和图论等崭新的数学研究领域，而且他的研究也是运用抽象化方法和数学模型思想的光辉范例。

就数学问题、数学知识、数学方法与数学思想的关系而言，一方面，数学思想与数学方法蕴含在数学的知识体系之中，数学思想与方法的突破又常常导致数学知识的创新；另一方面，数学思想比数学方法更深刻、更抽象地反映着客观事物的内在联系，是数学方法的进一步概括和升华。因此，如果说问题是数学的“心脏”、方法是数学的“行为规则”、知识是数学的“躯体”，那么数学思想无疑是数学的“灵魂”。

第二节 小学数学新课程的基本理念

课程的基本理念是课程的灵魂，它集中地反映了基础教育课程改革的总趋势，服务于课程改革总目标，着眼于每一个学生全面的、生动的、健康的发展，着眼于培养学生终身学习的愿望和能力；数学课程理念集中体现了现代教育理论的精髓，是教师进行有效数学教育教学的指导思想。《数学课程标准》的基本理念包括以下几个方面。

一、大众数学、价值数学的理念

《数学课程标准》指出：“义务教育阶段的数学课程应突出体现基础性、普及性和发展性，使数学教育面向全体学生，实现：人人学有价值的数学；人人都能获得必需的数学；不同的人在数学上得



到不同的发展。”^①

这是着眼于人的发展的基本理念，是面向全体学生的理念，体现着义务教育基础性、普及性和发展性的基本精神。既使学生掌握未来生活、工作和进一步学习所具备的数学素养，又要为学生留下充分的发展空间。

二、《数学课程标准》的数学过程观、广义知识观

首先数学是一个动态的过程，作为数学学科的这种理念与数学科学是一个动态发展的体系是相一致的。

《数学课程标准》这样来描述“数学”：数学是人们对客观世界定性把握和定量刻画、逐渐抽象概括、形成方法和理论，并进行广泛应用的过程。《数学课程标准》把数学看成是一系列数学地组织现实世界的人类活动，即用数学的思想与方法，不断把与实际问题有关的材料进行整理和组织起来的活动；数学是动态的过程，而不是一些静止的结论。《数学课程标准》更多地把数学看作是人类的一种文化，它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分，而不是把它看作单纯的一种知识。

其次将数学的“思维过程”“主观性知识”纳入数学知识的范畴。

数学课程的内容不仅要包括数学的一些现成的结果，还包括这些结果的形成，这里所说的过程包括两个方面：①发现实际问题中的数学成分，并对这些成分做符号化的处理，把一个实际问题转化为数学问题。②在数学范畴之内对已经符号化的问题做进一步抽象化处理，从符号一直到尝试建立和使用不同的数学模型，发展更为完善、合理的数学概念框架。^②

① 中华人民共和国教育部. 全日制义务教育数学课程标准（实验稿）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2001：1.

② 刘兼，孙晓天. 全日制义务教育数学课程标准（实验稿）解读[M]. 北京：北京师范大学出版社，2002：113.



数学知识不仅包括“客观性知识”，即那些不因地域和学习者而改变的数学事实（如乘法运算法则、三角形面积公式、一元二次方求根公式等），而且还包括从属于学生自己的“主观性知识”，即带有鲜明个体认知特征的个人知识和数学活动经验。如对“数”的作用的认识、分解图形的基本思路、解决某种数学问题的习惯性方法等，它们仅仅从属于特定的学习者自己，反映的是他在某个学习阶段对相应数学对象的认识，是经验性的、不那么严格的、是可错的。^①

总而言之，在新数学课程体系中，对于数学知识的理解发生了变化，“知识”的范围更宽泛，其中不仅仅包括原来意义上的客观性的数学知识，而且包含了学生学习这些数学事实所经历的过程中产生的个人数学活动的经验。

三、《数学课程标准》的现代教学观

《数学课程标准》指出：“数学教学是数学活动的教学，是师生之间、学生之间交往互动与共同发展的过程”。《数学课程标准》强调数学教学是一种师生互动的活动，学生要在教师的指导下，积极主动地掌握数学知识、技能，发展能力，形成积极、主动的学习态度，同时使身心获得健康发展。教师不再是数学学习的控制者和支配者，而应是数学学习的组织者、引导者和合作者。具体来说，教师应营造积极和谐的学习氛围，向学生提供充分从事数学活动的机会，激发学生的学习积极性和求知欲，引导学生自主探索和合作交流。

首先数学教学过程应该是师生之间平等、互动的过程。

在数学教学活动中，教师与学生是人格平等的主体，教学过程是师生间进行平等对话的过程。这种对话的内容包括知识信息，也包括情感、态度、行为规范和价值观等各个方面，对话的形式也是

① 刘兼，孙晓天．全日制义务教育数学课程标准（实验稿）解读[M]．北京：北京师范大学出版社，2002：172.