金视点书系

总主编○张明霞

根据新课程标准编写

国家骨干教师 全国特级教师 中考研究专家 权威出击

中考领航

九年级

数学

科学技术文献出版社

金视点书系

中　考　领　航

九年级数学

总主编　张明霞

科学技术文献出版社
Scientific and Technical Documents Publishing House
北　京

图书在版编目(CIP)数据

中考领航．九年级数学/张伟等主编．-北京:科学技术文献出版社,2009.7
(金视点书系)
ISBN 978-7-5023-6367-3

Ⅰ．中… Ⅱ．张… Ⅲ．数学课-初中-升学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 089291 号

出 版 者 科学技术文献出版社
地 址 北京市复兴路 15 号(中央电视台西侧)/100038
图书编务部电话 (010)58882938,58882087(传真)
图书发行部电话 (010)58882866(传真)
邮购部电话 (010)58882873
网 址 http://www.stdph.com
E-mail:stdph@istic.ac.cn
策划编辑 科 文
责任编辑 杨 光
责任校对 梁桂芬
责任出版 王杰馨
发 行 者 科学技术文献出版社发行 全国各地新华书店经销
印 刷 者 北京高迪印刷有限公司
版(印)次 2009 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
开 本 787×1092 16 开
字 数 392 千
印 张 14.5
印 数 1～8000 册
定 价 21.00 元

(京)新登字 130 号

《金视点——中考领航》丛书编委会

本册主编	张　伟	刘翠霞		
副 主 编	马玲坤	孟秀焕		
编　　者	高志军	马玲科	张秀梅	陈方光
	王浩生	庞亚军	张晓晴	何敬荣
	段慧颖	杨小平	徐复生	李洪磊

《金视点——中考领航》总序

《金视点——中考领航丛书》根据人教版、新课标教材，由中考命题研究专家张明霞教师策划并领衔编写。

《丛书》包括语文、数学、英语、物理、化学、历史、政治七个分册，供九年级学生使用。编委会由特级教师、国家级骨干教师和中考研究专家组成，特别强调策划、编写与审定的三位一体，注重最新教育思想与考试大纲的合理运用；不论从栏目设计，还是内容编排，均体现出“以学生为本”的教育理念，理顺学与练、练与考、考与用的关系。《丛书》以核心考点、典型例题、解题方法为主线，三大主线相互融合，相互渗透，实现了三者之间真正意义上的有机结合，让学生高效率地学习，实现可持续性的学习发展策略。

通过使用本书，使学生潜移默化地融入解题策略和解题方法的指导中，逐渐形成自主学习的能力，获得自主学习的成功感，增强学习的内动力。

谨以此书，献给在求学路上奋力拼搏的莘莘学子。为你们助力，加油！！

《丛书》编委会

2009年7月于北京

目　　录

上　　册

下　　册

上　　册

第一章　证明（二）

§1.1　你能证明它们吗

课程目标要览

知识目标：了解作为证明基础的几条公理的内容，掌握证明的基本步骤和书写格式.

能力目标：

1. 经历“探索—发现—猜想—证明”的过程，能够用综合法证明等腰三角形的有关性质定理和判定定理.

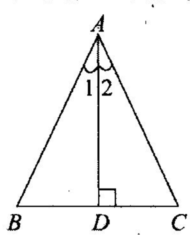
2. 归纳的思想方法，结合事例体会反证法的含义.

情感目标：体验归纳的思想方法，培养学生探索的精神.

核心考点突破

核心考点1：等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合（等腰三角形的三线合一性）.

名师点拨： 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合. 只要知道其中的一个量，就可以得出其他两个量（如图）.



（1）$\because AB=AC$，$\angle 1=\angle 2$

$\therefore AD\perp BC$，

$BD=CD$

（2）$\because AB=AC$，

$AD\perp BC$

$\therefore \angle 1=\angle 2$，

$BD=CD$

（3）$\because AB=AC$，$BD=CD$

$\therefore \angle 1=\angle 2$，$AD\perp BC$

核心考点2：证明一个三角形是等腰三角形的方法.

名师点拨：

①利用定义证明：有两边相等的三角形是等腰三角形.

②等腰三角形的判定定理：等角对等边.

核心考点3：证明一个三角形是等边三角形的方法.

名师点拨：

①利用定义证明：三条边相等.

②证明三角形三个角相等.

③证明它是等腰三角形，并有一个角是60°.

核心考点4：等腰三角形的边角关系.

名师点拨：

①三边关系：设腰长为 a，底边长为 b，则有 $\frac{b}{2}<a<\frac{2a+b}{2}$

（底边一半<腰长<周长一半）.

②三角关系：设顶角为 $\angle A$，底角为 $\angle B$、$\angle C$，则有 $\angle A=180°-2\angle B$，$\angle B=\angle C=\frac{180°-\angle A}{2}$.

核心考点5：几种特殊的等腰三角形.

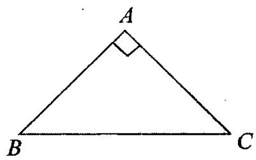
名师点拨：

①等边三角形：三边相等；三个角都为60°

②等腰直角三角形：$\angle C=\angle B=45°$，$\angle A=$

90°（顶角是底角的 2 倍）

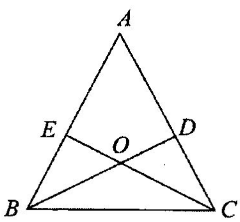
$AC:AB:BC=1:1:\sqrt{2}$.



热点题型例释

例 1　（2009·广州）已知：$\triangle ABC$ 中，D、E 分别是 AC、AB 上的点，BD 与 CE 交于 O.

下列四个条件：



①$\angle EBO=\angle DCO$；

②$\angle BEO=\angle CDO$；

③$BE=CD$；

④$OB=OC$.

（1）上述四个条件中，哪两个放在一起可以判定$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

（2）选择（1）题中的一种情况证明$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

解析：这是一道开放性题目. 已知的四个条件必须要两两证明，把不正确的条件排除，必能得到正确结论，所以一道题变成了六道题. 证明相等问题，以前一般是利用全等三角形来证明，学习了等腰三角形以后对于证明在同一三角形内的两条线段相等，常用等角对等边来证明. 所以同学们能开拓思路，学会从等腰三角形的知识去思考.

解：（1）①③，①④，②③，②④

（2）选择①④，

已知：$\angle EBO=\angle DCO$，又 $OB=OC$，

求证：$\triangle ABC$ 是等腰三角形.

证明：$\because OB=OC$

$\therefore \angle OBC=\angle OCB$

又$\because \angle EBO=\angle DCO$

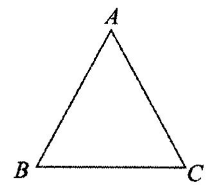
$\therefore \angle ABC=\angle ACB$

$\therefore AB=AC$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形.

（其余三种情况同学们可以自己练习证明）

例 2　（2009·郑州）如图，在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$



（1）按照下列要求画出图形：

①作$\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D；

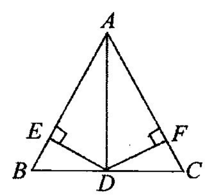
②过 D 作 $DE\perp AB$ 垂足为点 E；

③过 D 作 $DF\perp AC$ 垂足为点 F.

（2）根据上面所画的图形，求证：$EB=FC$.

解析：本题是一道几何综合题，考查了学生的作图能力及等腰三角形三线合一的性质，三角形全等的证明方法，角平分线的性质定理的运用. 但证明要条理清楚，做到每一步证明都有理有据.

解：（1）画出的图形如图所示：



（2）证明：$\because AB=AC$

$\therefore \angle B=\angle C$

$\because AD$ 平分$\angle BAC$

$\therefore BD=CD$

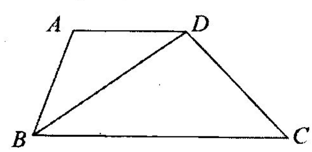
$\because DE\perp AB$，$DF\perp AC$

$\therefore \angle DEB=\angle DFC=90°$

$\therefore \triangle DBE\cong\triangle DCF$

$\therefore EB=FC$.

例 3　（2009·上海）已知：如图，$AD/\!/BC$，BD 平分$\angle ABC$. 求证：$AB=AD$.



解析：本题并不复杂，运用平行线的性质和角平分线的性质就可以解决. 但是同学们应该通过这道题认识到：平行、角平分线、等腰三角形，这三

个条件中已知其中任意两个往往能推出第三个. 本题中已知 $AD // BC$，BD 平分 $\angle ABC$ 可推出 $AB = AD$；反之，如果已知 $AB = AD$，$AD // BC$ 也可推出 BD 平分 $\angle ABC$；已知 $AB = AD$，BD 平分 $\angle ABC$ 可以推出 $AD // BC$. 请同学们自己证明.

证明：$\because BD$ 平分 $\angle ABC$

$\therefore \angle ABD = \angle DBC$

又$\because AD // BC$

$\therefore \angle DBC = \angle ADB$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB$

$\therefore AB = AD$.

例 4 （2009·杭州）如图所示，$DE \perp AB$，$DF \perp AC$，垂足分别为 E、F，请你分别从下面三个条件中，再选出两个作为已知条件，另一个为结论，推出一个正确的命题（只需写出一种情况）

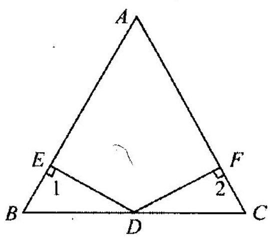
①$AB = AC$ ②$BD = CD$ ③$DE = DF$

已知 $DE \perp AB$，$DF \perp AC$，垂足分别为 E、F.

______ = ______，______ = ______，

求证：______ = ______.

解析：已知条件中只给了两个垂直，备选条件中给出了等腰三角形，线段中点，所以应考虑可选择 $AB = AC$，$BD = CD$ 作为补充条件，然后利用三线合一得到 AD 是顶角平分线，再根据角平分线的性质可得 $DE = DF$，或选择 $AB = AC$，$BD = CD$ 后推出 $\angle B = \angle C$ 再证明 $\triangle DEB \cong \triangle DFC$，从而 $DE = DF$ 也可.



补充条件：①$AB = AC$ ②$BD = CD$

求证：③$DE = DF$

证明：$\because AB = AC$

$\therefore \angle B = \angle C$

在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，$BD = CD$

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$（三线合一）

$\because DE \perp AB$ 于 E，$DF \perp AC$ 于 F

$\therefore DE = DF$（角平分线的性质定理）

答案：见解析.

思维误区警示

知识点 1：等腰三角形性质的应用.

错点警示：如果一个三角形有两个底角相等，那么它的两腰相等.

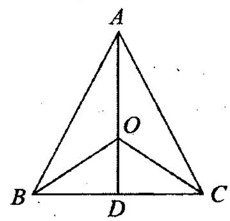
应对策略：这个命题是错误的. 因为在没有判定出它是等腰三角形以前，不能用“底角”、“腰”等名词，只有等腰三角形才有“底角”、“腰”.

正确表达：如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等.

知识点 2：等腰三角形性质定理应用的条件.

错点警示：已知：在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，O 是 $\triangle ABC$ 内一点，且 $OB = OC$，

求证：$AO \perp BC$.



证明：延长 AO，交 BC 于 D

$\because OB = OC$

$\therefore OD$ 平分 $\angle BAC$

$\because AB = AC$

$\therefore AD \perp BC$

应对策略：有些同学仅仅根据图形便判断 OD 是角平分线. 这类错误的原因是不认真审题，仅凭经验主观的判定. 所以我们一定要认真审题，根据已知及图形分析出证题思路. 做题一定要有理有据，切忌主观臆断.

正确表达： 证明：延长 AO 交 BC 于 D

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ OB = OC \\ AO = AO \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ACO$

$\therefore \angle BAO = \angle CAO$

即 $\angle BAD = \angle CAD$

$\therefore AD \perp BC$（等腰三角形顶角平分线与底边上的高互相重合）

即 $AO \perp BC$.

知识点3：三角形内角和定理的应用.

错点警示：（1）等腰三角形一个角为50°，求其他两个角.（50°，80°）

应对策略：因为没有指明50°的角是底角，还是顶角，所以必须分情况讨论：

①50°的角为底角时，其他两角为50°，80°；

②50°的角为顶角时，其他两角为65°，65°.

正确表达：50°，80°或65°，65°

错点警示：（2）一个等腰三角形的一条边长为6 cm，另一条边长为10 cm，则这个三角形的周长为________.（26 cm）

应对策略：题目中没有指明长为6 cm的边是底还是腰，所以可能有两种情况：

①长为6 cm的边为底时，

周长为$6+2\times10=26$（cm）；

②长为6 cm的边为腰时，

$\because 6+6=12>10$，

$\therefore$ 此时能构成等腰三角形

$\therefore$ 周长为$6+6+10=22$（cm）.

正确表达：26 cm或22 cm

错点警示：（3）一个等腰三角形的一条边长为6 cm，另一条边长为3 cm，则这个三角形的周长为________.

（15 cm或12 cm）

应对策略：

$\because$ 没有指明长为6 cm的边是底还是腰，

$\therefore$ 要分两种情况讨论.

①长为6 cm的边为腰时，$6+6>3$此时成立.

$\therefore$ 周长为$6\times2+3=15$（cm）

②长为6 cm的边为底时，$3\times2=6$此时不成立

正确表达：15 cm

注意：①在求等腰三角形周长时，除了要分情况讨论，还要注意："底的一半<腰长<周长一半"这个条件.

②许多无附图的等腰三角形问题，答案往往不惟一，解题时要考虑周密，对各种符合条件的图形都要加以讨论.

课后练习详解

想一想

第4页

线段AD平分$\angle BAC$，垂直平分BC.

随堂练习

第4页

1. 提示：利用"等边对等角"定理及三角形内角和定理.

2. （1）提示：证明$\triangle ABC\cong\triangle ADC$；

（2）$\angle BAD=90°$.

习题1.1

1. 已知、已知、公共边、SSS、全等三角形的对应角相等.

2. 提示：证明$BC=EF$，得$\triangle ABC\cong\triangle DEF$（SSS），从而有$\angle A=\angle D$（全等三角形对应角相等）.

想一想

第7页

这个结论成立，利用反证法证明.

习题1.2

1. 提示：由$\angle 1=\angle B$，$\angle 2=\angle C$，得$\angle B=\angle C$.

2. 提示：连接AC，由$\triangle ABC\cong\triangle ADC$，得$\angle B=\angle D$，然后证明$\triangle BCE\cong\triangle DCF$.

3. 提示：先求出$AB=18\times10=180$（海里），然后证明$AB=BC$，从而得$BC=180$（海里）.

4. 提示：利用反证法. 假设三个内角没有一个小于或等于60°，则可推出三个内角之和大于180°，这与三角形内角和定理相矛盾.

随堂练习

第12页

1. 提示：利用"等角对等边"定理.

习题1.3

1. 提示：由$DE\parallel BC$，

得$\angle ADE=\angle B=60°$，$\angle AEC=\angle C=60°$

所以$\angle A=\angle ADE=\angle AEC=60°$

则$\triangle ADE$是等边三角形.

2. $BC=3.7$ m，$DE=1.85$ m.

3. 提示：利用平行关系寻找角之间的关系.

$\triangle DEF$是等边三角形；

$\triangle ABE$，$\triangle ACF$，$\triangle BCD$也都是等边三角形.

试一试

第14页

1. 是真命题. 辅助线的作法与图1-7（2）类似.

2. $\angle ADG=15°$.

提示：利用第一题的结论证明$\angle DAF=30°$.

应试能力检测

（一）达标训练

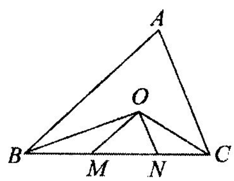
一、填空题

1. 等腰三角形三个内角与顶角的外角的和是280°，则顶角的度数是________.

2. 一个等腰三角形的两条边长分别为3 cm和7 cm，则周长为________ cm；

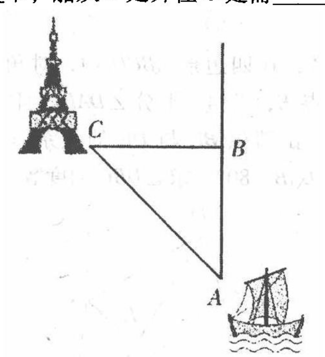
若这个等腰三角形的两条边长分别为3 cm和5 cm，则周长为________ cm.

3. 如下图，已知$\triangle ABC$中，BO和OC是$\triangle ABC$的角平分线，且$OM// AB$，$ON// AC$，$BC=8$ cm，则$\triangle OMN$的周长为________ cm.

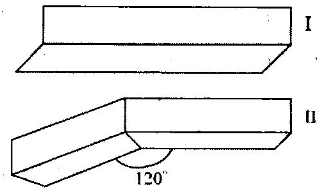


4. 等腰三角形的底角为15°，腰长为$2a$，则腰上的高为________.

5. 如图，一艘船从A处出发，以每小时20米的速度向正北方向航行，有一灯塔C在A的西北方向，这艘船经过5小时到达B处，此时灯塔C正好在B的正西方向，则B到C的距离是________米；船从A处开往C处需________小时.

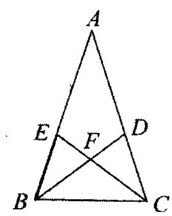


6. 如下图，要把角钢Ⅰ弯成120°的角钢Ⅱ，则在角钢Ⅰ截去的缺口是________°.



二、选择题

1. （2009·济南）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，BD、CE分别为$\angle ABC$和$\angle ACB$的平分线，且相交于点F，则图中的等腰三角形有（　　）.



A. 6个　B. 7个　C. 8个　D. 9个

2. 等腰三角形一腰上的高是腰长的一半，则这个三角形的顶角为（　　）.

A. 30°　B. 150°　C. 30°或150°　D. 90°

3. 具有下列条件的两个等腰三角形，不能判断它们全等的是（　　）.

A. 顶角、一腰对应相等

B. 两腰对应相等

C. 底边、一腰对应相等

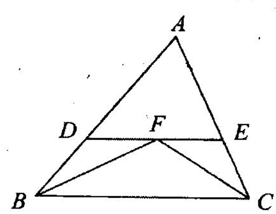
D. 一底角、底边对应相等

4. $\triangle ABC$三边分别为a，b，c，且$a^2-bc=a(b-c)$则这个三角形一定是（　　）.

A. 直角三角形　B. 等腰三角形

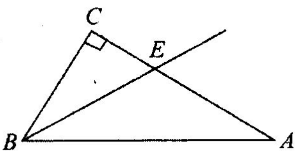
C. 等边三角形　D. 三边都不相等的三角形

5. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC$、$\angle ACB$的平分线相交于F，过点F作$DE// BC$，交AB于D，交AC于E，那么下列结论：①$\triangle BDF$，$\triangle CEF$都是等腰三角形；②$DE=BD+CE$；③$\triangle ADE$的周长为$AB+AC$的长；④$BF=CF$. 其中正确的是（　　）.



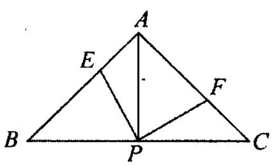
A. ③④　B. ①②④　C. ①②③　D. ②③④

6. （2009·深圳）如图，把直角三角形纸片沿过顶点 B 的直线 BE（BE 交 AC 于 E）折叠，直角顶点 C 落在斜边 AB 上，如果折叠后得到等腰 $\triangle EBA$，那么下列结论：① $\angle A=30°$；②点 C 与 AB 中点重合；③点 E 到 AB 边的距离等于 CE 的长；④ $AB=4CE$. 其中正确的个数是（　　）.



A. 0个　B. 1个　C. 2个　D. 3个

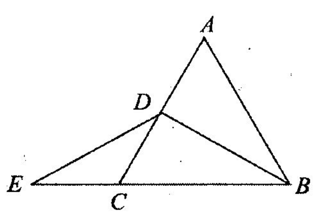
7. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle BAC=90°$ 直角 EPF 的顶点 P 是 BC 的中点，两边 PE、PF 分别交 AB、AC 于点 E、F，给出以下四个结论：① $AE=AF$；② $\triangle EPF$ 是等腰直角三角形；③ $S_{四边形AEPF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$；④ $EF=AP$，当 $\angle EPF$ 在 $\triangle ABC$ 内绕顶点 P 旋转时，以上结论中，始终正确的有（　　）.



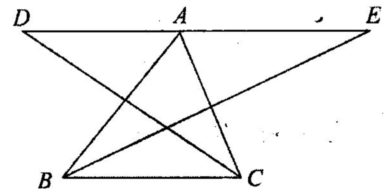
A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 4个

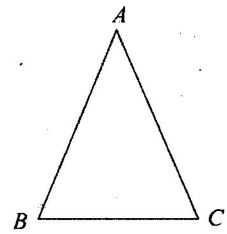
三、解答题

1. （2009·无锡）$\triangle ABC$ 是等边三角形，BD 是 AC 边上的高，延长 BC 到 E，使 $CE=CD$，图中除已知外还有哪些相等的线段？请选出两组给予证明.



2. 过 $\triangle ABC$ 的顶点 A 作 $DE/\!/BC$，$\angle C$ 的平分线交 DE 于 D，$\angle B$ 的平分线交 DE 于 E，猜想 $AB+AC$ 等于哪条线段？并证明结论.





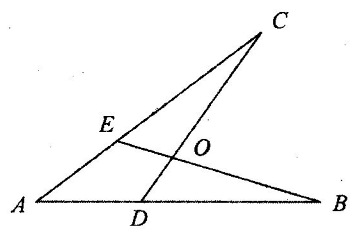
3. 如图，已知 $\triangle ABC$，其中 $AB=AC$，

①作 AB 的垂直平分线 DE，交 AB 于点 D，交 AC 于点 E，连接 BE（尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）.

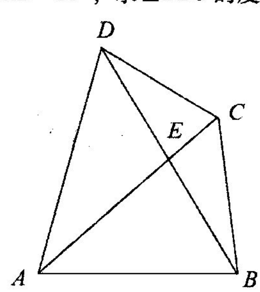
②在①的基础上，若 $AB=8$，$\triangle BCE$ 的周长为14，求 BC 的长.

4. 如图，下面四个条件中，请你以其中两个为已知条件，第三个为结论，推出一个正确的命题（只需写出一种情况）.

① $AE=AD$；② $AB=AC$；③ $OB=OC$；④ $\angle B=\angle C$.



5. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 E，若 AC 平分 $\angle DAB$，且 $AB=AE$，$AC=AD$. ①试猜想 BC 与 DE 的关系，并给予证明；②若 $\angle DAB=80°$，求 $\angle DBC$ 的度数.

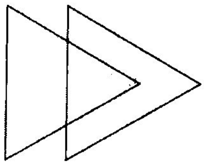


（二）创新训练

1. 用六根火柴棒在平面内可以摆出3个等边三角形.

①请你画出一个用六根火柴棒在平面内摆出6个等边三角形的图形.

②你能用六根火柴棒在平面内摆出8个等边三角形吗？如果能，请画出图形.

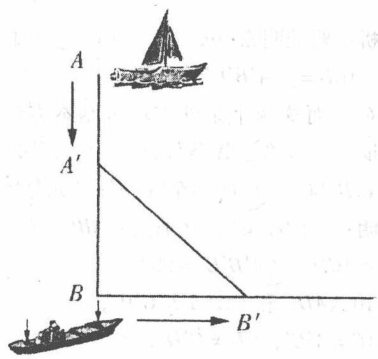


2. 张老师让小明同学做一张等腰三角形的纸片，要求把这张等腰三角形的纸片沿某条直线剪裁一次后能得到两个等腰三角形纸片. 请你帮小明同学想一想应该怎样做？把你的设计方案画出来，并标明这个等腰三角形各个内角的度数和裁剪方法（提示：一共有四个）.

3. 如图，A，B两港口相距240千米，某时刻来自A港口的船甲以每小时40千米的速度向位于正南方向的B港口行驶，同时船乙从B港口以每小时80千米的速度向正东方向行驶.

①经过多长时间，乙船位于甲船的东南方向？

②设t小时后甲运动到点A'，乙运动到点B'，请你用含t的代数式表示$\triangle A'BB'$的面积.



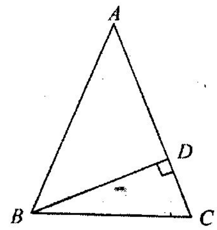
4. 探索创新：

①在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$BD\perp AC$交AC于D，$\angle A=40°$，求$\angle DBC$的大小.

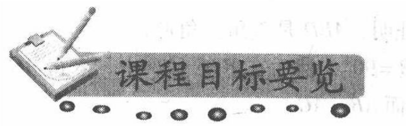
②如果将①中的$\angle A$的度数改为80°，其余条件不变，再求$\angle DBC$的大小.

③你感到存在什么规律？试证明（自己画图）.

④将①中的$\angle A$改为钝角，这个问题规律性的认识是否需要加以修改？



§1.2 直角三角形



知识目标：结合具体例子了解逆命题的概念，会识别两个互逆命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立.

能力目标：

1. 进一步掌握推理证明的方法，发展演绎推理能力.

2. 了解勾股定理及其逆定理的证明方法，能够证明直角三角形全等的"HL"判定定理.

情感目标：培养学生勇于探索的精神，发展演绎推理的能力.

核心考点1：勾股定理及其逆定理的证明.

名师点拨：经历了合情推理（拼图证明）后，对勾股定理及其逆定理的证明发展到了演绎推理，而三角形全等从中起到了非常重要的作用，关键在于三角形全等条件的构成，课本正文中没有给出证明过程，要求学生了解即可.

核心考点2：互逆命题及其互逆定理的理解.

名师点拨：将一个命题先写成如果……，那么……的形式，然后将如果与那么的内容对调，互逆命题出现，若原命题与逆命题都是真命题，便是互逆定理，而将文字语言转化为几何符号语言是把握好本知识点的关键.

核心考点3：直角三角形全等的判定定理"HL".

名师点拨：明确这一定理是直角三角形特有的，锐角三角形与钝角三角形全等不能用此定理. 锐角三角形与钝角三角形全等判定（SAS，ASA，AAS，SSS），直角三角形全等判定（SAS，ASA，AAS，SSS，HL）.

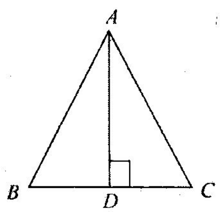
热点题型例释

例1 （2009·青岛）在△ABC 中，已知 $AB=13$ cm，$BC=10$ cm，BC 边上的中线 $AD=12$ cm

求证：$AB=AC$.

解析：证明△ABD 是直角三角形，

得∠$ADB=90°$，然后在 Rt△ACD 中，求得 $AC=13$ cm，进而 $AB=AC$



证明：在△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，

$\therefore BD=CD=5$ cm.

在△ABC 中，

$\because AD^2+BD^2=12^2+5^2=AB^2=13^2$，

$\therefore$ △ABD 是直角三角形，$\angle ADB=90°$

$\therefore \angle ADC=90°$，

在 Rt△ACD 中，$AD^2+CD^2=AC^2$，

$AC^2=5^2+12^2=13^2$，

$\therefore AC=13$ cm，$\therefore AB=AC$.

例2 （2009·南京）已知，△ABC 中，三边长分别为 a，b，c，$a=n^2-1$，$b=2n$，$c=n^2+1$（$n>1$），

求证：△ABC 为直角三角形.

解析：此题在于选好哪一个边长最长，通过比较，可知 c 最大，不妨利用 a^2+b^2 与 c^2 的关系来解决此题.

证明：$\because a^2+b^2=(n^2-1)^2+(2n)^2$

$=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1^2$

$=(n^2+1)^2=c^2$

$\therefore \angle C=90°$，$\therefore$ △ABD 为直角三角形.

变式练习：对于上题的 a，b，c 若 n 取大于 1 的值，便可以得到好多常用的勾股数，如：$n=2$ 时，$a=3$，$b=4$，$c=5$；$n=3$ 时，$a=8$，$b=6$，$c=10$；$n=4$ 时，$a=15$，$b=8$，$c=17$，这样勾股数就非常容易找到了.

例3 已知：△ABC 的三边分别为 a，b，c

（1）$a=3$，$b=4$，$c=5$ （2）$a=5$，$b=12$，$c=13$ （3）$a=7$，$b=24$，$c=25$，△ABC 是直角三角形吗？若是，请找一个规律，若不是，说明理由.

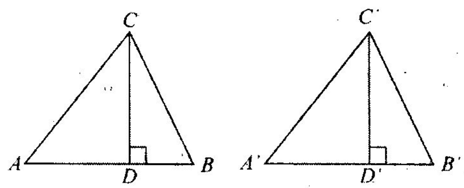
解析：此题力在检验勾股定理的逆定理.（1）、（2）、（3）全部是直角三角形，b 与 c 相差 1，而 b 与 c 之和恰是 a 的平方，这样问题就简单多了.

证明：（1）$\because a^2+b^2=c^2$，

$\therefore$ △ABC 是直角三角形，（2）、（3）同理规律：b 与 c 相差 1，b 与 c 之和恰是 a 的平方（充分利用平方差公式与勾股定理）.

例4 （2009·成都）如图，在△ABC 与 $A'B'C'$ 中，CD，$C'D'$ 分别是高，并且 $AC=A'C'$，$CD=C'D'$，$\angle ACB=A'B'C'$，

求证：△ABC≌△$A'B'C'$.



解析：要证明△ABC≌△$A'B'C'$，条件有 $AC=A'C'$，$\angle ACB=\angle A'B'C'$，需要 $\angle A=\angle A'$，或者是 $BC=B'C'$，而这两个条件均通过基本方法（三角形全等证得）综合已知条件，$\angle A=\angle A'$ 更为简便，因为△ACD 与△$A'C'D'$ 的全等条件已充分体现了.

证明：$\because CD$，$C'D'$ 分别是△ABC，△$A'B'C'$ 的高，$\therefore \angle ACD=\angle A'B'C'=90°$.

在 Rt△ADC 和 Rt△$A'B'C'$ 中，

$\because AC=A'C'$，$CD=C'D'$，

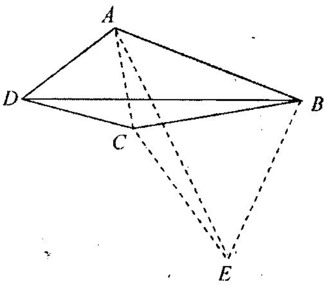
$\therefore$ Rt△ADC≌Rt△$A'D'C'$（HL）

$\therefore \angle A=\angle A'$，在△$ABC$ 和△$A'B'C'$ 中 $\angle A=\angle A'$，$AC=A'C'$，$\angle ACB=\angle A'B'C'$

$\therefore$ △ABC≌△$A'B'C'$（ASA）.

例5 （2009·安徽）如图所示，在凸四边形 ABCD 中，∠ABC = 30°，∠ADC = 60°，AD = DC

求证：$BD^2=AB^2+BC^2$.



解析：在证明线段的平方和、差的问题时，常可用勾股定理来证，若图中缺少直角条件，可通过做垂线的方法构造直角三角形，此题由于要证的结论与勾股定理的结论的形式完全相同，因此，考虑将肋、AB、BC 三条线段转化为一个直角三角形的三条边.

证明：如图，连结 AC

$\because \angle ADC=60°$，$AD=DC$，

$\therefore \triangle ACD$ 为等边三角形.

$\therefore CD=CA$，$\angle ACD=60°$

过 B 作 AB 的垂线，并截取 $BE=BC$，连线 AE、CE.

$\therefore \angle EBA=90°$，$\angle ABC=30°$，

$\therefore \angle CBE=60°$.

又$\because \angle ACD=60° \angle DCB=\angle ACE$.

在$\triangle DCB$ 和$\triangle ACE$ 中，

$\because DC=AC$，$\angle DCB=\angle ACE$，$CB=CE$，

$\therefore \triangle DCB \cong \triangle ACE$.

$\therefore BD=AE$.

在 $Rt\triangle ABE$ 中，由勾股定理得

$AE^2=AB^2+BE^2$.

又$\because AE=BD$，$BE=BC$，

$\therefore BD^2=AB^2+BC^2$

答案：见解析.

思维误区警示

知识点 1：勾股定理的简单应用

错点警示：在 Rt$\triangle ABC$ 中，$a=3$，$b=4$，则 c 为多少？（c 为 5）

应对策略：解决此题的关键，明确哪一条线段是直角三角形的斜边，$\because b>a$，$\therefore b$ 可能是斜边，还可能是直角边，$\therefore$ 此题答案不惟一.

正确表达：在 Rt$\triangle ABC$ 中，$a=3$，$b=4$.

（1）若 b 为直角边，则 $c=\sqrt{a^2+b^2}=5$

（2）若 b 为斜边，则 $c=\sqrt{b^2-a^2}=\sqrt{7}$，

$\therefore c=5$ 或 $c=\sqrt{7}$.

知识点 2：互逆定理的理解.

错点警示：相等的角是对顶角与对顶角是相等的角是互逆定理.

应对策略：明确互逆定理的定义，原命题、逆命题必须同为真命题，而相等的角是对顶角这句话是假命题（例如两个角都是直角，但它们可以不是对顶角）.

正确表达：相等的角是对顶角与对顶角是相等的角是互逆命题，对顶角相等是真命题，而相等的角是对顶角是假命题.

知识点 3：利用“HL”证三角形全等的应用范围.

错点警示：在$\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D 为 BC 上不同于 B、C 的两点，则始终有 $BD=CD$，理由是$\triangle ABD \cong \triangle ACD$（HL）.

应对策略：只有当 D 为 BC 的中点时，$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 才是直角三角形，此时可以利用Rt$\triangle ABD \cong$Rt$\triangle ACD$（HL），除此之外，$\triangle ABD$ 与$\triangle ACD$ 分别是锐角三角形和钝角三角形，不能用此定理.

正确表达：只有当 D 为 BC 的中点时，利用等腰三角形的三线合一性得

$\angle ADB=\angle ADC=90°$，

$\therefore$ Rt$\triangle ADB \cong$ Rt$\triangle ADC$（HL），

$\therefore BD=CD$.

课后练习详解

随堂练习

第 17 页

1.（1）多边形是四边形；真；假.

（2）同旁内角互补，两直线平行；真；真.

（3）如果 $a=0$，$b=0$，那么 $ab=0$；假；真.

习题 1.4

1. 证明：在$\triangle ABD$ 中，

$AB=13$ cm，$AD=12$ cm

$\because AD^2+BD^2=AB^2$，

$\therefore \triangle ABD$ 是直角三角形.

$\angle ADB=90°$，