新中學文庫

材料強度學

下冊

陸志鴻著

商印務書館發行

工學小叢書

材料強度學

下册

陸志鴻著

商務印書館發行

中華民國二十三年一月初版
中華民國三十六年一月一〇版

(64013)

工學小叢書 材料强度學 二冊

每部定價國幣捌元伍角
印刷地點外另加運費

著作者 陸志鴻

發行人 朱經農

上海河南中路

印刷所 商務印書館印刷廠

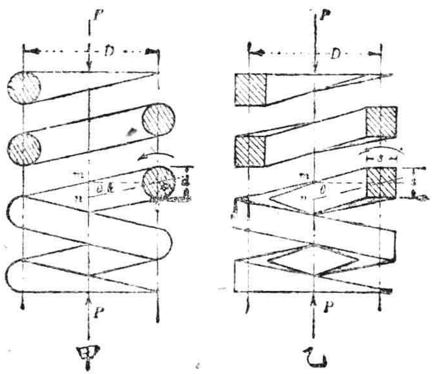
發行所 商務印書館
各地

春

第七章

螺旋彈條

52. 螺旋彈條. 彈條有種種形式,其一種之疊板彈條已述於第四章. 此式中板受彎曲作用. 但本章之彈條,用圓棒,方棒等捲成螺旋形,稱爲螺旋彈條 (helical spring). 此棒受扭轉作用者也. 第95圖示螺旋彈條之一部分,甲爲圓形斷面,乙爲正方形斷面.



第 95 圖

此彈條上加外力P,而拉伸或壓縮時,生伸長或縮短. 今設彈條鋼棒之任意斷面,由外力而受扭轉能率. 其值T爲外力與彈條平均半徑之乘積. 即

$$T=P\cdot\frac{D}{2}$$

圖示Om線扭轉後至On位置,角mOn即扭角. 設爲θ,則某斷面扭轉θ角時,m移至n,因之彈條有mn之伸長或短縮. 但θ甚小,故mn可視爲圓弧長,

$$mn=Om\times\theta=\frac{D}{2}\theta$$

此即每捲沿彈條中心軸線上長度之變化. 由扭角與扭轉能率之關係公式,則圓形斷面棒時,

$$\theta=\frac{32Tl}{\pi d^4N}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(92)$$

正方形斷面時,

$$\theta=\frac{7.2Tl}{s^4N}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(92a)$$

設mn以δ_0表之,則

圓形斷面，$\delta_0=\frac{D}{2}\theta=\frac{32}{\pi}\cdot\frac{D}{2}\cdot\frac{Tl}{Nd^4}$

正方形斷面，$\delta_0=\frac{D}{2}\theta=7.2\cdot\frac{D}{2}\cdot\frac{Tl}{Ns^4}$

但 $T=\frac{P.D}{2}$，l 為每捲之長，故為 πD. 因之

圓形斷面，$\delta_0=\frac{32}{\pi}\cdot\frac{D}{2}\cdot\frac{PD}{2Nd^4}\cdot\pi D=\frac{8PD^3}{Nd^4}$

正方形斷面，$\delta_0=\frac{7.2D}{2}\cdot\frac{PD}{2Ns^4}\cdot\pi D=\frac{5.6PD^3}{Ns^4}$

δ_0 為每捲彈條之歪，設捲數 n 之彈條全體歪為 δ，則

$$\delta=n\delta_0$$

故 圓形斷面，$\delta=\frac{8nPD^3}{Nd^4}$ ……………………(93)

正方形斷面，$\delta=\frac{5.6nPD^3}{Ns^4}$ ……………………(93a)

求最大值內力之公式與軸同樣. 即

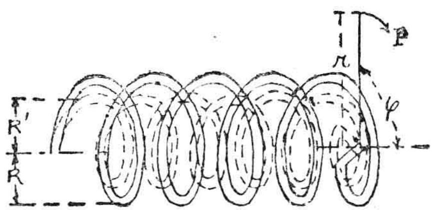
圓形斷面，$T=P.\frac{D}{2}=\frac{\pi}{16}d^3p_s$

或 $P=\frac{\pi d^3p_s}{8D}$，$p_s=\frac{8PD}{\pi d^3}$ ……………………(94)

正方形斷面, $T=P\cdot\frac{D}{2}=0.208s^3p_s$

或 $$P=\frac{0.416s^3p_s}{D},\quad p_s=\frac{2.4PD}{s^3}\cdots\cdots\cdots\cdots(94a)$$

以上爲彈條軸線方向上加拉力或壓力時之公式. 若固定彈條一端,他端加偶力扭轉時,則彈條上棒之各斷面,有彎曲能率之作用,其方向因偶力方向而定. 例如第96圖上所示之偶力方向時,則將彈條各捲輪彎成小直徑,而增



第 96 圖

其捲數. 今彎曲能率(卽偶力能率)設爲M,各捲輪平均半徑設自R減爲R',捲數自n增爲n'. 全長l不變,故

$$l=2\pi nR=2\pi n'R'$$

彎曲能率與曲率變化爲比例(第四章參照),故

$$M=EI\left(\frac{1}{R'}-\frac{1}{R}\right)=\frac{2\pi EI(n'-n)}{l}.$$

或
$$n'-n=\frac{Ml}{2\pi EI}.$$

設全體扭角爲φ,則

$$\varphi=2\pi(n'-n)=\frac{Ml}{EI}\ \text{(radian)}$$

因
$$l=n\pi D,$$

$$\therefore\quad \varphi=\frac{n\pi DM}{EI}\ \text{(radian)}$$

圓形斷面時,　$I=\frac{\pi}{64}d^4,$

$$\therefore\quad \varphi=\frac{64nDM}{Ed^4}\quad\cdots\cdots(95)$$

正方形斷面時,　$I=\frac{s^4}{12},$

$$\therefore\quad \varphi=\frac{12\pi nDM}{Es^4}\quad\cdots\cdots(95a)$$

內力計算可由彎曲能率與斷面係數求之.

例1. 直徑$\frac{3}{8}$吋圓鋼棒,捲成平均直徑5吋之螺旋彈條,以40磅之力拉時,使伸長略為3吋.求捲數幾何.但鋼之橫彈性係數為12,000,000磅/平方吋.

由圓棒時公式

$$\delta=\frac{8nPD^3}{Nd^4},\quad 或\quad n=\frac{\delta Nd^4}{8PD^3}$$

$$\therefore\quad n=\frac{3\times 12{,}000{,}000\times(\frac{3}{8})^4}{8\times 40\times 5^3}=17.8\ 約\ 18\ 捲.$$

例2. 前題彈條上鋼棒之最大值內力幾何?

由公式,圓棒時

$$p_s=\frac{8PD}{\pi d^3}=\frac{8\times 40\times 5}{3.14\times(\frac{3}{8})^3}=9{,}660\ 磅/平方吋$$

例3. 每邊長$\frac{1}{4}$吋之正方形斷面棒,造成螺旋彈條,加200磅荷重時,使最大值內力不超過60,000磅/平方吋.求捲輪之平均直徑.

對於正方形斷面,由公式

$$p_s=\frac{2.4PD}{s^3}\quad 或\quad D=\frac{p_s s^3}{2.4P}$$

故　$D=\frac{60,000\times(\frac{1}{4})^3}{2.4\times200}=1.95$ 吋 約 $1\frac{15}{16}$ 吋

例 4. 前題彈條捲數若爲 12 時, 生最大值內力之際, 須有若干縮短? 但 $N=12,000,000$ 磅/平方吋.

由公式

$$\delta=\frac{5.6nPD^3}{Ns^4}=\frac{5.6\times12\times200\times1.95^3}{12,000,000\times(\frac{1}{4})^4}$$

$$=2.125\text{ 吋}=2\frac{1}{8}\text{ 吋}$$

問　題

1. 直徑 $\frac{1}{4}$ 吋之圓形斷面鋼棒, 作成平均直徑 4 吋之螺旋彈條, 捲數爲 10. 加以 20 磅之力而拉伸時, 伸長幾吋? 但 $N=12,000,000$ 磅/平方吋.

2. $\frac{1}{2}$ 吋直徑之圓形斷面鋼棒, 作成平均直徑 10 吋, 捲數 10 捲之螺旋彈條, 加以 40 磅荷重時, 求壓縮及最大值內力. 但 $N=12,000,000$ 磅/平方吋.

3. 今不壓縮前記彈條而以 125 磅吋能率之

偶力扭轉時,求最大彎曲內力及自由端之扭角.但 $E=30,000,000$ 磅/平方吋.

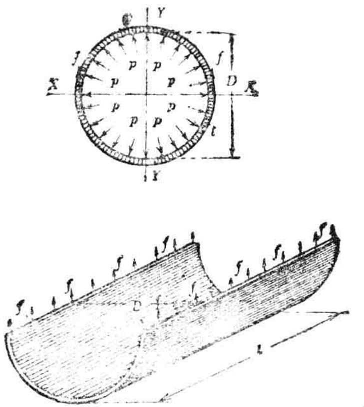
4. 可容最大內力爲50,000磅/平方吋,每邊長 $\frac{1}{2}$ 吋之正方形斷面鋼棒,作成平均直徑 2 吋,捲數 10 之螺旋彈條.求其可支持最大荷重與其縮短之值.但 $N=12,000,000$ 磅/平方吋.

第八章

圓筒及管

83. 壁之厚與內力之分布. 汽鍋之胴(drum), 蒸汽機關之汽筒,蒸汽管等或水壓機械之圓筒, 送水管及其他藏容有壓力之液體或氣體之圓筒中壓力平均分布於各部分,與壁面成直角.其結果生擴大圓筒之作用,而圓筒材料內部,沿其周圍生拉內力. 此曰周圍張力(hoop tension or circumferential tension). 此周圍張力之強,自圓筒內面至外面,各半徑之圓周上,其值各異. 內面最大而漸次減小,至外面爲最小. 任意半徑之周圍上,周圍張力之強之計算法較複雜. 然圓筒壁厚對於內徑爲小時,則周圍張力之差異甚小,而可視爲均一強度. 因之薄圓筒之強度計算法較簡單.

54. 薄圓筒受內壓時之強度. 薄圓筒上,壁中周圍張力可視爲均一. 今圓筒長度相當大時,縱方向內力可視爲均一. 取圓筒一部分長 l 部考察之. 第97圖上以含中心線之平面 XX,



第 97 圖

分圓筒爲上下二部. 上半面作用壓力之全量與下半面作用壓力之全量相等,而方向相反. 以保持平衡. 但若僅取下半面論之,則與下半面作用壓力總量相平衡之力,爲斷面 XX 上向上作用之周圍張力 f 之全量也.

壓力均垂直於壁面．下半面上作用之向下力全量，爲各壓力之向下分力而求其和者也．設壓力強爲 p 磅/平方吋，圓筒內徑爲 D 吋，則向下力全量爲 pDl 磅．今設圓筒長 l 吋，管壁厚 t 吋，則周圍張力作用之面積爲 $2tl$ 平方吋．故張力全量爲 $f.2tl$ 磅．此二力相平衡時，

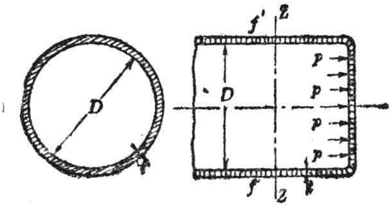
$$pDl=2ftl,\ 或\ pD=2ft.$$

卽

$$\left.\begin{aligned} t&=\frac{pD}{2f} \\ f&=\frac{pD}{2t} \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(96)$$

以上所論者，圓筒對於含中心軸線平面，沿縱方向而破壞之作用也．其他若圓筒兩端閉塞時，則同一之內壓力沿軸線方向作用於兩端面，而與之抵抗之拉內力生於筒壁橫斷面上．前述之周圍張力垂直於縱斷面，而此處所述之拉內力垂直於橫斷面．

第 98 圖爲有端面圓筒之一部分縱斷面．作用於端面上壓力全量與筒壁橫斷面圓環上作



第 98 圖

用之內力全量相平衡．今設 p 磅/平方吋爲內壓力之強，D 吋爲圓筒內徑，t 吋爲筒壁之厚，f' 磅/平方吋爲筒壁材料中拉內力．則端面上內壓力全量爲 $\frac{\pi}{4}D^2p$ 磅，而管壁橫斷面上拉內力全量略爲 $\pi Dtf'$ (精確言之，爲 $\pi(D+t)tf'$)，故平衡條件爲

$$\frac{\pi}{4}D^2p=\pi Dtf'$$

或 $$pD=4tf'$$

故 $$\left.\begin{aligned} t&=\frac{pD}{4f'} \\ f'&=\frac{pD}{4t} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(97)$$

與上之縱斷面上內力之公式比較之，則 p, D,

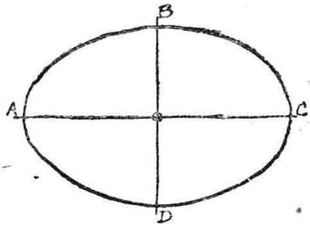
t 爲同一,故

$$f=\frac{pD}{2t}=2f'$$

卽均一內壓力作用之圓筒壁,其縱斷面上拉內力爲橫斷面上拉內力之二倍. 卽圓筒之橫斷面有縱斷面上二倍之強度. 故受內壓力之圓筒若破壞時,必沿縱斷面而破裂. 計算圓筒強度,亦須以縱斷面上內力爲主眼也.

橢圓形斷面之薄圓筒(如第99圖),則周邊上周圍內力各處不同. 且受內壓力時,橢圓形欲變爲圓形. 最小曲率之 B, D 及最大曲率之 A, C 有反方向之彎曲能率之作用. 周圍張力之求法與上相同,卽 A, C 處爲 $\frac{p\times AC}{2t}$, 而 B, D 處爲 $\frac{p\times BD}{2t}$. 其縱斷面上拉內力,則

$$f'=\frac{p\times(\text{管端內面積})}{t\times(\text{管周})}$$



第 99 圖

例 1. 送 1,350 磅/平方吋之壓力水,用內徑 $\frac{3}{4}$ 吋銅管. 問厚度如何? 但可容內力為 950 磅/平方吋.

由公式 $t=\dfrac{pD}{2f}=\dfrac{1,350\times\frac{3}{4}}{2\times950}=0.533$ 吋約 $\dfrac{17}{32}$ 吋.

例 2. 設接縫強度為 $\frac{1}{2}$,以可容內力 10,000 磅/平方吋之鋼板造成內徑 8 呎 4 吋,板厚 $1\frac{1}{4}$ 吋之汽鍋胴. 問可耐蒸汽壓力若干?

內徑改為吋,則 $D=8$ 呎 4 吋 $=100$ 吋.

$$f=10,000\times\frac{1}{2}=5,000 \text{ 磅/平方吋}$$