



普通高等教育“十一五”国家级规划教材



电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程

数字信号处理

原理与实现(第2版)

刘 泉 阙大顺 郭志强 编著



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY <http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十一五”国家级规划教材
电子信息与电气学科规划教材·电子电气基础课程

数字信号处理原理与实现

(第2版)

刘 泉 阙大顺 郭志强 编著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,同时也是“数字信号处理课程”国家精品课程教材。本书系统地介绍了数字信号处理的基本理论、基本分析方法和基本实现技术。全书共分为9章。第1章为绪论;第2章和第3章讲述了离散时间信号与系统的基本理论,即离散时间信号与系统的时域、频域及 Z 域分析;第4章和第5章重点阐述了离散傅里叶变换(DFT)及其快速算法(FFT);第6章至第8章深入讨论了IIR和FIR数字滤波器的结构、设计理论和实现方法;第9章讨论了多采样率数字信号处理的基本理论和实现。全书强调基本概念、基本理论和基本方法,并注重将计算机仿真工具MATLAB与教材内容紧密结合。各章中安排了丰富的例题、习题和上机练习。全书条理清楚,内容完整,重点突出。

本书可作为高等学校电子信息工程、通信工程、电子科学与技术、计算机、自动化、测控技术与仪器、生物医学工程和电子信息科学与技术等专业的“数字信号处理”课程教材,也可供研究生及有关科技工作者参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理原理与实现 / 刘泉, 阙大顺, 郭志强编著. —2版. —北京: 电子工业出版社, 2009.6
电子信息与电气学科规划教材. 电子电气基础课程
ISBN 978-7-121-09021-9

I. 数… II. ①刘… ②阙… ③郭… III. 数字信号—信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第093835号

责任编辑: 谭海平

特约编辑: 李玉龙

印 刷: 北京市海淀区四季青印刷厂

装 订: 涿州市桃园装订有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本: 787×1092 1/16 印张: 15.5 字数: 446千字

印 次: 2009年6月第1次印刷

印 数: 4000册 定价: 26.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线: (010) 88258888。

前 言

随着信息科学和计算机技术的日新月异,数字信号处理的理论和应用得到了飞跃式发展。信息科学和技术研究的核心内容主要是信息的获取、传输、处理、识别和综合利用等。因此,作为研究数字信号与系统基本理论和方法的数字信号处理教材,也应跟踪信息技术的发展趋势,不断地从教学内容和教学方法上进行改进。

本书第一版于 2005 年由电子工业出版社出版;第二版为普通高等教育“十一五”国家级规划教材,同时也是“数字信号处理课程”国家精品课程教材。为了适应数字信号处理新理论和新技术的发展,编者在研究国内外最新同类教材的基础上,结合第一版教材的使用情况,重新编写了本教材。新版本教材的主要特点如下。

(1)精练、整合内容,突出课程的离散傅里叶变换和数字滤波器设计的核心。主要压缩了第一版教材的第 2 章及第 3 章的离散时间信号与系统的基本理论内容,使之与先修的信号与系统课程更好地衔接。将原教材第 9 章的有限字长量化效应问题,移至第 6 章滤波器的网络结构中讨论;将 MATLAB 实现内容,分散到各个章节中阐述;将数字信号处理器的内容移出,使之与后续的 DSP 原理与实现课程衔接。将第 9 章改为新增的研究内容,即多采样率数字信号处理的基本理论和实现。

(2)注重数字信号处理理论和实践的紧密结合。每一章理论部分阐述完后,新增了综合举例,帮助学生加强对本章内容的理解,并开拓学生思维,提高综合运用能力。此外,每一章最后部分新增了该章节理论及其应用的 MATLAB 编程实践,以加深对原理、方法和应用的理解,同时也提高学生分析、解决问题的能力,促进学生的自主学习能力。

本书系统地介绍了数字信号处理的基本理论、基本分析方法和基本实现技术。全书共分 9 章。第 1 章为绪论。第 2 章介绍离散时间信号与系统的时域分析方法。第 3 章讨论离散时间信号与系统的频域分析及 Z 域分析方法。第 2 章和第 3 章是学习和应用数字信号处理的基础内容。第 4 章介绍离散傅里叶级数(DFS)和离散傅里叶变换(DFT)及其性质。第 5 章讨论快速离散傅里叶变换(FFT)的原理、算法、编程实现和相关应用。第 6 章介绍数字滤波器的基本网络结构及其实现中的有限字长量化效应。第 7 章讨论模拟滤波器和 IIR 数字滤波器的设计理论与设计方法。第 8 章讨论 FIR 数字滤波器的主要特点、设计理论和设计方法。第 9 章讨论多采样率数字信号处理的基本原理、采样率变换系统的结构及其实现。

本书第 1 章和第 2 章由刘泉编写,第 6 章至第 8 章由阙大顺编写,第 3 章至第 5 章及第 9 章由郭志强编写。全书由刘泉教授和阙大顺教授统稿。武汉理工大学杨杰教授审阅了全部书稿,并提出了许多宝贵意见;编者指导的硕士研究生陈强、贾应波等编写了部分计算机程序并绘制了书中的插图。

在本书的选材和编写过程中,参考了书后所列参考文献的某些内容、例题或习题,在此向这些文献的作者们表示衷心的感谢!

为了便于老师授课和学生学习，读者可登录数字信号处理“国家精品课程”网站 <http://202.114.88.54/new/dsp/index.asp>，也可登录电子工业出版社华信教育资源网 www.huaxin.edu.cn 参阅或下载相关教学资源。同时，为了便于广大师生更好地学习和掌握本课程的主要内容，本书出版了相应的课程学习指导和考研辅导参考书。

由于编者水平所限，书中难免存在一些不足和错误，殷切期望广大读者批评指正，同时也竭诚欢迎读者提出宝贵的建议和意见！

编 者
2009 年 5 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 数字信号处理的定义和特点	1
1.1.1 数字信号处理的定义	1
1.1.2 数字信号处理的特点	1
1.2 数字信号处理系统的基本组成与实现方法	2
1.2.1 数字信号处理系统的基本组成	2
1.2.2 数字信号处理的实现方法	2
1.3 数字信号处理的应用领域	3
第 2 章 时域离散时间信号与系统	4
2.1 连续时间信号的采样	4
2.1.1 信号的采样	4
2.1.2 采样定理	5
2.1.3 信号的恢复	7
2.2 离散时间信号序列	8
2.2.1 序列及其表示	8
2.2.2 常用的典型序列	8
2.2.3 序列的运算	11
2.2.4 用单位采样序列来表示任意序列	14
2.3 线性非移变系统	14
2.3.1 线性系统	14
2.3.2 非移变系统	15
2.3.3 单位采样响应与卷积和	15
2.3.4 线性非移变系统的性质	16
2.3.5 稳定系统	16
2.3.6 因果系统	17
2.4 线性常系数差分方程	18
2.4.1 线性常系数差分方程	18
2.4.2 线性常系数差分方程的求解	19
2.4.3 用差分方程表示滤波器系统	19
2.5 离散时间信号与系统时域分析综合举例与 MATLAB 实现	20
习题	26
第 3 章 离散时间信号与系统的频域分析	29
3.1 序列的傅里叶变换	29
3.1.1 序列傅里叶变换的定义	29

3.1.2	傅里叶变换的性质	30
3.2	序列的 Z 变换	34
3.2.1	Z 变换的定义及收敛域	34
3.2.2	几种序列的 Z 变换及其收敛域	35
3.3	Z 变换的基本性质和定理	37
3.3.1	线性	37
3.3.2	序列的移位	38
3.3.3	乘以指数序列 (Z 域尺度变换)	38
3.3.4	序列的线性加权	38
3.3.5	序列的共轭序列	39
3.3.6	序列的反褶	39
3.3.7	初值定理	39
3.3.8	终值定理	39
3.3.9	卷积定理	40
3.3.10	复卷积定理	40
3.3.11	帕塞瓦尔定理	41
3.4	逆 Z 变换	42
3.4.1	幂级数法 (长除法)	42
3.4.2	部分分式法	42
3.4.3	留数法	43
3.5	Z 变换、傅里叶变换、拉普拉斯变换的关系	44
3.5.1	Z 变换与序列傅里叶变换之间的关系	44
3.5.2	Z 变换与拉普拉斯变换之间的关系	45
3.5.3	序列 Z 变换与模拟信号傅里叶变换之间的关系	47
3.6	系统函数与频率响应	48
3.6.1	系统函数	48
3.6.2	利用系统函数的极点分布确定系统因果性与稳定性	49
3.6.3	频率响应的几何确定法	49
3.6.4	最小相位系统及全通系统	50
3.7	离散时间信号与系统频域分析综合举例与 MATLAB 实现	51
	习题	57
第 4 章	离散傅里叶变换 (DFT)	60
4.1	傅里叶变换的几种可能形式	60
4.1.1	连续非周期时间信号的傅里叶变换	60
4.1.2	连续周期时间信号的傅里叶变换	61
4.1.3	离散非周期时间信号的傅里叶变换	61
4.1.4	离散周期信号的傅里叶变换	62
4.2	离散傅里叶级数 (DFS)	62
4.2.1	离散傅里叶级数的导出	62
4.2.2	离散傅里叶级数的性质	64

4.3	离散傅里叶变换 (DFT)	67
4.3.1	离散傅里叶变换的导出	67
4.3.2	离散傅里叶变换的物理意义及隐含的周期性	68
4.4	离散傅里叶变换基本的性质	69
4.4.1	线性	69
4.4.2	复共轭序列 DFT	69
4.4.3	列的圆周移位定理	70
4.4.4	延长序列的离散傅里叶变换	71
4.4.5	DFT 的对称性	71
4.4.6	圆周卷积	73
4.4.7	帕塞瓦尔定理	76
4.4.8	圆周相关定理	76
4.5	频率采样定理	78
4.6	离散傅里叶变换综合举例与 MATLAB 实现	80
	习题	83
第 5 章	快速傅里叶变换	86
5.1	直接计算 DFT 的问题及改进的基本途径	86
5.1.1	直接计算 DFT 的运算量	86
5.1.2	改进措施	86
5.2	按时间抽选的基-2 FFT 算法 (DIT-FFT)	87
5.2.1	算法原理	87
5.2.2	DIT-FFT 的运算量	91
5.2.3	DIT-FFT 算法的特点	92
5.3	按频率抽选的基-2 FFT 算法 (DIF-FFT)	94
5.3.1	算法原理	94
5.3.2	DIF-FFT 的运算量	96
5.3.3	按频率抽选的 FFT 的特点	97
5.3.4	DIT-FFT 与 DIF-FFT 的区别与联系	98
5.4	离散傅里叶反变换的快速算法 (IFFT)	98
5.5	N 为复合数的 FFT 算法	100
5.5.1	整数的多基多进制表示	100
5.5.2	N 为复合数的快速离散傅里叶变换	100
5.6	实序列的 FFT 算法	102
5.6.1	用一个 N 点 FFT 去计算两个 N 点实序列的 DFT	102
5.6.2	用 N 点 FFT 计算一个 $2N$ 点实序列的 DFT	103
5.7	快速傅里叶变换的编程思想及实现	103
5.7.1	FFT 算法的编程思想	103
5.7.2	DIT-FFT 实现的 C 语言代码	104
5.8	快速傅里叶变换的应用	105
5.8.1	快速卷积运算	106

5.8.2 DFT 对连续时间信号进行谱分析	109
5.9 快速傅里叶变换综合举例与 MATLAB 实现	111
习题	117
第 6 章 数字滤波器的基本网络结构	118
6.1 数字滤波器结构的表示方法	118
6.2 无限长冲激响应 (IIR) 滤波器的基本网络结构	119
6.2.1 直接 I 型	120
6.2.2 直接 II 型	120
6.2.3 级联型	120
6.2.4 并联型	122
6.2.5 转置定理	123
6.3 有限长冲激响应 (FIR) 滤波器的基本网络结构	123
6.3.1 直接型	123
6.3.2 级联型	124
6.3.3 快速卷积型	124
6.3.4 线性相位 FIR 滤波器的结构	125
6.3.5 频率取样型结构	126
6.4 数字滤波器的格型结构	129
6.4.1 全零点系统 (FIR 系统) 的格型结构	130
6.4.2 全极点系统 (IIR 系统) 的格型结构	132
6.5 数字信号处理中的有限字长效应	134
6.5.1 量化误差	134
6.5.2 量化误差的统计方法	134
6.5.3 乘积的舍入误差	136
6.6 数字滤波器网络结构综合举例与 MATLAB 实现	138
习题	143
第 7 章 无限长冲激响应滤波器的设计方法	146
7.1 一般数字滤波器的设计方法概述	146
7.1.1 数字滤波器的分类	146
7.1.2 数字滤波器的技术要求	147
7.1.3 数字滤波器的设计方法概述	148
7.2 模拟滤波器的设计方法简介	149
7.2.1 由幅度平方函数确定系统函数	149
7.2.2 巴特沃斯滤波器	150
7.2.3 切比雪夫滤波器	151
7.3 用冲激响应不变法设计 IIR 数字低通滤波器	156
7.3.1 变换原理	156
7.3.2 混叠失真	157
7.3.3 模拟滤波器的数字化方法	158

7.3.4	优缺点分析	159
7.4	用双线性变换法设计 IIR 数字低通滤波器	160
7.4.1	变换原理	160
7.4.2	变换常数的选择	161
7.4.3	逼近情况分析	162
7.4.4	优缺点分析	162
7.4.5	滤波器的数字化方法	163
7.5	IIR 数字滤波器的频率变换设计方法	164
7.6	IIR 数字滤波器设计综合举例与 MATLAB 实现	166
	习题	172
第 8 章	有限长冲激响应滤波器的设计方法	174
8.1	线性相位 FIR 滤波器的特点	174
8.1.1	线性相位条件	174
8.1.2	线性相位 FIR 滤波器的频率响应特点	176
8.1.3	幅度函数的特点	178
8.1.4	零点位置	181
8.2	利用窗函数法设计 FIR 滤波器	183
8.2.1	设计原理	183
8.2.2	加窗处理产生的影响	185
8.2.3	各种窗函数	187
8.2.4	窗函数法的设计步骤	192
8.2.5	窗函数法计算中的主要问题	193
8.3	利用频率取样法设计 FIR 滤波器	194
8.3.1	设计原理	194
8.3.2	用频率采样法设计线性相位滤波器的条件	194
8.3.3	逼近误差及其改进措施	195
8.4	IIR 与 FIR 数字滤波器的比较	196
8.5	IIR 数字滤波器设计综合举例与 MATLAB 实现	197
	习题	206
第 9 章	多采样率数字信号处理	209
9.1	信号的整数倍抽取	209
9.1.1	信号整数倍抽取的时域描述	209
9.1.2	信号整数倍抽取的频域解释	210
9.1.3	抗混叠滤波器	211
9.2	信号的整数倍插值	212
9.2.1	信号整数倍内插的时域描述	213
9.2.2	信号整数倍内插的频域解释	214
9.3	用有理因子 I/D 的采样率转换	215
9.4	采样频率转换滤波器的实现	217

9.4.1 直接型 FIR 滤波器结构.....	217
9.4.2 多相滤波器的 FIR 结构.....	220
9.4.3 变换抽样率的多级实现.....	221
9.5 多采样率数字信号处理综合举例与 MATLAB 实现.....	222
习题.....	226
汉英名词对照表.....	228
参考文献.....	233

第1章 绪 论

随着信息科学和计算机技术的日新月异，数字信号处理（Digital Signal Processing, DSP）的理论和应用得到了飞跃式发展。信息科学和技术研究的核心内容主要是信息的获取、传输、处理、识别和综合利用等。作为研究数字信号与系统基本理论和方法的数字信号处理，已经形成一门独立的学科体系。数字信号处理是一门应用性很强的学科，随着超大规模集成电路的发展及计算机技术的进步，数字信号处理理论与技术日趋成熟，且仍在不断发展之中。数字信号处理技术在越来越广泛的科技领域中得到应用，其重要性也在不断提高。

1.1 数字信号处理的定义和特点

1.1.1 数字信号处理的定义

数字信号是用数字序列表示的信号，数字信号处理就是通过计算机或专用处理设备，用数值计算等数字方式对数字序列进行各种处理，将信号变换成符合需要的某种形式。数字信号处理主要包括数字滤波和数字频谱分析两大部分。例如，对数字信号进行滤波，限制其频带或滤除噪声和干扰，以提取和增强信号的有用分量；对信号进行频谱分析或功率谱分析，了解信号的频谱组成，以对信号进行识别。当然，凡是用数字方式对信号进行滤波、变换、增强、压缩、估计和识别等都是数字信号处理的研究范畴。

数字信号处理在理论上所涉及的范围及其广泛。数学领域中的微积分、概率统计、随机过程、高等代数、数值分析、复变函数和各种变换（如傅里叶变换、Z变换、离散傅里叶变换、小波变换等）都是它的基本工具，网络理论、信号与系统等则是它的理论基础。在学科发展上，数字信号处理又和最优化控制、通信理论等紧密相连，目前已成为人工智能、模式识别、神经网络等新兴学科的重要理论基础，其实现技术又和计算机科学和微电子技术密不可分。因此，数字信号处理是把经典的理论体系作为自身的理论基础，同时又使自己成为一系列新兴学科的理论基础。

1.1.2 数字信号处理的特点

与模拟信号处理相比，数字信号处理具有以下显著的优点。

1. 高精度

数字信号处理系统17位字长可以达到 10^{-6} 的精度，在计算机和微处理器普遍采用16位、32位的存储器的情形下，配合适当编程或采用浮点算法，可以达到相当高的精度。

2. 高稳定性

数字信号处理系统的特性不易随使用条件的变化而变化，特别是在使用了超大规模集成的数字信号处理芯片（DSP芯片）的情况下，更提高了系统的稳定性；数字信号本身只有两种状态，其抗干扰能力优于模拟信号，具有很高的可靠性。

3. 灵活性好

数字信号处理系统的性能取决于系统参数，而这些参数存放在存储器中，改变存放的参数，

就可改变系统的性能,得到不同的系统;数字信号处理系统的灵活性还表现在可以利用一套计算设备同时处理多路相互独立的信号,即所谓“时分复用”。

4. 易于大规模集成

数字部件由逻辑和记忆元件构成,具有高度的规范性,易于大规模集成化和大规模生产,这也是 DSP 芯片迅速发展的原因之一。

此外,采用数字信号处理系统还可以方便地完成信息安全中的数字加密,并且能够实现模拟系统无法完成的许多复杂的处理功能,如信号的任意存取、严格的线性相位特性、解卷积和多维滤波等。

数字信号处理系统对数字信号进行存储和运算,可以获得许多高的性能指标,对于低频信号尤其优越。但目前数字信号处理系统的速度还不能达到处理高频信号(如射频信号)的要求。然而,随着大规模集成电路、高速数字计算机的发展,尤其是微处理器的发展,数字信号处理系统的速度将会越来越高,数字信号处理也会越来越显示出其优越性。

1.2 数字信号处理系统的基本组成与实现方法

1.2.1 数字信号处理系统的基本组成

数字信号处理系统是应用数字信号处理方法来处理模拟信号的系统,其基本组成如图 1.1 所示。

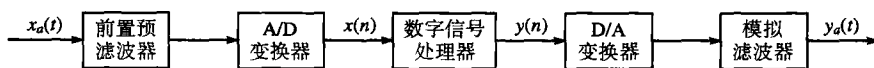


图 1.1 数字信号处理系统的基本组成

为了用数字的方法处理模拟信号,模拟信号 $x_a(t)$ 首先必须数字化,即先通过一个连续时间的前置预滤波器,使输入模拟信号的最高频率限制在一定范围内,然后在 A/D 变换器中进行抽样、量化和编码,将模拟信号变成在时间上和幅值上均量化离散的信号,即数字信号 $x(n)$ 。

数字信号处理器承担数字信号的各种处理工作,它可以是一台通用计算机,也可以是由各种硬件或软硬件构成的专用处理器,还可以是某个处理软件或软件包。数字信号按一定要求在数字信号处理器中进行加工,获得符合要求的数字信号 $y(n)$ 。

最后, $y(n)$ 通过 D/A 变换器,将数字信号变成模拟信号,并由一个模拟滤波器滤除不需要的高频分量,输出所需的模拟信号 $y_a(t)$ 。

实际的数字信号处理系统不一定要包括图 1.1 中的所有部分,如对于纯数字系统,就只需要数字信号处理器这一核心部分。

1.2.2 数字信号处理的实现方法

数字信号处理的主要研究对象是数字信号,且采用数值运算的方法达到处理的目的。数字信号处理的实现方法基本上可分为软件实现方法、硬件实现方法和软硬件相结合的实现方法。数字信号处理的理论、算法和实现方法三者是密不可分的。

数字信号处理的软件实现方法是按照原理和算法,自行编写程序或者采用现有程序在通用计算机上实现的;硬件实现方法是按照具体的要求和算法,设计硬件结构图,用乘法器、加法器、延时器、存储器、控制器及输入/输出接口部件实现的一种方法。显然,软件实现方法灵活,通

过修改程序中的有关参数即可改变处理功能，但其运算速度较慢；而硬件实现方法运算速度快，可以达到实时处理的要求，但不够灵活。

采用专用单片机来实现数字信号处理的方法可以称为软硬件相结合的实现方法，单片机配以数字信号处理软件，既灵活，速度又比软件方法快，特别适用于数字控制系统。目前发展最快、应用最广的是采用 DSP 芯片，DSP 芯片配有乘法器和累加器，结构上采用并行结构、多总线和流水线工作方式，且配有适合数字信号处理的高效指令，是一类可实现高速运算的微处理器，DSP 技术及其应用已成为信息处理学科研究的核心内容之一。

1.3 数字信号处理的应用领域

随着数字信号处理性能的迅速提高和产品成本的大幅下降，数字信号处理的应用范围不断扩大，几乎遍及整个电子领域并涉及所有的工程技术领域，其中常见的典型应用如下。

1. 语音处理

语音处理是最早应用数字信号处理技术的领域之一，也是最早推动数字信号处理理论发展的领域之一。主要包括语音信号分析、语音增强、语音合成、语音编码、语音识别和语音信箱等。

2. 图形/图像处理

数字信号处理技术已成功应用于静止和活动图像的恢复与增强、去噪、数据压缩和图像识别等，还应用于三维图像变换、动画、电子出版和电子地图等。

3. 现代通信

在现代通信技术领域，几乎所有分支都受到数字信号处理的影响。高速调制解调、编/译码、自适应均衡、多路复用等都广泛采用了数字信号处理技术。数字信号处理在传真、数字交换、移动电话、数字基站、电视会议、保密通信和卫星通信等通信领域也得到了广泛应用，并随着互联网的迅猛发展，数字信号处理又在网络管理/服务和 IP 电话等新领域广泛应用，而软件无线电的提出和发展进一步增强了数字信号处理在无线通信领域的应用。

4. 数字电视

数字电视取代模拟电视、高清晰度电视的普及依赖于视频压缩和音频压缩技术所取得的成就，而数字信号处理及其相关技术是视频压缩和音频压缩技术的重要基础。

5. 军事与尖端科技

雷达和声呐信号处理、雷达成像、自适应波束合成、阵列天线信号处理、导弹制导、GPS、航空航天和侦察卫星等无一不用到数字信号处理技术。

6. 生物医学工程

数字信号处理技术在生物医学中应用广泛，如心电图、超声波、CT 扫描、核磁共振和胎儿心音的自适应检测等。

7. 其他领域

除上述领域外，数字信号处理技术还在地球物理学、音乐制作、消费电子、仪器仪表和自动控制与监测等许多领域得到广泛应用。

第2章 时域离散时间信号与系统

时域离散时间信号是指信号在时间上是离散的,即只在某些不连续的规定时刻给出信号的函数值,而在其他时间没有定义。时域离散时间信号可以从时域连续信号进行采样得到,也就是在采样瞬间保留原来连续信号的幅度值,这种信号称为采样信号或抽样信号,它的特点是在时间上是离散的,而在幅度上是具有无限精度的连续值。为了对信号进行数字化处理,必须按要求对其幅度的精度进行有限位量化,以便被数字系统所接受,这种时间上离散、幅度上被量化的信号称为数字信号。只有数字信号才能用数字系统进行各种处理,以达到分析、识别或使用的目的。

本章将对时域离散信号和系统的基本概念、基本分析方法进行讨论,这是以后学习各章内容的基础。

2.1 连续时间信号的采样

绪论中已经概述了数字信号处理技术相对于模拟信号处理技术的优点,因此人们通常希望将模拟信号经过采样和量化编码后形成数字信号,再采用数字信号处理技术进行处理,这种处理方法称为模拟信号的数字处理方法。本节主要讨论信号的采样、采样定理和信号重建等问题。

2.1.1 信号的采样

离散时间信号通常是由连续时间信号经周期采样得到的。完成采样功能的器件称为采样器,图 2.1 所示为采样器的示意图。图中 $x_a(t)$ 表示模拟信号, $\hat{x}_a(t)$ 或 $x_a(nT)$ 表示采样信号, T 为采样周期, $n = 0, 1, 2, \dots$ 。一般可以把采样器视为一个每隔 T 秒闭合一次的电子开关 S 。在理想情况下,开关闭合时间 τ 满足 $\tau \ll T$ 。实际采样过程可视为脉冲调幅过程, $x_a(t)$ 为调制信号,被调脉冲载波 $p(t)$ 是周期为 T 、脉宽为 τ 的周期脉冲串,如图 2.2(a)所示。当 $\tau \rightarrow 0$ 时的理想采样情况如图 2.2(b)所示,它是实际采样的一种科学的、本质的抽象,同时可使数学推导得到简化。下面主要讨论理想采样。

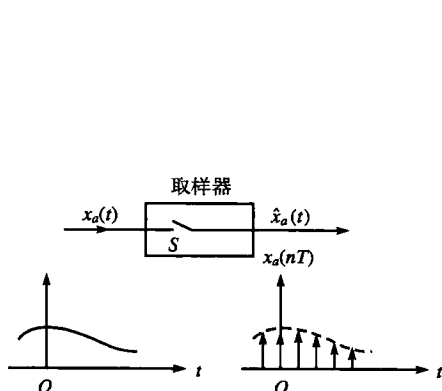


图 2.1 采样器示意图及波形图

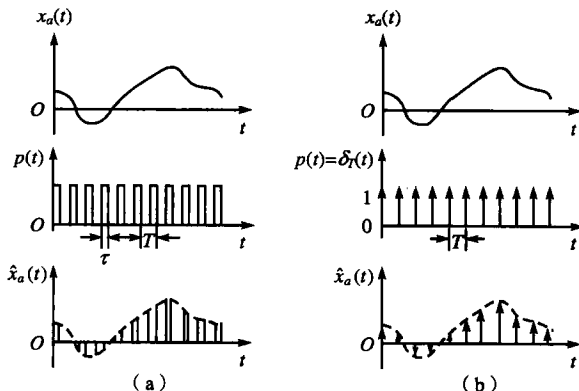


图 2.2 连续时间信号的采样: (a)实际采样; (b)理想采样

在 $\tau \rightarrow 0$ 的极限情况下,采样脉冲序列 $p(t)$ 变成冲激函数序列 $\delta_T(t)$,即

$$p(t) = \delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \quad (2.1)$$

理想采样同样可以视为连续时间信号对脉冲载波的调幅过程, 因而理想采样输出 $\hat{x}_a(t)$ 可表示为

$$\begin{aligned} \hat{x}_a(t) &= x_a(t)p(t) \\ &= x_a(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_a(t) \delta(t - nT) \end{aligned} \quad (2.2)$$

由于 $\delta(t - nT)$ 只有在 $t = nT$ 时为非零值, 所以上式中 $x_a(t)$ 只有在 $t = nT$ 时才有意义, 故有

$$\hat{x}_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_a(nT) \delta(t - nT) \quad (2.3)$$

2.1.2 采样定理

模拟信号经采样变为离散时间信号后, 是否会失掉一些信息? 信号的频谱会发生怎样的变化? 不丢失信息应满足什么条件? 这些问题关系到能否用数字化方法对连续时间信号进行处理。采样定理将全面回答这些问题。

下面首先讨论采样信号与模拟信号频谱之间的关系。将周期冲激函数序列 $p(t) = \delta_T(t)$ 展开成傅里叶级数, 得 $p(t) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) = \sum_{r=-\infty}^{+\infty} c_r e^{jr\Omega_s t}$, 级数的基波频率即采样频率为 $f_s = 1/T$, 采样角频率为 $\Omega_s = 2\pi/T$, 其傅里叶系数 c_r 为

$$\begin{aligned} c_r &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p(t) e^{-jr\Omega_s t} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) e^{-jr\Omega_s t} dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-jr\Omega_s t} dt = \frac{1}{T} e^0 = \frac{1}{T} \end{aligned}$$

于是 $p(t)$ 可表示为

$$p(t) = \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} e^{jr\Omega_s t} \quad (2.4)$$

则 $p(t)$ 的傅里叶变换为

$$P(j\Omega) = F\left[\frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} e^{jr\Omega_s t}\right] = \frac{2\pi}{T} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(j\Omega - jr\Omega_s) \quad (2.5)$$

根据傅里叶变换的卷积定理, 可得出理想采样信号 $\hat{x}_a(t)$ 的频谱为

$$\begin{aligned} \hat{X}_a(j\Omega) &= F[x_a(t) \cdot p(t)] = \frac{1}{2\pi} X_a(j\Omega) * P(j\Omega) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} X_a(j\Omega) * \delta(j\Omega - jr\Omega_s) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} X_a(j\Omega - jr\Omega_s) \end{aligned} \quad (2.6)$$

从式(2.6)可以看出, 采样信号的频谱 $\hat{X}_a(j\Omega)$ 是模拟信号频谱 $X_a(j\Omega)$ 的周期延拓, 周期为采样角频率 Ω_s 。亦即采样信号的频谱包括原信号频谱和无限多个经过平移的原信号频谱, 这些频谱都要乘以系数 $1/T$, 如图 2.3(a)和(b)所示。

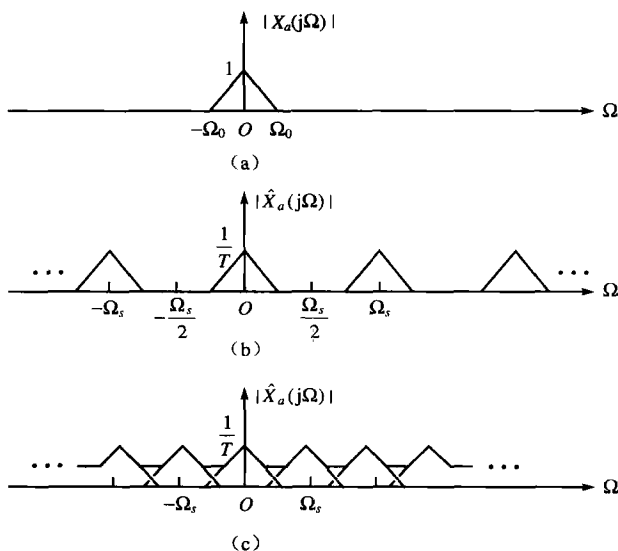


图 2.3 理想采样信号的频谱

设原信号 $x_a(t)$ 是最高频率为 Ω_0 的带限信号, 如图 2.3(a)所示, 其频谱称为基带频谱。当 $\Omega_s \geq 2\Omega_0$ 或 $f_s \geq 2f_0$ 时, 理想采样信号频谱中, 基带频谱及各次谐波调制频谱彼此是不重叠的, 如图 2.3(b)所示。此时可用一个带宽为 $\Omega_s/2$ 的理想低通滤波器, 取出原信号 $x_a(t)$ 的频谱 $X_a(j\Omega)$, 而滤除它的各次谐波频谱, 从而恢复出原信号 $x_a(t)$, 这时采样未造成信息丢失。从图 2.3(c)可以看出, 当 $\Omega_s < 2\Omega_0$ 或 $f_s < 2f_0$ 时, 各次谐波频谱必然互相重叠, 重叠部分的频率成分的幅值与原信号不同, 因而不能分开和恢复这些部分, 这时采样就造成了信息丢失。这种现象称为“混叠”现象。如果原信号不是带限信号, 或采样频率太低, “混叠”现象必然存在。

由上述讨论可知, 在理想采样中, 为了使平移后的频谱不产生“混叠”失真, 应要求采样频率足够高。在信号 $x_a(t)$ 的频带受限的情况下, 要使采样后能够不失真地还原出原信号, 则采样频率应大于或等于信号最高频率的两倍, 即

$$\Omega_s \geq 2\Omega_0$$

这就是著名的奈奎斯特 (Nyquist) 采样 (抽样) 定理。采样频率的一半, 即 $\Omega_s/2$, 称为折叠频率; 等于信号最高频率两倍的采样频率, 即 $\Omega_s = 2\Omega_0$, 又称为奈奎斯特频率。

实际中对连续时间信号采样时, 必须根据连续信号的最高截止频率, 按照采样定理的要求选择采样频率, 即 $\Omega_s \geq 2\Omega_0$ 。但是, 考虑到信号的频谱一般不是锐截止的, 则最高截止频率以上还有较小的高频分量, 为此可选 $\Omega_s = (3 \sim 4)\Omega_0$ 。此外, 为了避免混叠失真, 一般在采样器之前加一个保护性的前置低通滤波器, 该滤波器称为防混叠滤波器, 其截止频率为 $\Omega_s/2$, 以滤除高于 $\Omega_s/2$ 的频率分量及其他一些杂散信号。