

理论力学

上册

胡楚雄 主编



电子科技大学出版社

理论力学

上册

胡楚雄 主编

电子科技大学出版社

内 容 提 要

本书分上、中、下三册,上册包括静力学和运动学,中册为动力学,下册为运动力学专题。

为了适应不同专业、不同学时教学和不同程度学生的需要,全书内容大致分为“基本要求”、“基本要求加深、加宽”、“进一步要求”三个层次,并力求使较多的章、节具有相对独立性,以便教师选用、组合成各种类型的教学体系。

本书可作为高等工业学校土建、水利、机械等类专业理论力学课程的教材,亦可供有关工程技术人员参考。

声 明

本书无四川省版权防盗标识,不得销售;版权所有,违者必究,举报有奖,举报电话:(028)6636481 6241146 3201496

理 论 力 学

(上册)

胡楚雄 主编

出 版:电子科技大学出版社 (成都建设北路二段四号,邮编,610054)

责任编辑:何时祺 赵宝茹

发 行:新华书店

印 刷:成都理工学院印刷厂

开 本:787×1092 1/16 印张 22.5 字数 548 千字

版 次:1998年8月第一版

印 次:1998年8月第一次印刷

书 号:ISBN 7-81043-869-7/O·63

印 数:1-4000

定 价:22.5 元

序 言

本书是参照国家教委 1987 年批准试行的《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》编写的,可作为高等工业学校土建、水利、机械等类专业理论力学课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

本书分上、中、下三册,上册包括静力学和运动学,中册为动力学,下册为运动力学专题。

全书内容大致分为“基本要求”、“基本要求加深、加宽”、“进一步要求”三个层次。分别面对不同专业,不同学习程度的学生,使他们各有所学,各得其所。上、中册主要为基本内容,与《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》(110 学时)是相符的,其中有“*”号的章、节为基本内容的加深、加宽或应用,可作为因材施教的内容。下册运动力学专题为进一步要求的内容,适用于 40 学时左右高等运动力学课程教学需要,也便于在理论力学教学中根据不同专业的特殊需要选讲,同时也使读者有可能利用教材自学提高,扩大知识面,增长适应性。

为了适应不同专业,不同学时教学和不同程度学生的需要,在不影响课程系统性、完整性的前提下,力求使较多的章、节具有相对独立性,以便于教师选用,组合成各种层次的课程体系。

本书仍沿用原有的公理体系,对定理、推论等都给予简明的数学推导或相应的说明。在论证,说理之中,力求注意力学现象的物理概念和内在联系以及思路的严密性和逻辑性,以期在培养学生的正确思维方法方面能起到一定作用。

另一方面,对传统体系和内容也作了一些调整,力求提高起点,减少相关内容的重叠,精简理论篇幅,加强结合专业和工程应用的内容,例如,在静力学中,采取由基本力系到一般力系,由空间到平面的讲法;运用矢量合成法则使力矩、力偶理论大为简化;动力学普遍定理直接从质点系讲起,质点情形只作为特例略加说明;全书中均加强了矢量运算,部分内容引入了矩阵运算,并介绍了计算机分析方法。为了加强工程概念,适当介绍了结构荷载、结点、支座以及常见结构形式。并增加了线荷载的简化、液体静压力计算,梁、桁架、刚架、悬索等静定结构的约束力和截面内力计算,以期培养学生学会应用力学理论与方法分析解决工程实际中力学问题的能力。

在教学中发现学生最感困难的是解题。针对这种情况,每章编写了解题指导,给出了较多的各种类型的例题,有的是带有示范性的典型例题,着重于理论的应用和解题方法的训练;有的是为配合正文中的重要概念而编写的;还有一定数量的联系专业和工程实际的例题,供教师选用和学生自学。为便于自学,每章编有小结、思考题、习题和习题答案。

本书由胡楚雄主编。邹昭文、张祥东、左开才、肖明葵、张诗德参编。编写分工为:胡楚雄(第一、二、三、四、五、六、七、八章)、邹昭文(第九、十、十一、十二章)、张祥东(第十四、十五、十六、十七、十八、二十一章)、左开才(第十三、二十二、二十五章)、肖明葵(绪论、第二十、二十九、三十、三十一、三十二章)、张诗德(第十九、二十三、二十四、二十六、二十七、二十八章)

全书经传阅、讨论、修改、互审后,由主编统筹修改定稿。

在本书编写过程中,重庆建筑大学理论力学教研室全体同事进行了多次认真的研讨,并提出许多中肯的意见,我们谨此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免有缺点和错误,恳请广大教师和读者提出宝贵意见,以便今后改进。

编者

1997年9月于重庆建筑大学

绪 论

一、理论力学的研究对象

理论力学以伽利略和牛顿所总结的基本规律为基础,研究物体机械运动的一般规律,属于古典力学范畴。

机械运动,是指物体在空间的位置随时间的变化。平衡是机械运动的特殊情况,也包含在理论力学的研究内容之中。

十九世纪后半叶,由于近代物理的发展,发现许多力学现象不能用古典力学的定律加以解释,因而产生了研究高速物体运动规律的相对论力学和研究微观粒子运动规律的量子力学。在这些新的研究领域中,古典力学已不再适用。但对于研究速度远小于光速(30 万千米/秒)的宏观物体的运动,特别是一般工程的力学问题,古典力学是足够准确的,即使在一些尖端科学的研究方面,如火箭技术,宇宙航空等方面所涉及的研究对象都是宏观物体,而且其运动速度也都远小于光速,所以,也仍然是采用古典力学原理去解决有关力学问题。同时,在古典力学的基础上诞生的各种近代力学也正在迅速发展。因此。无论是在现代科学技术的研究中,还是在大量的工程实际问题中,理论力学作为一门基础科学,都具有其重要的作用,并体现出蓬勃的生机。

理论力学的内容:

理论力学包括静力学、运动学和动力学三部分内容。

静力学研究物体在力的作用下的平衡规律,力的一般性质及其简化方法;

运动学从几何学的观点,研究物体机械运动的规律而不涉及引起物体运动变化的物理原因,即不研究力的作用;

动力学研究物体的机械运动及其受力之间的关系。

二、学习理论力学的目的和意义

机械运动是工程实践和人们生活中碰到的最基本的运动。如车辆运行,机器的运转,水流运动,人造卫星和宇宙飞船的运行,建筑物的振动等等,都是机械运动。理论力学作为一门技术基础课,其基本理论可直接用于解决一些简单的工程实际问题,也可以与其他的专业知识结合起来共同解决较为复杂的问题。

理论力学还是学习一系列后续技术基础课程和专业课程的重要基础课程。例如,材料力学、结构力学、流体力学和振动理论等工科院校学生的后续课程,都要以理论力学的基本理论及基本定律为基础。学习理论力学这门课程,不仅有助于培养学生解决生产实际问题的能力,也为后续课程的学习打下必要的基础。

三、理论力学的研究方法

观察和实践是理论力学的发展基础,抽象化和数学演绎这两种方法是形成理论力学的概念和理论系统的主要方法。

抽象化的方法,是指在一定的研究范围内,根据问题的性质,抓住主要的、起决定作用的

因素,忽略次要的,偶然的因素,深入事物的本质,了解其内部联系的方法。例如,研究物体的机械运动时,忽略物体的变形就得到刚体这一模型,忽略物体几何尺寸就得到质点的概念。正确的抽象,不仅简化了所研究的问题,而且更深刻地揭示了事物的本质。

数学演绎的方法是指在经过实践证明为正确的理论基础上,经过严密的数学推演而得到一系列定理和公式,构成系统理论的方法。理论力学中的许多定理都是以牛顿定律为基础,经过严密的数学推导得到的,但是应该注意,对任何研究对象的抽象化都是有条件的,不可随意取舍,为避免得到荒谬的结果,必须注意在其限制条件下进行“科学的抽象”。数学演绎的结果也应注意其成立的范围,不能绝对化。数学演绎要以经过实践证明为正确的理论为基础,推导出公式或定理,这些公式或定理还必须回到实践中去,经过实践检验,证明所得公式或定理的正确性才能成立。所以,在力学中既重视数学演绎,又不可将其绝对化,认为力学理论仅是数学演绎的结果而忽视实践的作用。

将实际工程中提出的问题,抽象化为力学问题,以已有的力学理论为依据,运用数学工具进行演绎求得解决,然后将所得结果运用到实践中去检验其正确性。如此循环往复使认识不断深化,这是力学理论发展的道路,也是所有科学发展的道路。

四、理论力学的发展简史

人类的生产实践既是力学问题产生的源泉又是促使其发展的动力,辩证唯物主义世界观是研究力学的唯一正确的思想武器。力学是一门历史悠久的学科,从一开始就与生产实践密切结合,并随生产的发展而发展。

远在奴隶社会,人们就通过生产劳动创造了一些简单的工具和机械(如斜面和杠杆等),并在生产实践中不断使用和改进这些工具和机械,积累经验,认识了机械运动的规律,形成了力学学科的起点。关于力学理论的最早记载是我国古代在《墨经》、《考工记》、《论衡》及《天工开物》等书籍文献中关于力的概念、杠杆原理、滚动摩擦以及功的概念,材料的强度等方面的知识。在欧洲,比《墨经》晚一些时期,相继出现了阿里斯多德的“物理学”和阿基米德的“论比重”等著作,以更加明确的方式表述了杠杆平衡问题,奠定了静力学的基础。

在中世纪一千多年的漫长岁月里,虽然在力学的应用方面也有一些进展,但由于封建统治,生产力和科学的发展都受到了严重的阻碍,一切自然科学的发展都较缓慢,力学也不例外。直至十五世纪后半期,欧洲进入文艺复兴时期,由于商业资本的兴起,手工业、航海工业和军事工业等科技领域都得到了空前的发展,从而促使力学和其他科学随之迅速发展。

在十六到十七世纪,力学开始形成了一门独立的系统的学科。哥白尼的太阳中心说引起了宇宙观的大革命,开普勒根据哥白尼的学说和大量的天文观测资料,得出行星运行三大定律,而成为牛顿万有引力定律的基础;伽利略在实验的基础上,提出了惯性定律和加速度的概念,从而奠定了动力学的基础。在此基础上,经过迪卡尔、惠更斯等人的努力,后来由牛顿集其大成,于一六八七年在《自然哲学的数学原理》这本书中,完整地提出了动力学的三大基本定律,并以这些定律为主要内容系统地阐述了动力学,使动力学成为严密的理论科学。牛顿运动定律是整个古典力学的基础。

十八、十九世纪是理论力学发展的成熟时期。这一时期,伯努利提出了重要的虚位移原理;达兰贝尔建立了著名的达兰贝尔原理;拉格朗日以其著名《分析力学》而成为理论力学的重要组成部分。十九世纪上半期,由于大量使用机器,形成了功和能的概念,发现了能量守恒

和转化定律。该定律不仅对工程技术问题具有重大意义,而且沟通了机械运动与其他形式的运动之间的联系。同时,在刚体动力学、运动稳定性和变质量动力学等方面都有许多重要的成就。

二十世纪以来,特别是近三、四十年来,为适应现代工业发展,现代国防技术及其他新技术的需要,科学技术的发展更为迅速,理论力学向着专门的方向发展。同时,由于各门学科自身的不断充实、更新,学科之间相互渗透出现了一些新兴的边缘科学。例如,非线性振动理论、陀螺力学、风行力学、运动稳定性、可探系统动力学、外弹道学、变质量力学以及多体动力学等等。近几年来,计算机技术的日新月异,以及在力学研究中的广泛应用,使得力学学科的发展更快,力学研究出现勃勃生机,相信在不久的将来,力学学科必将获得新的飞跃。

上册目录

绪论

第一篇 静力学

第一章 静力学基础和物体的受力分析	(1)
§ 1-1 静力学基本概念	(1)
§ 1-2 静力学公理	(3)
§ 1-3 约束和约束反力	(6)
§ 1-4 物体的受力分析和受力图	(11)
小结	(15)
思考题	(15)
习题	(16)
第二章 汇交力系	(21)
§ 2-1 汇交力系的合成与平衡——几何法	(21)
§ 2-2 力在坐标轴上的投影	(22)
§ 2-3 汇交力系的合成与平衡——解析法	(24)
小结	(31)
思考题	(32)
习题	(32)
第三章 力偶系	(40)
§ 3-1 力对点之矩	(40)
§ 3-2 力对轴之矩	(42)
§ 3-3 力偶及其性质	(45)
§ 3-4 力偶系的合成与平衡	(47)
小结	(50)
思考题	(52)
习题	(53)
第四章 一般力系的简化	(57)
§ 4-1 力的平移定理	(57)
§ 4-2 空间一般力系向一点简化	(58)
§ 4-3 空间一般力系简化结果分析	(61)
§ 4-4 平面一般力系的简化	(63)
§ 4-5 沿直线分布的线荷载合力	(65)
§ 4-6 液体静压力	(67)
§ 4-7 物体的重心 质心	(70)

小结	(78)
思考题	(80)
习题	(81)
第五章 一般力系的平衡	(88)
§ 5-1 空间一般力系的平衡条件 平衡方程	(88)
§ 5-2 平面一般力系的平衡方程	(89)
§ 5-3 平面力系平衡方程应用举例	(91)
§ 5-4 空间力系平衡方程应用举例	(95)
§ 5-5 物体系统的平衡	(98)
§ 5-6 静定与超静定问题的概念	(107)
小结	(111)
思考题	(114)
习题	(116)
*第六章 静定结构的静力分析	(128)
§ 6-1 构件横截面的内力素	(128)
§ 6-2 静定桁架的内力分析	(130)
§ 6-3 静定梁的内力分析	(136)
§ 6-4 静定刚架的内力分析	(140)
§ 6-5 悬索	(145)
小结	(154)
思考题	(155)
习题	(156)
第七章 摩擦	(161)
§ 7-1 摩擦现象	(161)
§ 7-2 滑动摩擦力和摩擦定律	(162)
§ 7-3 摩擦角和自锁现象	(164)
§ 7-4 考虑滑动摩擦时的物体平衡问题	(166)
§ 7-5 滚动摩阻	(171)
小结	(175)
思考题	(176)
习题	(178)
*第八章 静力学问题的计算机解法	(185)
§ 8-1 力 力矩的矩阵表示	(185)
§ 8-2 力系简化的矩阵运算	(189)
§ 8-3 力系平衡条件的矩阵方程	(192)
§ 8-4 物体系统平衡的矩阵方法	(196)
§ 8-5 求静定结构内力的矩阵方法	(199)
小结	(200)
思考题	(202)

习题.....	(202)
---------	-------

第二篇 运动学

第九章 点的运动学.....	(205)
§ 9-1 运动学的任务和基本概念	(205)
§ 9-2 研究点的运动的矢量法	(206)
§ 9-3 研究点的运动的直角坐标法	(209)
§ 9-4 研究点的运动的自然法	(215)
§ 9-5 极坐标或柱坐标研究点的运动	(222)
小结.....	(227)
思考题.....	(228)
习题.....	(229)
第十章 刚体的基本运动.....	(236)
§ 10-1 刚体的平动.....	(236)
§ 10-2 刚体的定轴转动.....	(237)
§ 10-3 定轴转动刚体上各点的速度和加速度.....	(239)
§ 10-4 角速度矢和角加速度矢 定轴转动刚体上点的 速度和加速度的矢积表达式.....	(245)
小结.....	(248)
思考题.....	(248)
习题.....	(249)
第十一章 点的合成运动.....	(256)
§ 11-1 点的合成运动的概念.....	(256)
§ 11-2 速度合成定理.....	(257)
§ 11-3 牵连运动为平动时的加速度合成定理.....	(263)
§ 11-4 牵连运动为定轴转动时的加速度合成定理.....	(267)
小结.....	(277)
思考题.....	(278)
习题.....	(279)
第十二章 刚体的平面运动.....	(287)
§ 12-1 刚体的平面运动方程.....	(287)
§ 12-2 刚体平面运动分解为平动和转动.....	(288)
§ 12-3 平面图形上各点的速度.....	(289)
§ 12-4 平面图形上各点的加速度.....	(297)
小结.....	(306)
思考题.....	(307)
习题.....	(308)
第十三章 运动学问题的计算机解法	(318)
§ 13-1 简介两种常用的数值解法	(318)

§ 13-2 点的运动学的数值解法	(319)
§ 13-3 刚体平面运动的解析法	(324)
§ 13-4 平面机构的运动分析	(326)
小结	(330)
思考题	(330)
习题	(331)
习题答案	(332)

第一篇 静力学

第一章 静力学基础和物体的受力分析

§ 1-1 静力学基本概念

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。下面先介绍静力学中的一些基本概念。

一、刚体的概念

刚体是指在运动中和受力作用后,形状和大小不变,而且内部各点间的距离不变的物体。绝对刚体实际上是不存在的,它只是实际物体的抽象化力学模型。因为任何实际物体在受力作用后,都或多或少地发生变形,变形是物体的一个重要性质。但是,如果物体的变形很小,在所研究的力学问题中,忽略这种变形不会引起显著的误差时,就可以而且应该把这个物体抽象简化为刚体,从而使所研究的问题得到简化。当物体的微小变形,在所研究的问题中转化为主要因素时,就不能再把物体看作刚体,而必须视为弹性体。由于静力学所研究的物体主要是刚体,所以静力学也称为刚体静力学。

在理论力学中随着所研究的问题的不同,除了将实际物体抽象为刚体之外,另外还有两个抽象化的力学模型,即质点和质点系。

质点是指具有一定质量而几何形状和尺寸可忽略不计的物体。物体本身实际上都有一定的形状和尺寸,但是,当所研究物体的运动范围远远超过它本身的几何尺度时,它的形状对运动的影响极微小,就可以把该物体抽象简化为质点。

质点系是指由有限个或无限个有联系的质点所组成的力学系统。当质点系中各质点间的距离始终保持不变时,则称为不变质点系。刚体就是由无限个质点所组成的不变质点系。由若干刚体组成的质点系,称为刚体系统。在工程中,凡用来承受和传递外力的几何不变的物体系统,称为结构;而在外力作用下不能保持宏观外形的可变物体系统,称为机构。

上述力学模型的建立,是人们对现实物体科学地进行抽象简化的结果,它反映了现实物体在力学问题中的本质属性,这不仅是客观现实所容许的,而且也是认识过程所必要的。

二、平衡的概念

物体相对于惯性参考系静止或作匀速直线平动的状态,称为物体的平衡。在大多数工程技术问题中,物体的平衡,一般是指物体相对地面处于静止或作匀速直线平动的状态。平衡

是物体机械运动的一种特殊情况。一切平衡都是相对的、暂时的和有条件的,而运动则是绝对的和永恒的。

三、力的概念

力的科学概念产生于牛顿定律。力是两个物体之间的一种相互机械作用,它使物体的机械运动状态发生变化,同时使物体产生形变。物体相互之间的机械作用的形式多种多样,可归纳为两类,一类是物体间的直接接触作用,如弹力、摩擦力、流体压力和粘性阻力;另一类是通过场的相互作用,如万有引力、静电引力、磁场中的洛伦兹力。尽管物体间相互作用力的来源和物理本质不同,但力对物体的作用效果,称为力的效应,主要有两个方面:①受力物体的运动状态发生改变,称为力的外效应或运动效应;包括移动及转动效应;②受力物体产生变形,称为力的内效应或变形效应。由于理论力学主要以刚体为研究对象,所以主要研究力的外效应。

实践表明,力对物体的作用效应取决于力的大小、方向和作用点。这三者称为力的三要素。力的大小反映了物体间相互机械作用的强度,它可以通过力的外效应或内效应的大小来度量。在国际单位制中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN)。在工程单位制中,力的单位是公斤(kgf)或吨(t)。 $1\text{kgf}=9.8\text{N}$ 。力的方向表示物体间的相互机械作用具有方向性。通过力的作用点,沿力的方向画出的直线,称为力的作用线。力的方向包含力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。力的作用点是物体间相互机械作用位置的抽象化。实际上物体相互作用的位置并不是一个点,而是物体的一部分面积或体积。如果这个作用面积或体积很小,则可将其抽象为一个点,称为力的作用点,而作用于这个点上的力,称为集中力。如果力的作用面积或体积比较大而不能忽略,则称该力为分布力。例如水压力、风压力和重力等。

力的三要素和力服从平行四边形加法法则表明力是矢量,可用一带箭头的线段来表示,如图 1-1 所示。线段的长度 AB 按一定比例尺表示力的大小,线段的方位和箭头指向表示力的方向,线段的起点 A 表示力的作用点,而与线段重合的直线表示力的作用线。如果在图中不强调力的大小,则线段的长度不需严格按比例画出。由于力的作用点是决定力对物体作用效应的三要素之一,所以表示力的矢量必须将起点画在作用点 A 上,这种矢量称为定位矢量。

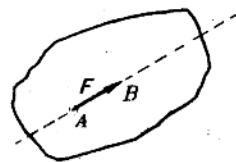


图 1-1

因此,作用在实际物体上的力是定位矢量。今后,我们用一个粗体字母或一个上面加箭头的字母表示矢量如 $\mathbf{F}$ 或 $\vec{F}$,而用同字符的非粗体字母表示该矢量的大小(又称为模)如 F ,即 $F=|\mathbf{F}|$ 。仅用符号 F 不能确定它所表示的力的作用点,这种只表示力的大小和方向,并可从任一点画出的矢量称为力矢。

四、力系的概念

作用于物体上的一群力,称为力系。诸力作用线在同一平面内,称为平面力系;作用线不在同一平面内,称为空间力系;作用线汇交于一点,称为汇交力系;作用线互相平行,称为平行力系;作用线既不相交,又不平行,称为任意力系或一般力系;全部由力偶组成的力系称为力偶系。显然,诸力作用线位于同一平面内且汇交于一点的力系,称为平面汇交力系。如果两个力系分别作用于同一物体其效应相同,则这两个力系称为等效力系。用一个力等效地代

替两个或两个以上作用在同一刚体上或同一质点上的力称为力的合成。这一个力称为原力系的合力，而原力系中的任一力称为这个合力的分力。将一个力化为等效的两个或两个以上的分力，称为力的分解。

如果一个力系作用于刚体而不改变其运动状态，则该力系称为平衡力系。平衡力系中各力对刚体的作用效应是彼此抵消的。平衡力系中的任一力对于其余的力来说都称为平衡力。

五、静力学研究的两个基本问题

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学，它可归结为用两种方法研究两个基本问题。两种方法是几何法与解析法，其中解析法是重点；两类基本问题是力系的简化与平衡，平衡问题是重点。力系包括平面力系与空间力系两大类，平面力系是重点。两类基本问题具体如下：

1. 作用在刚体上的力系的简化

把一个复杂的力系化为一个简单的等效力系，称为力系的简化。对力系进行简化有利于揭示力系对刚体的作用效应。研究力系简化既利于导出力系的平衡条件，又为动力学奠定必要的基础。

2. 刚体在力系作用下的平衡条件及其应用

要使物体保持平衡，作用于物体上的力系必须满足一定的条件，这条件称为力系的平衡条件。研究物体的平衡问题，就是研究物体在各种力系作用下的平衡条件，并应用这些平衡条件解决工程技术问题。

静力学在工程技术中有广泛的应用。例如房屋结构、桥梁、水坝以及机械零部件的设计计算，一般须先对它们进行受力分析，并应用力系的平衡条件求出未知力，然后再进行有关的强度、刚度和稳定性的分析。静力学也是学习许多后继课程的基础。

§ 1-2 静力学公理

静力学公理是静力学中已被实践反复证实并被认为是无须再证明的真理。它们是人们关于力的基本性质的概括和总结，是研究静力学的基础。

一、公理一（二力平衡公理）

作用于刚体的二力，其平衡的必要与充分条件是：此二力大小相等、方向相反，作用线沿同一直线（图 1-2）。

公理一揭示了作用于刚体上最简单力系的平衡条件，又称为二力平衡条件，它是今后推证力系平衡条件的基础。这个公理只适用于刚体。对于变形体，它只是变形体平衡的必要条件，而不是充分条件。例如，软绳受两个等值、反向、共线的拉力作用可以平衡，而受两个等值、反向、共线的压力作用就不能平衡。

只在两点受力作用而处于平衡的构件称为二力构件，简称为二力体。二力体所受的二力必沿此二力

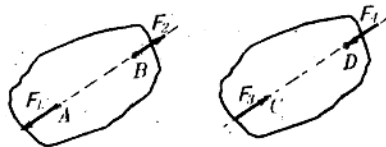


图 1-2

作用点的连线,且等值、反向,如图 1-3 所示。

二、公理二(加减平衡力系公理)

在作用于刚体的任意力系上,增加或减去一平衡力系,而不改变原力系对刚体的作用效应。

这个公理只对刚体才成立;对变形体来说,增加或减去一个平衡力系,改变了变形体各处的受力状态,将引起其外效应和内效应的变化。根据公理二,可在已知力系上加上或减去任意平衡力系,使此力系简化。可见,它是力系简化的基础。

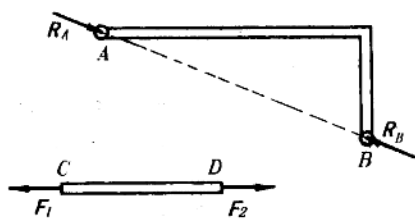


图 1-3

三、推理一(力在刚体上的可传性)

作用于刚体上的力可以沿其作用线移至该刚体上的任一点,而不改变它对刚体的效应。
证明:

1. 设力 F 作用于刚体上的 A 点(图 1-4(a))。
2. 在力 F 的作用线上任选一点 B ,并在 B 点加一对沿 AB 线的平衡力 F_1 和 F_2 ,且使 $F_2 = -F_1 = F$ (图 1-4(b))。
3. 减去 F_1 与 F 所组成的一对平衡力,则刚体上只剩下 F_2 ,且 $F_2 = F$ (图 1-4(c))。证毕。

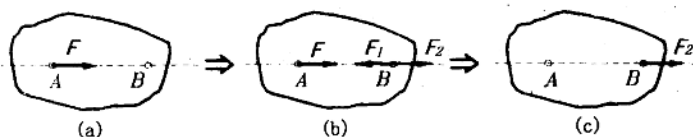


图 1-4

由此可见,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。作用在刚体上的力是滑动矢量。力的可传性不适用于变形体,而且只适用于同一个刚体,不能将力沿其作用线由一个刚体移到另一个刚体上去。

四、公理三(力的平行四边形法则)

作用于物体上同一点的二力,可以合成为作用于该点的一个合力,合力的大小和方向由以两分力为邻边构成的平行四边形的对角线确定(图 1-5(a))。或者说合力矢等于两分力矢的矢量和,即

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

为了简便,作图时可直接将力矢 F_2 平移连在 F_1 的末端,画出三角形即可求得合力矢 R ,这称为力的三角形法则(图 1-5(b))。

这个公理揭示了力的矢量特征。这是人类对力的认识的一个飞跃,由此产生数学上的矢

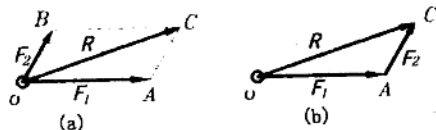


图 1-5

量代数和矢量分析。

这个公理总结了最简单力系的简化规律,它是复杂力系简化的基础。它既是力的合成的基本法则,也是力的分解的基本法则。根据这个法则可将一力分解为作用于同一点的两个分力。由于用同一对角线可作出无穷多个不同的平行四边形,因此解答是不确定的。只有在另外附加足够条件的情况下(如还已知某分力的大小和方向或已知两分力的方位等),才能得到确定解答。

五、推理二(三力平衡汇交定理)

三力平衡汇交定理

刚体上不平行的三力平衡的必要条件是此三力的作用线共面且汇交于同一点。

证明:设在刚体的 A 、 B 、 C 三点上,分别作用不平行的三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 (图 1-6)。根据力的可传性,将力 F_1 、 F_2 移到其汇交点 O ,然后根据力的平行四边形法则,得合力 $R_{1,2}$ 。则力 F_3 应与 $R_{1,2}$ 平衡,由于二力平衡必共线,所以力 F_3 的作用线必通过 O 点并与力 F_1 、 F_2 共面,于是定理得证。

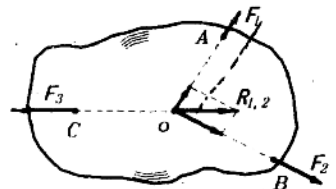


图 1-6

三力平衡汇交定理只说明了不平行的三力平衡的必要条件,而不是充分条件。它常用来确定刚体在不平行三力作用下平衡时,其中某一未知力的作用线。

汇交平衡

六、公理四(作用和反作用定律)

两物体相互作用的作用力和反作用力,总是大小相等、方向相反,沿着同一直线,分别而且同时作用在这两个物体上。

这个公理概括了自然界的物体相互作用力的定量关系,表明一切力总是以作用力与反作用力的形式成对产生的。它是研究物体系统平衡问题的基础。注意公理一和公理四的区别在于:公理一的二力作用在同一物体上,而公理四中的二力分别作用于不同的物体上。因此,不能认为作用力与反作用力相互平衡,组成平衡力系。在分析物体受力时,必须明确每个力的施力物体和受力物体。

七、公理五(刚化公理)

变形体在某力系作用下平衡,如将此变形体刚化为刚体,则其平衡状态不变。

这个公理指出,刚体的平衡条件,对于变形体的平衡来说也是必要的。因此,可将刚体的平衡条件,应用到变形体的平衡问题中去,从而扩大了刚体静力学的应用范围,这对于弹性体静力学和流体静力学有着重要的意义。

必须指出,刚体平衡的必要与充分条件,只是变形体平衡的必要条件,而非充分条件。例如,柔绳在等值,反向、共线的两个拉力 T_1 和 T_2 作用下处于平衡,如将此条绳刚化为刚体,则平衡状态保持不变(图 1-7)。而柔绳在两个等值、反向、共线的压力 T_3 和 T_4 作

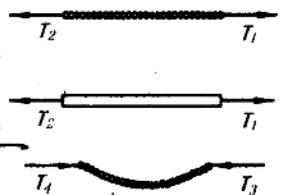


图 1-7