



登教育集团课堂用书
聚骄公司全心专业设计



传承辉煌的历史

2010版

开启成功的未来

考研数学 轻巧手册

陈文灯 黄先开 编著

(经济类)

来自尖子生的一本高度总结核心题型、重要考点、
公式定理、方法和技巧的课堂学习笔记

世界图书出版公司



文登教育集团课堂用
聚骄公司全心专业设计

来自尖子生的一本高度总结核心题型

013/317

:2010(2)

2009

传承辉煌的历史

2010版

开启成功的未来

考研数学 轻巧手册

陈文灯 黄先开 编著

(经济类)

世界图书出版公司

图书在版编目(CIP)数据

考研数学轻巧手册. 经济类/陈文灯等编著. —北京: 世界图书出版公司北京公司, 2001. 10 (2009, 修订)

ISBN 978—7—5062—4338—4

I. 数… II. 陈… III. 高等数学—研究生—自学参考资料
IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 072076 号

考研数学轻巧手册(经济类)

主 编: 陈文灯 黄先开

责任编辑: 世 华

装帧设计: 余曙敏

出 版: 世界图书出版公司北京公司

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(北京朝内大街 137 号 邮编: 100010 电话: 88861708)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 三河市文昌印装厂

开 本: 787×1092 毫米 1/32

印 张: 5.25

字 数: 156 千字

版 次: 2009 年 3 月第 4 版 2009 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978—7—5062—4338—4/O · 330

定价: 9.50

服务热线 010—88861708

前言

“得数学者得天下”，考研数学满分 150 分说明了一切。我在文登学校近十年的考研辅导中，直接接触或面对了很多考生，我的结论是：数学获高分并不只是“智者”的专利。每年，广大考生们几乎把愚著《数学复习指南》当作“准教材”在备考中使用，这使我倍感欣慰，同时也倍感压力与责任。

为了适应新的更加激烈的考研形势，我们在《复习指南》的基础上编写了其浓缩精华版——《数学轻松手册》。对《复习指南》各重要知识点、考点进行有机“串联”，总结归纳出考研数学中经常出现的核心题型、解题技巧、必背公式等，帮助考生在中后期复习阶段梳理思路，理解记忆，轻松应对考研。

本书根据《2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》编写。包括考研数学综述、核心题型串讲、专项突破、解题技巧荟萃、数学必背公式五个部分，具体内容安排如下：

◎【考研数学综述】

阐述考研数学的命题原则、试卷分类及适用的专业；分析说明考试大纲、考试内容及考试要求。

◎【核心题型串讲】

通过对历年真题的研究，归纳总结出 32 种核心题型，对每一种核心题型，分析其命题规律。给出近十年，特别是近三年的命题情况，使考生在较短时间内了解命题趋势，把握重点题型，做到有的放矢。

◎【专项突破】

函数方程的求解、不等式的证明、应用题、综合题等几个专项一直是考研数学的重头戏，在考试中所占的分值很高。通过对这几个专项不同解题技巧的学习，考生成绩将有一个质的飞跃。

◎【解题技巧荟萃】

归纳总结数学考试中常用到的解题技巧。考生通过对微积分快速解题型、变量代换法、辅助函数法、单项选择题的解题技巧的学习,可迅速拔高快速、准确、灵活的解题能力。

◎【数学必背公式】

牢记重要的定理和公式不仅可以使考生应试时节省“追忆”“推演”的时间,同时也可少犯错用定理、公式的错误。

本书适合读者在看完《数学复习指南》后作复习总结之用,也可在平时或临考前当作“背诵手册”之用,希望读者在看完本书后,对数学有全新认识的同时,数学成绩也有质的飞跃。

陈文灯

目录

考研数学综述

- 第1讲 第一部分 考研数学命题说明 1讲 1讲
第2讲 数学试卷分类及适用专业说明 2讲 2讲
第3讲 数学三考试大纲说明 2讲 2讲

第二部分 核心题型串讲

- 第1讲 微积分 14
四种思维定势 15
命题规律分析及十六种核心题型 19
第2讲 线性代数 34
八种思维定势 34
命题规律分析及九种核心题型 40
第3讲 概率论与数理统计 49
九种思维定势 49
命题规律分析及七种核心题型 56

第三部分 专项突破

- 第1讲 函数方程的求解 64
第2讲 等式与不等式的证明 68
第3讲 经济应用专题 72
第4讲 综合题 79

第四部分 解题技巧荟萃

- 第1讲 微积分中的快速解题方法 97
第2讲 单项选择题的解题技巧 120
第3讲 常用的变量替换 126
第4讲 辅助函数作法技巧综述 141

第一部分 考研数学综述



考研数学命题说明

1. 考试性质

实行全国硕士研究生入学统一考试是目前我国招收研究生的主要方法,是评价考生能力水平的主要手段. 硕士研究生入学统一考试的科目一般有四科:政治、外语(英、日、俄)、一门专业课,其中,政治、外语实行全国统考,专业课及部分专业基础课由招生学校组织命题考试. 从1987年开始,工学、经济学各专业的专业基础课数学实行全国统一命题考试. 从1999年开始,管理学门类的各学科、专业也统考数学,这项考试称为全国硕士研究生入学数学统一考试.

全国硕士研究生入学数学考试是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生而实施的具有选拔功能的水平考试. 它的指导思想是既要有利于国家高层次人才的选拔,也要有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高.

为了体现工学、经济学、管理学不同学科专业对硕士研究生入学应具备的数学知识和能力的不同要求,数学考试分为三个卷种,即数学一、数学二和数学三. 数学一适合于对数学要求较高的工学各专业,数学二适合于对数学要求较低的工学相关专业,数学三适合经济学与管理学科各专业.

2. 命题的基本原则

① 严格按照教育部当年颁布《全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》规定的考试内容和考试要求进行命题.

② 试题以考查数学的基本概念、基本方法和基本原理为主,在此基础上加强对考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力、空间想象能力和综合运用所学知识解决实际问题的能力考查.



- ③ 试题编制要符合各种题型编制原则.
- ④ 保持历年试题难度的稳定.
- ⑤ 试题编制应科学、公正、规范.

3. 考试方法和考试时间

全国硕士研究生入学数学考试采用闭卷、笔试形式,考试时间为 180 分钟.



数学试卷分类及适用专业说明

根据工学、经济学、管理学各学科和专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的不同要求,将数学统考试卷分为数学一、数学二、数学三,每种试卷适用的招生专业如下:

☆ 须使用数学三的招生专业

- ① 经济学门类中的应用经济学学科中统计学、数量经济学等专业;
- ② 管理学门类中的工商管理学科中企业管理、技术经济及管理等专业;
- ③ 授管理学学位的管理科学与工程学科.



数学三考试大纲说明

考试科目

微积分、线性代数、概率论与数理统计

一、微积分

1. 函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形 初等函数 函数关系的建立

数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右

极限无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

(1) 理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系.

(2) 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.

(3) 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.

(4) 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.

(5) 了解数列极限和函数极限(包括左极限与右极限)的概念.

(6) 了解极限的性质与极限存在的两个准则,掌握极限的四则运算法则,掌握利用两个重要极限求极限的方法.

(7) 理解无穷小量的概念和基本性质,掌握无穷小量的比较方法.了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.

(8) 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.

(9) 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

2. 一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和经济意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线与法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数和隐函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式不变性 微分中值定理 洛必达(L'Hospital)法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数

图形的描绘 函数的最大值与最小值

考试要求

(1) 理解导数的概念及可导性与连续性之间的关系,了解导数的几何意义与经济意义(含边际与弹性的概念),会求平面曲线的切线方程和法线方程.

(2) 掌握基本初等函数的导数公式、导数的四则运算法则及复合函数的求导法则,会求分段函数的导数,会求反函数与隐函数的导数.

(3) 了解高阶导数的概念,会求简单函数的高阶导数.

(4) 了解微分的概念,导数与微分之间的关系以及一阶微分形式的不变性,会求函数的微分.

(5) 理解罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理、了解泰勒(Taylor)定理、柯西(Cauchy)中值定理,掌握这四个定理的简单应用.

(6) 会用洛必达法则求极限.

(7) 掌握函数单调性的判别方法,了解函数极值的概念,掌握函数极值、最大值和最小值的求法及其应用.

(8) 会用导数判断函数图形的凹凸性(注:在区间 (a, b) 内,设函数 $f(x)$ 具有二阶导数,当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的;当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的),会求函数图形的拐点和渐近线.

(9) 会描绘简单函数的图形.

3. 一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿—莱布尼茨(Newton—Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 反常(广义)积分 定积分的应用

考试要求

(1) 理解原函数与不定积分的概念,掌握不定积分的基本性质和基本积分公式,掌握不定积分的换元积分法与分部积分法.

(2) 了解定积分的概念和基本性质,了解定积分中值定理,

理解积分上限的函数并会求它的导数,掌握牛顿—莱布尼茨公式以及定积分的换元积分法和分部积分法.

(3) 会利用定积分计算平面图形的面积、旋转体的体积和函数的平均值,会利用定积分求解简单的经济应用问题.

(4) 了解反常积分的概念,会计算反常积分.

4. 多元函数微分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续的概念 有界闭区域上二元连续函数的性质 多元函数偏导数的概念与计算 多元复合函数的求导法与隐函数求导法 二阶偏导数 全微分 多元函数的极值和条件极值、最大值和最小值 二重积分的概念、基本性质和计算 无界区域上简单的反常二重积分

考试要求

(1) 了解多元函数的概念,了解二元函数的几何意义.

(2) 了解二元函数的极限与连续的概念,了解有界闭区域上二元连续函数的性质.

(3) 了解多元函数偏导数与全微分的概念,会求多元复合函数一阶、二阶偏导数,会求全微分,会求多元隐函数的偏导数.

(4) 了解多元函数极值和条件极值的概念,掌握多元函数极值存在的必要条件,了解二元函数极值存在的充分条件,会求二元函数的极值,会用拉格朗日乘数法求条件极值,会求简单多元函数的最大值和最小值,并会解决某些简单的应用问题.

(5) 了解二重积分的概念与基本性质,掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标). 了解无界区域上较简单的反常二重积分并会计算.

5. 无穷级数

考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念
级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数及其收敛性
正项级数收敛性的判别法 任意项级数的绝对收



敛与条件收敛 交错级数与莱布尼茨定理 幂级数及其收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式.

考试要求

- (1) 了解级数的收敛与发散、收敛级数的和的概念.
- (2) 了解级数的基本性质及级数收敛的必要条件. 掌握几何级数及 p 级数的收敛与发散的条件. 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法.
- (3) 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系. 了解交错级数的莱布尼茨判别法.
- (4) 会求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域.
- (5) 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分), 会求简单幂级数在其收敛区间内的和函数.
- (6) 了解 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 与 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林(Maclaurin) 展开式.

6. 常微分方程与差分方程

考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程及简单的非齐次线性微分方程 差分与差分方程的概念 差分方程的通解与特解 一阶常系数线性差分方程 微分方程的简单应用

考试要求

- (1) 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念.
- (2) 掌握变量可分离的微分方程、齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法.
- (3) 会解二阶常系数齐次线性微分方程.
- (4) 了解线性微分方程解的性质及解的结构定理, 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程.

- (5) 了解差分与差分方程及其通解与特解等概念.
- (6) 了解一阶常系数线性差分方程的求解方法.
- (7) 会用微分方程求解简单的经济应用问题.

二、线性代数

1. 行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质 行列式按行(列)展开定理

考试要求

- (1) 了解行列式的概念,掌握行列式的性质.
- (2) 会应用行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式.

2. 矩阵

考试内容

矩阵的概念 矩阵的线性运算 矩阵的乘法 方阵的幂
方阵乘积的行列式 矩阵的转置 逆矩阵的概念和性质
矩阵可逆的充分必要条件 伴随矩阵 矩阵的初等变换 初等矩阵 矩阵的秩 矩阵的等价 分块矩阵及其运算

考试要求

- (1) 理解矩阵的概念,了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵的定义及性质,了解对称矩阵、反对称矩阵及正交矩阵等的定义和性质.
- (2) 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律,了解方阵的幂与方阵乘积的行列式的性质.
- (3) 理解逆矩阵的概念,掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充分必要条件,理解伴随矩阵的概念,会用伴随矩阵求逆矩阵.
- (4) 了解矩阵的初等变换和初等矩阵及矩阵等价的定义,理解矩阵的秩的概念,掌握用初等变换求矩阵的逆矩阵和秩的方法.
- (5) 了解分块矩阵的概念,掌握分块矩阵的运算法则.



3. 向量

考试内容

向量的概念 向量的线性组合与线性表示 向量组的线性相关与线性无关 向量组的极大线性无关组 等价向量组 向量组的秩 向量组的秩与矩阵的秩之间的关系 向量的内积 线性无关向量组的正交规范化方法

考试要求

- (1) 了解向量的概念,掌握向量的加法和数乘运算法则.
- (2) 理解向量的线性组合与线性表示、向量组线性相关、线性无关等概念,掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法.
- (3) 理解向量组的极大线性无关组的概念,会求向量组的极大线性无关组及秩.
- (4) 理解向量组等价的概念,理解矩阵的秩与其行(列)向量组的秩之间的关系.
- (5) 了解内积的概念,掌握线性无关向量组正交规范化的施密特(Schmidt)方法.

4. 线性方程组

考试内容

线性方程组的克莱姆(Cramer)法则 线性方程组有解和无解的判定 齐次线性方程组的基础解系和通解 非齐次线性方程组的解与相应的齐次线性方程组(导出组)的解之间的关系 非齐次线性方程组的通解

考试要求

- (1) 会用克莱姆法则解线性方程组.
- (2) 掌握非齐次线性方程组有解和无解的判定方法.
- (3) 理解齐次线性方程组的基础解系的概念,掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法.
- (4) 理解非齐次线性方程组解的结构及通解的概念.
- (5) 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法.

5. 矩阵的特征值和特征向量

考试内容

矩阵的特征值和特征向量的概念、性质 相似矩阵的概念及性质 矩阵可相似对角化的充分必要条件及相似对角矩阵 实对称矩阵的特征值和特征向量及相似对角矩阵

考试要求

(1) 理解矩阵的特征值、特征向量的概念,掌握矩阵特征值的性质,掌握求矩阵特征值和特征向量的方法.

(2) 理解矩阵相似的概念,掌握相似矩阵的性质,了解矩阵可相似对角化的充分必要条件,掌握将矩阵化为相似对角矩阵的方法.

(3) 掌握实对称矩阵的特征值和特征向量的性质.

6. 二次型

考试内容

二次型及其矩阵表示 合同变换与合同矩阵 二次型的秩 惯性定理 二次型的标准形和规范形 用正交变换和配方法化二次型为标准型 二次型及其矩阵的正定性

考试要求

(1) 了解二次型的概念,会用矩阵形式表示二次型,了解合同变换和合同矩阵的概念.

(2) 了解二次型的秩的概念,了解二次型的标准形、规范形等概念,了解惯性定理,会用正交变换和配方法化二次型为标准形.

(3) 理解正定二次型、正定矩阵的概念,并掌握其判别法.

三、概率论与数理统计

1. 随机事件和概率

考试内容

随机事件与样本空间 事件的关系与运算 完备事件组 概率的概念 概率的基本性质 古典型概率 几何型概率 条件概率 概率的基本公式 事件的独立性 独立重复试验



考试要求

(1) 了解样本空间(基本事件空间)的概念,理解随机事件的概念,掌握事件的关系及运算.

(2) 理解概率、条件概率的概念,掌握概率的基本性质,会计算古典型概率和几何型概率,掌握概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯(Bayes)公式等.

(3) 理解事件的独立性的概念,掌握用事件独立性进行概率计算;理解独立重复试验的概念,掌握计算有关事件概率的方法.

2. 随机变量及其分布

考试内容

随机变量 随机变量的分布函数的概念及其性质 离散型随机变量的概率分布 连续型随机变量的概率密度 常见随机变量的分布 随机变量函数的分布

考试要求

(1) 理解随机变量的概念;理解分布函数

$$F(x) = P\{X \leq x\} (-\infty < x < +\infty)$$

的概念及性质;会计算与随机变量相联系的事件的概率.

(2) 理解离散型随机变量及其概率分布的概念,掌握 0-1 分布、二项分布 $B(n, p)$ 、几何分布、超几何分布、泊松(Poisson)分布 $P(\lambda)$ 及其应用.

(3) 掌握泊松定理的结论和应用条件,会用泊松分布近似表示二项分布.

(4) 理解连续型随机变量及其概率密度的概念,掌握均匀分布 $U(a, b)$ 、正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 、指数分布及其应用,其中参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布 $E(\lambda)$ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{若 } x > 0; \\ 0, & \text{若 } x \leq 0. \end{cases}$$

(5) 会求随机变量函数的分布.