


PHYSICS

物理学

第2版

(适用少学时专业)



主编 刘永胜
编者 徐力 吕江
康志泰 王莉华

 天津大学出版社
TIANJIN UNIVERSITY PRESS

物 理 学

(适用少学时专业)

第2版

主编 刘永胜
编者 徐 力 吕 江
康志泰 王莉华



天津大学出版社

TIANJIN UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书内容包括质点运动学、质点动力学、刚体定轴转动、气体分子动理论、热力学基础、静电场、静电场中的导体和电介质、恒定电流的磁场、电磁感应、机械振动、机械波、光的干涉、光的衍射、光的偏振、狭义相对论基础、近代物理初步。为了便于读者学习和掌握其中的内容,每一章前都提出了基本要求和学习重点。同时大部分章节还配有阅读材料,其中包括物理学史、名人传记和物理学在实际中的一些应用,让读者在学习过程中进一步了解物理学史以及物理学在实际中的一些应用。每章最后给出了在基本要求范围内的同步练习,同步练习分为思考题、选择题、填空题和计算题四种题型,并在书后给出了答案。本书配有辅导教材,在辅导教材中,有习题分析、同步练习题的详细解答。

本书可作高等院校非理工类和理工类少学时的本科学生大学物理教材,也可作成人教育、高职院校的教材和理工科学生的物理学自学教材。

图书在版编目(CIP)数据

物理学/刘永胜主编;徐力等编. —天津:天津大学出版社,2009.8

ISBN 978-7-5618-3083-3

I. 物… II. ①刘… ②徐… III. 物理学 IV. 04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 126095 号

出版发行 天津大学出版社
出版人 杨欢
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内(邮编:300072)
电 话 发行部:022-27403647 邮购部:022-27402742
网 址 www.tjup.com
印 刷 昌黎太阳红彩色印刷有限责任公司
经 销 全国各地新华书店
开 本 169mm × 239mm
印 张 22.5
字 数 480 千
版 次 2009 年 8 月第 2 版
印 次 2009 年 8 月第 1 次
印 数 1 - 5 000
定 价 36.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等质量问题,烦请向我社发行部门联系调换

版权所有 侵权必究

前 言

物理学不仅是一门基础课,同时也是一门科学素质培养的课程。高等院校的理工类少学时学生开设物理课,就是要在学习物理基本知识的同时,了解物理学史和物理学在各个领域的一些应用。通过物理学的学习和训练,能够客观地认识物质世界和物质的运动规律,培养科学的思维方法,树立科学发展观,提高分析问题和解决问题的能力,提高综合素质,为后续课程奠定良好的基础。

编写本书的过程中,作者根据多年对少学时理工类专业的教学体会,并征求了部分少学时物理课教师的意见,确定了本书编写的基本思路和特点。本书特点是:①有完整的基本内容体系;②对传统的章节和内容作了适当的调整和删减;③简化了一些理论的推导和论证过程;④每章给出了可供参考的基本要求和学习重点;⑤每章给出了阅读材料和同步练习。

本书配有辅导教材,在辅导教材中,给出了每章的基本概念和规律及基本要求,编写了典型例题、同步练习的习题解答、自测题、自测题答案。编写本书辅导教材的目的是辅助读者能够更好地理解和掌握本教材每一章的基本要求、基本概念和内容,以便更好地学好物理学。

本书适用于大学理工类物理学计划教学时数在 96 学时以下的少学时专业使用,也可作其他专业物理课的参考书。

参加编写的人员及分工为:徐力执笔第 1 章、第 2 章、第 3 章;王莉华执笔第 6 章、第 7 章、第 8 章、第 16 章;康志泰执笔第 10 章、第 11 章;吕江执笔第 12 章、第 13 章、第 14 章、第 15 章;刘永胜执笔第 4 章、第 5 章、第 9 章,并负责全书统稿。

本书聘请了天津大学陈宜生教授作为主审。在本书编写过程中陈宜生教授给予了大量的指导和帮助,在此表示感谢。

由于编者水平有限,书中缺点和错误很难避免,恳请读者给予指正。

编 者

2009 年 6 月

目 录

第 1 章 质点运动学	1
1.1 质点运动的描述	1
1.2 加速度为恒量时的质点运动	9
1.3 圆周运动	12
阅读材料	17
同步练习	18
第 2 章 质点动力学	21
2.1 牛顿运动定律	21
2.2 动量和动量守恒定律	25
2.3 功和能	29
阅读材料	37
同步练习	39
第 3 章 刚体定轴转动	43
3.1 刚体定轴转动的运动学	44
3.2 刚体定轴转动的动力学	46
阅读材料	61
同步练习	62
第 4 章 气体分子动理论	66
4.1 理想气体	66
4.2 理想气体的压强和温度	68
4.3 分子能量按自由度均分定理	71
4.4 麦克斯韦气体分子速率分布律	73
4.5 气体分子的平均自由程	76
同步练习	78
第 5 章 热力学基础	82
5.1 准静态过程 功	82
5.2 热力学第一定律及其在等值过程中的应用	84
5.3 理想气体的绝热过程	90
5.4 循环	92
5.5 热力学第二定律	98
阅读材料	100
同步练习	102

第6章 静电场	107
6.1 电荷	107
6.2 库仑定律与叠加原理	109
6.3 静电场和电场强度	110
6.4 电场强度的计算	111
6.5 电场强度通量与高斯定理	116
6.6 静电场力的功 电势	123
6.7 等势面 场强与电势的关系	127
阅读材料	130
同步练习	133
第7章 静电场中的导体和电介质	138
7.1 静电场中的导体	138
7.2 静电场中的电介质	144
7.3 电容和电容器	147
7.4 静电场的能量	150
阅读材料	151
同步练习	153
第8章 恒定电流的磁场	157
8.1 恒定电流	157
8.2 磁场 磁感应强度	161
8.3 电流的磁场	162
8.4 磁通量 磁场中的高斯定理	167
8.5 安培环路定律	169
8.6 磁场对运动电荷的作用——洛伦兹力	170
8.7 磁场对电流的作用	171
8.8 磁场中的磁介质	173
阅读材料	176
同步练习	180
第9章 电磁感应	186
9.1 法拉第电磁感应定律	186
9.2 动生电动势	188
9.3 感生电动势和感应电场	190
9.4 互感	191
9.5 自感	193
9.6 磁场的能量	194
阅读材料	195
同步练习	198

第 10 章 机械振动	203
10.1 简谐振动	203
10.2 简谐振动的合成	210
阅读材料	217
同步练习	219
第 11 章 机械波	223
11.1 机械波的一般概念	223
11.2 平面简谐波方程	226
11.3 波的能量 能流密度	229
11.4 惠更斯原理 波的衍射	232
11.5 波的叠加与干涉 驻波	233
阅读材料	239
同步练习	240
第 12 章 光的干涉	246
12.1 相干光的获得	246
12.2 光程	247
12.3 杨氏双缝干涉	249
12.4 薄膜干涉	252
12.5 迈克耳孙干涉仪	257
同步练习	259
第 13 章 光的衍射	262
13.1 惠更斯-菲涅尔原理	263
13.2 单缝夫琅禾费衍射	264
13.3 圆孔衍射 光学仪器分辨率	267
13.4 光栅衍射	269
13.5 X 射线的布拉格衍射	273
阅读材料	276
同步练习	277
第 14 章 光的偏振	280
14.1 自然光与偏振光	280
14.2 起偏与检偏 马吕斯定律	282
14.3 反射光和折射光的偏振	284
阅读材料	286
同步练习	290
第 15 章 狭义相对论基础	293
15.1 经典力学时空观 伽利略变换	294
15.2 狭义相对论时空观 洛伦兹变换	296

15.3 相对论动力学·····	305
阅读材料·····	307
同步练习·····	308
第16章 量子物理初步 ·····	310
16.1 热辐射 普朗克的能量子假设·····	310
16.2 光电效应·····	315
16.3 康普顿效应·····	320
16.4 氢原子光谱实验 玻尔理论·····	323
阅读材料·····	332
同步练习·····	336
同步练习答案 ·····	340
附录 物理学常量表 ·····	350
参考文献 ·····	351

第1章 质点运动学

基本要求

1. 熟悉描述质点运动物理量的定义及其矢量性、相对性和瞬时性。
2. 掌握运动方程的物理意义,会用微积分方法求解一维运动学的两类问题。
3. 理解平面抛体运动和圆周运动的规律;掌握圆周运动的角速度、角加速度、切向加速度、法向加速度的简单计算。
4. 了解经典力学时空观的局限性。

学习重点

1. 描述质点运动及运动变化的4个基本物理量的概念。
2. 描述质点运动全过程的运动方程。

力学是研究物质机械运动的学科。机械运动是指物体之间或物体各部分之间空间相对位置的变化,它是物质各种运动形式中最普通、最简单又最基本的形式。机械运动存在于一切其他高级运动形式之中,所以力学是整个物理学的基础,也是工程技术的理论基础。

力学以牛顿运动定律为基础,研究宏观物体的低速(远小于光速的)运动的客观规律,亦称经典力学,或牛顿力学。

牛顿力学一般分为三个部分。

①运动学,研究如何描述物体的空间位置随时间的变化,仅关心物体的运动状态,而不涉及运动状态改变的原因。

②动力学,研究物体间相互作用(力)对物体运动的影响和所遵循的规律。

③静力学,研究物体的平衡问题。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 参照系和坐标系

1.1.1.1 参照系

物体的机械运动是指它的位置随时间的改变。位置总是相对的,这就说明任何一个物体的位置总是相对于其他物体或物体系来确定的,这个被选作参照的其他物体或物体系称为参照系。如图1-1所示,一棵树,

人站在地面看,它是静止的;坐在运动的汽车上看,它在运动。树究竟是静止的还是运动的呢?运动是绝对的,而运动的描述是相对的。因此,当研究某一物体的运动时,必须具体指明运动是相对于哪一个物体而言的。



图 1-1 参照系

一般来说,甲对乙运动,甲就是运动物体,乙就是参照系。例如,研究月亮相对于地球的运动,月亮是运动物体,地球就是参照系;若研究月亮相对于太阳的运动,太阳就可以定为参照系。

通常,同一物体的运动相对于不同的参照系可以作出不同的描述。例如:一自由落体的运动,在地面参照系中观察时,它是竖直向下的直线运动;如果在近旁驶过的车厢内观察,即以一行进的车厢为参照系,则物体将作曲线运动。物体的运动形式随参照系的不同而不同,这个事实就是**运动描述的相对性**。由于运动描述的相对性,在确定一个物体的运动时必须指明是相对于哪个参照系来说的。宇宙中的所有物体都处于永不停止的运动中,这就是**运动的绝对性**。

1.1.1.2 坐标系

为了对物体的位置及运动状态进行定量描述,还必须在参照系上建立合适的坐标系,这样物体在某时刻的位置就可以用坐标表示,将位置与数学联系起来。在参照系上取一点作为坐标原点,架上有刻度的坐标轴就建起坐标系了。

坐标系的选取要看问题的性质和研究的方便,最常见的坐标系有直角坐标系、极坐标系、自然坐标系等。一般情况下,平面运动选用直角坐标 (x, y) 、极坐标 (r, θ) ;三维运动选用直角坐标 (x, y, z) 、球坐标 (r, θ, φ) 及柱坐标 (r, θ, z) 。

1.1.2 质点和刚体模型

1.1.2.1 质点

实际物体都有一定的大小和形状。当物体运动时,一般说来,物体上各点的运动状态是不相同的。但是,如果物体的大小和形状在所研究的问题中不起作用或作用很小,就可以忽略物体的大小和形状,而把物体抽象为只有质量的几何点,这样的研究对象在力学中称为**质点**。

应当指出,一个物体能否看成质点,不是依物体的大小而定,而是依问题的性质和具体情况而定。一般来说,在所研究的问题中,若可以不考虑物体的转动和形变,不涉及物体各部分间的相对运动,均可把它当作质点来处理。例如,当研究地球绕太阳公转时,地球的平均半径虽然大到6370 km,但是它与地球和太阳之间的平均距离(约为 1.5×10^8 km)相比是微不足道的,此时地球上各点的运动状态的差别完全可以忽略不计,因此可以把地球当作质点来处理。但是在研究地球的自转时,就必须考虑其大小和形状,不能将其看成质点了。在另一些问题中,例如研究刚体、流体、弹性体的运动时,虽然不能把整个研究对象看作质点,但可以把它们当作是由大量质点所组成的,通过研究各质点的运动规律,也就可以了解整个研究对象的运动规律。因此,研究质点的运动规律也是研究一般物体运动规律的基础。

1.1.2.2 刚体

刚体是力学中另一个十分有用的理想模型。实验证明,任何物体在受到力的作用时,都将发生不同程度的形变,例如汽车驶过桥梁时,桥墩将发生压缩和弯曲变形,对固体而言,通常这种变形非常微小。如果在研究的问题中,物体受力而发生的微小形变是次要因素,以致忽略这种形变而不影响问题的研究时,则可把该物体看成在外力的作用下保持其大小、形状不变。这种在力的作用下,大小和形状都保持不变的物体称为**刚体**。

实际上物体总有一定的大小,没有真正的质点;物体受力,总要发生形变,因而也没有真正的刚体。在物理研究中,为了便于抓住本质,解决问题,常在科学分析的基础上,引入像**质点**、**刚体**这样的理想模型,以对理想模型的研究代替对实际物体的研究,这是物理学中常用的研究方法。至于理想模型能否较好地反映客观实际,在什么条件下可以用这种理想模型,则必须通过实践来检验和确定。

在力学中,质点和刚体是实际物体简化的理想模型,研究一个物体的运动时究竟把它简化为一个什么样的理想模型取决于所要研究的问题的性质。本章从研究质点运动规律着手,逐步过渡到刚体和实际物体。为描述质点运动,需引入下列物理量。

1.1.3 位置矢量和运动方程

为了确定质点在坐标系中的位置,需要引入位置矢量。如图1-2所示质点的位置 P 点,可以用直角坐标系中的三个坐标 x, y, z 确定。如果从原点 O 向 P 点作有向线段 r ,显然,有向线段 r 与 P 点的位置 (x, y, z) 有一一对应的关系。因此可以借用从参考点 O 到 P 的有向线段 r 来表示 P 点的位置, r 称为 P 点的**位置矢量**。若以 i, j, k 分别表示沿 X, Y, Z 轴的单位矢量,则在直角坐标系中, P 点的位置矢量为

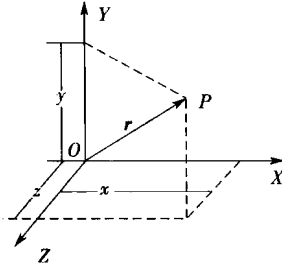


图 1-2 位置矢量

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1-1)$$

质点运动时,质点的坐标 x, y, z 及位置矢量 \mathbf{r} 是随时间变化的,因此它们都是时间 t 的函数,即

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$$

上式称为质点的运动方程。或用其分量式表示为

$$x = x(t), y = y(t), z = z(t)$$

某一时刻 \mathbf{r} 的大小和方向也可分别用其模和方向余弦来表示,即

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}$$

$$\cos \beta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \gamma = \frac{z}{r}$$

式中, α, β, γ 分别表示位置矢量 \mathbf{r} 与 X, Y, Z 轴正方向的夹角,而且满足

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

故只有两个夹角是独立的。

质点的空间位置一般需要由三个坐标来确定,缺一不可。如上述中的直角坐标 x, y, z 或 r, α, β 。因此,质点在空间的运动是三维运动。

若质点的运动限于某一个平面内,质点的位置只需要用两个坐标来确定,故平面运动是二维运动。可以将 X, Y 坐标平面建立在质点运动的平面上,质点位置矢量的 z 分量恒为 0,运动方程的分量表达式即被简化为

$$x = x(t), y = y(t)$$

若质点作直线运动,仅需要用—个坐标来确定质点的位置,故称为—维运动,运动方程将简化为

$$x = x(t)$$

在直线运动中,质点的位移、速度、加速度等物理量的方向可用数值的正、负来表示。在国际单位制(SI)中,位置矢量的单位为米,用符号 m 表示。

运动的质点在空间所经过的路径称为轨道,质点的运动轨道为直线时,称为**直线运动**;运动轨道为曲线时称为**曲线运动**,从运动方程中消去时间参量 t 就可以得到轨道方程。

1.1.4 位移、速度、加速度

1.1.4.1 位移

当质点运动时,其位置矢量发生变化,这个变化用位移来描述。位移是描述质点位置改变的物理量。如图 1-3 所示,沿某空间轨道运动的质点在 t 时刻位于 A 点,在 $t + \Delta t$ 时刻位于 B 点。在 Δt 时间内,该质点位置的改变可以用其位置矢量的增量来描述,称为质点在 Δt 时间内的位移,记作 $\Delta \mathbf{r}$,

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \quad (1-2)$$

其中

$$\mathbf{r}_A = x_A \mathbf{i} + y_A \mathbf{j}, \mathbf{r}_B = x_B \mathbf{i} + y_B \mathbf{j}$$

故

$$\Delta \mathbf{r} = (x_B - x_A) \mathbf{i} + (y_B - y_A) \mathbf{j}$$

在国际单位制中,位移的单位是米,用符号 m 表示。

这里必须指出的是,位移并非路程。一般讲,质点在 Δt 时间内沿着路径走过的路程 Δs 与其位移矢量的大小 $|\Delta \mathbf{r}|$ 之间没有确定的关系。只有当 $|\Delta \mathbf{r}| \rightarrow 0$ 的极限情形下,它们才趋近于相等,即 $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta s = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} |\Delta \mathbf{r}|$, 或 $ds = |d\mathbf{r}|$ 。

1.1.4.2 速度和速率

速度是描述质点运动快慢和方向的物理量。位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与时间间隔 Δt 的比值表示 Δt 时间内位置矢量的平均变化率,称为质点在 Δt 时间内的**平均速度**, 写为

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-3)$$

平均速度矢量的方向与位移矢量的方向一致,其大小为

$$|\bar{\mathbf{v}}| = \left| \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

这里特别要提到与之容易混淆的另一个概念,即**平均速率**。**平均速率**表示的是路程随时间的变化率,即

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1-4)$$

因此平均速率不等于平均速度的大小。

例如一个质点沿着半径为 R 的圆周运动,当它运动一周后,用了时间间隔 T 秒,则在这段时间间隔中,其平均速度为零,而平均速率却不为零。

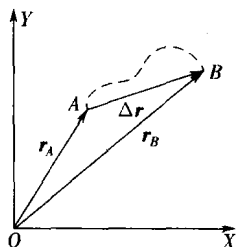


图 1-3 位移矢量

通常情况下,在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,上述平均速度的极限表示 t 时刻位置矢量的瞬时变化率,称为质点在 t 时刻的**瞬时速度**,记为

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad (1-5)$$

质点的瞬时速度即为其位置矢量对时间的一阶导数。显然,速度的方向就是 t 时刻质点所在处轨道曲线的切线方向。在国际制单位中,速度的单位是米·秒⁻¹,符号为 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 。

瞬时速度的大小称为**瞬时速率**,记为 v ,

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left| \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \right| = \frac{|d\boldsymbol{r}|}{dt} = \frac{ds}{dt} \quad (1-6)$$

在直角坐标系中,速度可表示为

$$\boldsymbol{v} = \frac{d}{dt}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}) \quad (1-7a)$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} \quad (1-7b)$$

$$\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \quad (1-7c)$$

其分量式为

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt}$$

$$v_z = \frac{dz}{dt}$$

说明:由前面的定义可以看出,位置矢量可以确定质点当前位置,与坐标系选取的原点有关;而位移是位置矢量的变化量,它与坐标系选取的原点无关。

1.1.4.3 加速度

有了速度的概念,就可以用它来比较两物体运动的快慢和方向了。但速度一般也在变化,并且质点在轨道不同的位置时,它的速度大小和方向通常也是不相同的。因此为了比较物体运动变化的快慢和方向,需要引入加速度的概念。

若以 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t + \Delta t)$ 分别表示质点在 t 时刻和 $t + \Delta t$ 时刻的速度,如图 1-4 所示,则在 Δt 时间内的平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 由下式来定义:

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{v}(t + \Delta t) - \boldsymbol{v}(t)}{\Delta t} \quad (1-8)$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,此平均加速度的极限,即速度对时间的变化率,称为质点在 t 时刻的**瞬时加速度**(简称加速度),以 \boldsymbol{a} 表示,即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \quad (1-9)$$

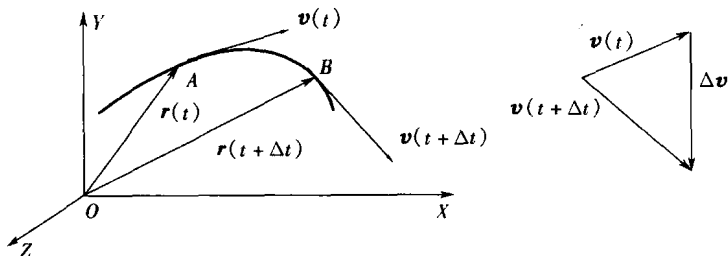


图 1-4 平均加速度

加速度等于速度对时间的一阶导数,或位置矢量对时间的二阶导数。加速度是矢量,其方向是在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,速度增量的极限方向。一般情况下,质点的加速度与速度在方向上并不一致,只有在直线运动中,它们的方向才在同一直线上,同向或反向。在 SI 制中,加速度的单位是米·秒⁻²,符号为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。将式(1-7)代入式(1-9),可得其直角坐标系的分量式:

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dv_z}{dt}\boldsymbol{k} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \quad (1-10)$$

加速度也是矢量,由于它是速度对时间的变化率,所以不管是速度的大小发生变化,还是速度的方向发生变化,都会产生加速度。

在定义速度和加速度时,都用到了求极限的方法,这种方法在物理学各部分中经常出现。求极限是人类对物体运动作定量描述时在准确程度上的一次重大飞跃。实际上极限概念是牛顿在 17 世纪对物体的运动作定量研究时提出的,可见微积分学的创立与对物体运动的定量研究是分不开的。微积分学是数学的一个重要分支,也是研究物理学不可缺少的重要工具。

说明:速度的方向是位移的方向,不是位置矢量的方向;加速度的方向是速度增量的方向,不一定是速度的方向,圆周运动就是例子。

已知 \boldsymbol{r} 可先求出 $\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$,再求得 $\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$,从而运用 $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ 求得 \boldsymbol{F} ;另外还可已知 \boldsymbol{a} ,通过积分求得 $\boldsymbol{v}(t)$ 、 $\boldsymbol{r}(t)$,这正是质点运动学的两大类问题:微分类问题和积分类问题。

积分类问题将在下一节讨论。

例题 1.1 已知质点运动方程为 $x = 2t$, $y = 19 - 2t^2$, 式中 x, y 以米计, t 以秒计,试求:

- (1) 轨道方程;
- (2) $t = 1 \text{ s}$ 时的速度和加速度;
- (3) 何时质点的位置矢量与速度矢量垂直?

解:(1) 联立运动方程,消去时间 t 得到轨道方程

$$y = 19 - \frac{1}{2}x^2$$

(2) 对运动方程求导, 得到任意时刻的速度

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 2$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -4t$$

对速度求导, 得到任意时刻的加速度

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -4 \end{cases}$$

将时间 $t = 1 \text{ s}$ 代入速度和加速度分量式中, 求出 $t = 1 \text{ s}$ 对应的速度和加速度

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 2 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -4 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{v} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} = 2\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$$

速度大小

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 4.47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

与 X 轴夹角

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) = -63^\circ 26'$$

加速度大小

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

方向与 Y 轴正方向相反。

(3) 质点位置矢量与速度矢量垂直的条件为

$$\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v} = 0$$

故

$$\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v} = (xi + yj) \cdot (v_x i + v_y j) = xv_x + yv_y = -72t + 8t^3 = 0$$

解得

$$t = 0, t = \pm 3 \text{ s}$$

将 $t = -3 \text{ s}$ 舍去, 所以质点位置矢量与速度矢量在 $t = 0$ 和 $t = 3 \text{ s}$ 时相互垂直。

例题 1.2 一人自原点出发, 在 25 s 内向东走 30 m , 而后又在 10 s 内向南走 10 m , 再于 15 s 内向正西北走 18 m 。求在这 50 s 内:

(1) 平均速度的大小和方向;

(2) 平均速率的大小。

解: (1) 如图 1-5 所示

$$\begin{aligned}\vec{OC} &= \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} \\ &= 30\mathbf{i} + (-10\mathbf{j}) \\ &\quad + 18(-\cos 45^\circ\mathbf{i} + \sin 45^\circ\mathbf{j}) \\ &= 17.27\mathbf{i} + 2.73\mathbf{j} \\ |\vec{OC}| &= 17.48 \text{ m}\end{aligned}$$

方向 $\phi = 8.98^\circ$ (东偏北)。

$$|\bar{v}| = |\Delta\mathbf{r}/\Delta t| = |\vec{OC}/\Delta t| = 0.35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

方向东偏北 8.98°

(2) (路程) $\Delta s = 30 + 10 + 18 = 58 \text{ m}$, $\bar{v} = \Delta s/\Delta t = 1.16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

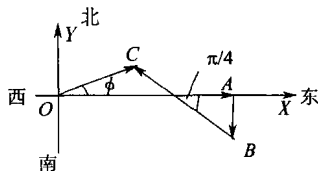


图 1-5 例题 1.2 图

例题 1.3 如图 1-6 所示, 设绳的原长为 l_0 , 人以匀速 v_0 拉绳子, 试写出小船的运动学方程。

解: 建立如图所示的 Ox 坐标轴, $t=0$ 时, 绳长为 $l_0 - v_0 t$; 此时船的坐标是:

$$x = \sqrt{(l_0 - v_0 t)^2 - H^2}$$

上式即为小船的运动学方程, 它指出小船的位置 x 随时间 t 的变化规律。

利用式(1-7)可得

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{(l_0 - v_0 t)v_0}{\sqrt{(l_0 - v_0 t)^2 - H^2}}$$

负号表示速度方向与 X 轴正向相反。

1.2 加速度为恒量时的质点运动

一般来说, 质点运动时其加速度会随时间而改变, 但在有些情况下, 质点的加速度可以是恒定的, 即其大小和方向都不随时间而改变, 如质点在地球表面附近运动、电荷在均匀电场中的运动等, 都属于这种情况。

1.2.1 质点作匀加速直线运动

假设质点沿 x 轴作匀加速直线运动, 加速度 a 不随时间变化, 初始位置为 x_0 , 初速度为 v_0 , 则

$$a = \frac{dv}{dt}$$

所以

$$dv = a dt$$

对上式两边进行定积分可得