★★★★★

东方飞龙 EFdragon.com 考研最后冲刺 2004

DONGFANGFEILONG

考研数学命题预测

基础过关1800题

胡金德　1989—1997年数学命题小组组长　编

盛祥耀　1989—1995年数学命题小组组长

蔡燧林　1992—2000年数学命题组组长　著

陈　魁　著名考研辅导老师

策　划　东方飞龙

买《基础过关1800题》送《高分过关300题》

知识产权出版社

东方飞龙
EFdragon.com

东方飞龙 2004年 生
入学考试辅导班教材系 书

考研数学命题预测
基础过关1800题

胡金德 1937年10月生，清华大学数学科学系教授，长期从事大学工科数学教学，主编“考研命题预测试卷·数一、数二；工学硕士研究生入学考试数学复习指导”等多本考研辅导书。

1989年至1997年受国家教育部（国家教委）聘任为研究生入学考试数学命题组成员，北京市研究生数学试卷阅卷组负责人。

盛祥耀 1931年生，曾任清华大学教授，教育部全国工科院校数学指导委员会副主任，工科数学期刊编委会主任，现任北京市高校数学研究会副理事长，编著多部高等数学教材及教学参考书，其中有两部荣获国家教委优秀教材奖，曾多次参加并负责全国硕士研究生数学命题工作。

蔡燧林 1933年1月生，浙江大学数学系教授，曾任浙江大学数学系副主任，国家教委工科课程指导委员会委员，教育部（国家教委）考试中心1992年至2000年研究生入学考试数学命题组成员。长期从事大学工科数学教学并指导硕士研究生，获国家教委多项奖励，并荣获国务院颁发的政府特殊津贴。

龙十一政治系列	出版日期
《考研政治辅导讲稿》	已出
《考研政治经典文献导读》	10月
《龙十一点评历届考题》	已出
《考研政治单元预测》	已出
《考研政治命题预测试卷》	10月
《考研政治形势与政策命题规律及预测》	10月
《龙十一临考背诵手册》	11月
《龙十一最后五套题》	11月
索玉柱英语系列	
《考研英语阅读理解128篇精粹》	已出
《考研英语写作高分突破80篇》	已出
《考研英语命题预测试卷》（配磁带）	已出
《考研英语背诵热点范文30篇》（赠送本）	已出
《索玉柱最后五套题》	11月
胡金德数学系列	
《考研命题预测试卷·理工数学一》	已出
《考研命题预测试卷·理工数学二》	已出
《考研经济数学命题预测试卷》	已出
《胡金德最后四套题(理工类)》	11月
《胡金德最后四套题(经济类)》	11月
《考研数学命题预测基础过关1800题》	已出
《概率论与数理统计高分过关300题》（赠送本）	已出
于吉人西医系列	
《考研西医综合辅导讲稿》	已出
《于吉人点评历届考题》	已出
《考研西医综合命题预测试卷》	已出
《于吉人最后五套题》	11月
MBA入学系列	
《MBA联考英语阅读100篇精粹》	已出
《MBA联考英语阅读120篇精解》	已出
《MBA联考命题预测试卷·数学》	已出
《MBA联考命题预测试卷·英语》(配磁带)	已出
《MBA联考命题预测试卷·管理》	10月
《MBA联考命题预测试卷·逻辑》	已出

陈　魁　清华大学数学科学系教授，1936年1月生，1959年毕业于清华大学，留校任教，辅导考研班已10多年。多次参编考研班数学辅导教材，编写概率统计部分，主编教材有工科硕士应用数学系列教材之一《应用概率统计》及《试验设计与分析》均由清华大学出版社出版。1995年评为北京市优秀教师。

责任编辑：李　斯
封面设计：家仁工作室

ISBN 7-80011-475-9
9 787800 114755 >

ISBN 7-80011-475-9/G·053
定价：100.00元(共4册)

考研最后冲刺

考研数学命题预测
基础过关1800题

编　著　胡金德　1989～1997年数学命题小组组长
　　　　盛祥耀　1989～1995年数学命题小组组长
　　　　蔡燧林　1992～2000年数学命题组组长
　　　　陈　魁　著名考研辅导老师
策　划　东方飞龙

敬告读者

●凡购买本书的读者均可在原购书单位免费领取一本《概率论与数理统计高分过关300题》(胡金德等编著)。

●买一本《考研数学命题预测基础过关1800题》只能领取一本《概率论与数理统计高分过关300题》。

知识产权出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学命题预测/胡金德主编.
—北京:知识产权出版社,2003
考研最后冲刺
ISBN 7-80011-475-9

Ⅰ.考… Ⅱ.胡… Ⅲ.高等数学－研究生－入学考试－习题 Ⅳ.013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 019842 号

知识产权出版社出版发行
(北京市海淀区蓟门桥西土城路 6 号　邮编 100088)
北京市宏伟胶印厂印刷　新华书店北京发行所发行
2003 年 9 月第 1 版　2003 年 9 月第 1 次印刷
开本/787mm×1092mm　1/16　印张/70
总字数/120 千字
ISBN 7-80011-475-9/G·053
总定价:100.00 元(共四册)

前　言

数学在整个考研中占据150分的份额，在三门公共课中权重最大，因而对于总分的提高具有极其重要的作用。根据历年高分考生的经验，在复习迎考过程中，至少需要全面检测两次以上，一次在复习的前期，一次在复习的后期。所谓“全面检测”，即是根据数学大纲的要求对所有考核内容，从填空题、选择题、解答题和证明题等出题题型进行系统地“练习”。由于复习的后期时间紧迫，并不需要每道题都动手去做，可以采取以“看”为主结合“做”与“记”的方法，快速地“全面检测”，以达到事半功倍的目的。

■本书特点

◆针对性　完全针对考研数学设计题目。

◆全面性　根据最新大纲全面设计试题，且对于数一、数二、数三和数四的差别性在每部分都有提示。

◆权威性　本书的编撰者长期从事于清华大学、浙江大学等全国最著名高校的相关教学，并且曾长年担任考研数学的命题组组长及负责数学的阅卷工作，同时多年来一直在全国各地主讲考研数学，因而集命题、阅卷、辅导经验于一身，具有极高的权威性。

根据历年使用本书的考生的反馈意见，每年均有相当数目的考题能在本书中找到原形，或完全一致，或稍有变化。我们相信在2004年考研数学考试中，您肯定会感到有些题“似曾相识”，甚至“一见如故”。

编　者

2003年9月

目 录

第一部分 高等数学

第二部分 线性代数

第一部分

高 等 数 学

第一章　函数、极限、连续

一、填空题

1. 函数 $y=\sin 3x$ 的周期是________.
2. 函数 $y=\cos \pi x$ 的周期是________.
3. 函数 $y=\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{1}{3}x$ 的周期是________.
4. 函数 $y=\sqrt{1-2x}$ 的定义域是________.
5. 函数 $y=\sqrt{x^2-4x+3}$ 的定义域是________.
6. 函数 $y=\sqrt{\ln\frac{5x-x^2}{4}}$ 的定义域是________.
7. 函数 $\arcsin\frac{2x}{1+x^2}$ 的定义域是________.
8. 函数 $\lg(x^2-2x)$ 的定义域是________.
9. 函数 $\sqrt{16-x^2}+\sqrt{\sin x}$ 的定义域是________.
10. 设函数 $y=y(x)$ 是由方程 $x^2-\arccos y=\pi$ 所确定，则 $y=y(x)$ 的定义域是________.　$\arccos y\in[0,\pi]$
11. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，则 $f(x+a)+f(x-a)$ 的定义域是 $[a,1-a]$ $(a>0)$.
12. 设 $f(x)=\sin x$，$f(\varphi(x))=1-x^2$，则 $\varphi(x)$ 的定义域是 $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$
13. 设 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)=2^x+x-1$，则当 $x<0$ 时，$f(x)=$ $-2^{-x}+x+1$
14. 将函数 $f(x)=\sqrt[3]{1+x}$ 表示为一个奇函数与一个偶函数之和 $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x})+(\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{1-x})$
15. 设 $f(x)$ 以 1 为周期的函数，且在 $(0,1]$ 上的表达式
$$f(x)=\begin{cases}x, & x\in\left(0,\frac{2}{3}\right],\\ -x, & x\in\left(\frac{2}{3},1\right],\end{cases}$$
$x+k$　$(k,\frac{2}{3}+k]$
写出 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内的表达式 $-(x+k)$　$(\frac{2}{3}+k,1+k]$
16. 设 $f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$，则 $\overbrace{f\{f[f\cdots f(x)]\}}^{n}=$ $\frac{x}{\sqrt{1+nx^2}}$.
17. 设 $f(x)=\frac{x+|x|}{2}$，$\varphi(x)=\begin{cases}x, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant 0.\end{cases}$ 则 $\varphi(f(x))=$ $\begin{cases}0 & x<0\\ x^2 & x\geqslant 0\end{cases}$
18. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x(x^2-1)^5}{(x-1)^4(2+3x)^7}=$ $\frac{1}{3^7}$.
19. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+5}-\sqrt{5}}{x}=$ 0.　$\frac{x}{\sqrt{x^2+5}+\sqrt{5}}$
20. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}=$ $\sqrt{2}$.　$\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}+1}$
21. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan kx}{x}=$ k.（k 为常数）
22. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin\frac{2}{5}x}{\sin\frac{1}{3}x}=$ $\frac{6}{5}$.
23. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{-2x}-1}{x}=$ -2.
24. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\arcsin 2x}{\ln(1-x)}=$ -2.
25. $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin x}{1-\left(\frac{x}{\pi}\right)^2}=$ $\frac{\pi}{2}$ × $\frac{\pi}{2}$
26. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}{\sin^2 2x}=$ $\frac{1}{16\sqrt{2}}$.
27. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{3x}=$ e^6.
28. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1}=$ e^6.　$\frac{x+1}{x-2}=1+\frac{1}{t}=\frac{t+1}{t}$　$x=3t+2$
29. $\lim\limits_{x\to+\infty}x[\ln(x+a)-\ln x]=$ a.（a 为常数）
30. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n-1}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n})=$ $\frac{3}{2}$.
31. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos(a+x)-\cos(a-x)}{x}=$ $-2\sin a$.
32. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}=$ 2.
33. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x(1-\cos x)}{\tan x\ \ln(1+x^2)}=$ $\frac{1}{2}$.
34. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(a+x)-\ln a}{x}=$ $\frac{1}{a}$.
35. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{\cos 2x}}{\tan^2\frac{x}{2}}=$ 6.
36. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)=$ -1.　$\frac{-(x^2+x-2)}{(x-1)(x^2+x+1)}$
37. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{2x-1}\right)^{x+1}=$________.
38. $\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}=$ $e^{-\frac{3}{2}}$.
39. $\lim\limits_{x\to\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1)=$ 1.
40. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{a^x}{1+a^x}$ $(a>0)=$ $a>1$ 1；$a=1$ $\frac{1}{2}$；$0<a<1$ 0.

41. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$,则 $a=$ 1 ,$b=$ -1 .

42. 当 $x\to1$ 时,$1-x$ 与 $a(1-\sqrt[3]{x})$ 为等价无穷小,则 $a=$ 3 .

43. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\cos\frac{\pi}{2}x, & |x|\leqslant1,\\ |x-1|, & |x|>1.\end{cases}$ 则它的间断点是 -1 .

44. 函数 $f(x)=\frac{1}{1-4\times2^{\frac{1}{x-1}}}$ 的间断点是 1, $\frac{1}{2}$,间断点类型是 ______.

45. 函数 $f(x)=\begin{cases}e^{\frac{-1}{x^2}}\arctan\frac{1}{x-1}, & x\neq0,x\neq1,\\ 0, & x=0,\\ \frac{\pi}{2}, & x=1.\end{cases}$ 的间断点是 1 ,其类型是 一 . x=0 不是

46. 设 $f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x}\sin\frac{x}{\pi}, & x\neq0,\\ a, & x=0.\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 $a=$ $\frac{2}{\pi}$.

47. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{nx+x^2}{5-2nx}$,则 $f(x)$ 的连续区间是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$. $x=0$ $f(0)=0$ $x\neq0$ $f(x)=-\frac{1}{2}$

试 题 解 答

1. $\frac{2}{3}\pi$.　　2. 2.　　3. 12π.

4. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$

5. $(-\infty,1]\cup[3,+\infty)$.

6. $[1,4]$.

7. $(-\infty,+\infty)$.

8. $x^2-2x>0$,定义域是 $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$.

9. $\begin{cases}16-x^2\geqslant0,\\ \sin x\geqslant0,\end{cases}$ $\begin{cases}-4\leqslant x\leqslant4,\\ 2n\pi\leqslant x\leqslant(2n+1)\pi.\end{cases}$ $(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$ 定义域为 $[0,\pi]\cup[-4,-\pi]$.

10. $\arccos y\in[0,\pi]$,所以 $0\leqslant x^2-\pi\leqslant\pi$.即
$$\pi\leqslant x^2\leqslant2\pi$$
定义域为 $[-\sqrt{2\pi},-\sqrt{\pi}]\cup[\sqrt{\pi},\sqrt{2\pi}]$.

11. $\begin{cases}0\leqslant x+a\leqslant1,\\ 0\leqslant x-a\leqslant1.\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-a\leqslant x\leqslant1-a,\\ a\leqslant x\leqslant1+a.\end{cases}$
当 $1-a\geqslant a$ 且 $a>0$ 时,函数才有定义域,即 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$,此时定义域为 $[a,1-a]$.

12. $f(\varphi(x))=\sin\varphi(x)$,又 $f(\varphi(x))=1-x^2$,得
$$\sin\varphi(x)=1-x^2,$$
$\varphi(x)$ 定义域是 $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$.

13. 当 $x<0$ 时,$f(x)=-e^{-x}+x+1$.

14. $f(x)=\frac{1}{2}[(\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{1-x})+(\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x})]$.

15. $f(x)=\begin{cases}x+k, & x\in\left(-k,\frac{2}{3}-k\right],\\ -(x+k), & x\in\left(\frac{2}{3}-k,1-k\right].\end{cases}$ (k 为整数)

16. 由归纳可知 $\underbrace{f(f(f\cdots f}_{n个}(x)))=\frac{x}{\sqrt{1+nx^2}}$.

17. 当 $x\geqslant0$ 时,$f(x)=x$,$\varphi(f(x))=x^2$;当 $x<0$ 时,$f(x)=0$,$\varphi(f(x))=0$.
所以 $\varphi(f(x))=\begin{cases}0, & x<0,\\ x^2, & x\geqslant0.\end{cases}$

18. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x(x^2-5)^5}{(x-1)^4(2+3x)^7}=\frac{1}{3^7}$.

19. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x^2+5}-\sqrt{5}}{x}$
$$=\lim_{x\to0}\frac{(\sqrt{x^2+5}-\sqrt{5})(\sqrt{x^2+5}+\sqrt{5})}{x(\sqrt{x^2+5}+\sqrt{5})}$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{x^2}{x(\sqrt{x^2+5}+\sqrt{5})}=0.$$
如果已学过 $\sqrt[n]{1+x}-1\sim\frac{1}{n}x\ (x\to0)$,则可利用下列:
$$\sqrt{x^2+5}-\sqrt{5}=\sqrt{5}\left(\sqrt{1+\frac{x^2}{5}}-1\right)\sim\frac{1}{2\sqrt{5}}x^2\ (x\to0)$$

20. $\sqrt{2}$,提示:分子、分母有理化或利用 $\sqrt{1+x}-1\sim\frac{1}{2}x\ (x\to0)$.

21. k.　　22. $\frac{6}{5}$.　　23. -2　　24. -2

25. $\frac{\pi}{2}$,提示:令 $x=\pi-t$

26. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}{\sin^2 2x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 2x(\sqrt{2}+\sqrt{1+\cos x})}$
$$=\frac{1}{16\sqrt{2}}.$$

27. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{3x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{x}{2}}\right)^{\frac{x}{2}\cdot6}=e^6$.

28. 令 $\frac{x+1}{x-2}=1+\frac{1}{t}$,则 $x=2+3t$.
$$\lim_{x\to0}\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{2x-1}=\lim_{t\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^{6t+3}=e^6.$$

29. $\lim\limits_{x\to+\infty}x[\ln(x+a)-\ln x]=\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(1+\dfrac{a}{x}\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\cdot\dfrac{a}{x}=a$.(利用 $\ln(1+x)\sim x$.(当 $x\to0$ 时)).

30. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n-1}(\sqrt{n+3}-\sqrt{n})=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+3}+\sqrt{n}}$

$=\dfrac{3}{2}$.

31. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos(a+x)-\cos(a-x)}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{-2\sin a\sin x}{x}$

$=-2\sin a$.

32. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1+1-e^{-x}}{x}$

$=\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{e^x-1}{x}-\dfrac{e^{-x}-1}{x}\right)=2$.

33. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x(1-\cos x)}{\tan x\ln(1+x^2)}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\frac{1}{2}x^2}{x\cdot x^2}=\dfrac{1}{2}$.

34. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(a+x)-\ln a}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln\left(1+\frac{x}{a}\right)}{x}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\frac{x}{a}}{x}=\dfrac{1}{a}$.

35. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-\sqrt{\cos 2x}}{\tan^2\frac{x}{2}}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1+x\sin x-\cos 2x}{\tan^2\frac{x}{2}(\sqrt{1+x\sin x}+\sqrt{\cos 2x})}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x(x+2\sin x)}{2\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^2}=6$.

36. $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1+x+x^2-3}{1-x^3}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x+2)}{(1-x)(x^2+x+1)}=-1$.

37. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{x+1}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{4}{2x-1}\right)^{x+1}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{\frac{2x-1}{4}}\right)^{\left(\frac{2x-1}{4}\cdot2+\frac{3}{2}\right)}=e^2$.

38. $\lim\limits_{x\to0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}=\lim\limits_{x\to0}(1-2x)^{-\frac{1}{2x}(-6)}=e^{-6}$.

39. $\lim\limits_{x\to\infty}x(e^{\frac{1}{x}}-1)=\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\dfrac{1}{x}=1$.

40. 当 $a>1$ 时，$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a^x}{1+a^x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{1+a^{-x}}=1$；

当 $a=1$ 时，$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a^x}{1+a^x}=\dfrac{1}{2}$；

当 $0<a<1$ 时，$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a^x}{1+a^x}=0$.

41. 要使 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$.

即 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+1-ax^2-(a+b)x-b}{x+1}=0$.

只有 $a=1$，同时 $a+b=0$. 即当 $a=1,b=-1$ 时，才能使 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x+1}-ax-b\right)=0$.

42. 要使 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1-x}{a(1-\sqrt[3]{x})}=1$.

即 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(1-x)(1+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x})}{a(1-x)}=1$.

当 $a=3$ 时，$1-x$ 与 $a(1-\sqrt[3]{x})(x\to1)$ 为等价无穷小.

43. 间断点是 $x=-1$.

44. $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{1}{1-4\times2^{-\frac{1}{1-x}}}=1$，$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{1-4\times2^{-\frac{1}{1-x}}}=0$，

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\dfrac{1}{1-4\times2^{-\frac{1}{1-x}}}=\infty$.

所以 $x=1$ 是第一类间断点，$x=\dfrac{1}{2}$ 是第二类间断点.

45. $x=1$ 是第一类间断点，$x=0$ 不是间断点.

46. $\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2}{x}\sin\dfrac{x}{\pi}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2}{x}\cdot\dfrac{x}{\pi}=\dfrac{2}{\pi}$.

要使 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，应取 $a=\dfrac{2}{\pi}$.

47. $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{nx+x^2}{5-2nx}=\begin{cases}-\dfrac{1}{2}, & x\neq0,\\ 0, & x=0.\end{cases}$

它的连续区间是 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

二、选择题

1. 设 $f(x)=\dfrac{x+|x|}{2}$，$g(x)=\dfrac{x-|x|}{2}$，$\psi(x)=\ln x$，则 $f(x)g(x)\psi(x)$ 的定义域是(D).

(A) $(-\infty,+\infty)$；　(B) $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$；

(C) $\varnothing$；　(D) $(0,+\infty)$.

2. 设 $f(x)=\dfrac{1-x}{1+x}$，$g(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$，则 $f(g(x))\cdot g(f(x))$ 的定义域是( ).

(A) $(-\infty,+\infty)$；

(B) $(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$；

(C) $x\neq-1,0,1$；

(D) $(-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$.

3. 设函数 $y=y(x)$ 是由方程组 $\begin{cases} x=\arctan t, \\ y=\operatorname{arccot} t. \end{cases}$ 所确定，则 $y(x)$ 的定义域是(C).

(A) $(-\infty,+\infty)$;

(B) $x\neq\dfrac{2n+1}{2}\pi(n=0,\pm1,\cdots)$;

(C) $\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$;

(D) $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.

4. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 内的奇函数，则下列命题正确的是(C).

(A) $f(x)+a$ (a 为任意实数)是奇函数;

(B) $f(x+a)$ (a 为任意实数)是奇函数;

(C) $f(-x)$ 是奇函数;

(D) $f(x^2)$ 是奇函数.

5. 设 $f(x)$, $g(x)$ 分别为定义在 $(-\infty,+\infty)$ 的奇函数与偶函数，则(C).

(A) $f(g(x))$ 为奇函数;

(B) $g(f(x))$ 为奇函数;

(C) $f(g(x))$ 为偶函数;

(D) $g(f(x)+2)$ 为偶函数.

6. 设 $f(x)$, $g(x)$ 分别为定义在 $(-\infty,+\infty)$ 内的严格增函数与严格减函数，则(A). ($x_1<x_2$ 代入验算

(A) $f(g(x))$ 为减函数;

(B) $f(g(x))$ 为增函数;

(C) $f(x)g(x)$ 为减函数;

(D) $f(x)g(x)$ 为增函数.

7. 设 $f(x)$ 是非零的周期函数，则下列命题正确的是(C).

(A) $xf(x)$ 一定是周期函数;

(B) $f(x^2)$ 一定是周期函数;

(C) $f^2(x)$ 一定是周期函数;

(D) 以上命题均不正确.

8. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\leqslant 0, \\ x^2+x, & x>0. \end{cases}$ 则下列命题正确的是(D).

(A) $f(-x)=\begin{cases} -x^2, & x\leqslant 0, \\ -(x^2+x), & x>0; \end{cases}$

(B) $f(-x)=\begin{cases} -(x^2+x), & x<0, \\ -x^2, & x\geqslant 0; \end{cases}$

(C) $f(-x)=\begin{cases} x^2, & x\leqslant 0, \\ x^2-x, & x>0; \end{cases}$

(D) $f(-x)=\begin{cases} x^2-x, & x<0, \\ x^2, & x\geqslant 0. \end{cases}$

9. 设 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a$，则 $f(x)$(C).

(A) 在 x_0 处有定义且 $f(x_0)=a$;

(B) 在 x_0 处有定义，但 $f(x_0)$ 不一定等于 a;

(C) 在 x_0 处可以没有定义;

(D) 存在一个 $\delta>0$，x_0 的 δ 空心邻域内 $f(x)\neq a$.

10. 设当 $x\to x_0$ 时，$f(x)$ 的极限不存在，而 $g(x)$ 的极限存在，则下列命题正确的是(D).

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)g(x)$ 不存在;

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{g(x)}{f(x)}$ $(f(x)\neq 0)$ 不存在;

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)^{g(x)}(f(x)>0)$ 不存在;

(D) $\lim\limits_{x\to x_0}(af(x)+bg(x))$ ($a\cdot b\neq 0$ 的常数)不存在.

11. 设 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有定义，且 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$，则(C).
不保存极限

(A) $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)+g(x)]=\lim\limits_{x\to\infty}g(x)$;

(B) $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)g(x)]=0$;

(C) $g(x)\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$;

(D) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{g(x)}{f(x)}=\infty$.

12. 设 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在，则下列极限存在的是(B).

(A) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^{\alpha}$ (α 为任意实数);

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|$;

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}\ln f(x)$;

(D) $\lim\limits_{x\to x_0}[f(x)]^{f(x)}$.

13. 设 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)^{g(x)}$ 存在，则下列命题正确的是(C).

(A) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ 存在;

(B) $\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$ 存在;

(C) $\lim\limits_{x\to\infty}g(x)\ln f(x)$ 存在;

(D) $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)\ln g(x)$ 存在.

14. 下列命题正确的是(C).

(A) 有界函数乘无界函数仍是无界函数;

(B) 无界函数乘无穷大量仍是无穷大量;

(C) 无穷小量乘任一个大实数仍是无穷小量;

(D) 两个无穷大量之和仍是无穷大量.

15. 下列命题正确的是(α, β 均为 x 的函数)(D).

(A) 若 $\lim\limits_{x\to\infty}\alpha\cdot\beta=0$,则 $\lim\limits_{x\to\infty}\alpha=0$ 或 $\lim\limits_{x\to\infty}\beta=0$;

(B) 若 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\alpha}{\beta}=0$,则当 $x\to\infty$ 时,α 是 β 的高阶无穷小;

(C) 若 α 为有界函数,且 $\lim\limits_{x\to\infty}\alpha\beta=0$,则 $\lim\limits_{x\to\infty}\beta=0$;

(D) 若当 $x\to\infty$ 时,α 是无穷小量,且 $\lim\limits_{x\to\infty}(\alpha+\beta)=0$,则当 $x\to\infty$ 时,β 是无穷小量.

16. 下列命题正确的是(D).

(A) 如果 $f(x)$ 在点 x_0 处连续,则存在一个 $\delta>0$,$f(x)$ 在 x_0 的 δ 邻域内连续;

(B) 如果 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内每一点都有极限,则 $f(x)$ 在 (a,b) 内有界;

(C) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=0$,则存在一个 $\delta>0$,在 x_0 的 δ 空心邻域内,总有使 $f(x)=0$ 的点;

(D) 如果 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=a>0$,则存在一个 $\delta>0$,在 x_0 的 δ 空心邻域内总有 $f(x)>0$.

17. 当 $x\to0$ 时,3^x-1 是 x 的(C).

(A) 高阶无穷小; (B) 低阶无穷小;

(C) 同阶但非等价无穷小; (D) 等价无穷小.

18. 设当 $x\to1$ 时,$1-\dfrac{m}{1+x^1+x^2+\cdots+x^{m-1}}$ 是与 $x-1$ 等价无穷小,则 m 等于( ).

(A) 2; (B) 3;

(C) 4; (D) 5.

19. 当 $x\to0$ 时,下列无穷小量最高阶的是(D).

(A) xe^x; (B) $1-\cos x^{\frac{2}{3}}$; $\sim\frac{1}{2}x^{\frac{4}{3}}$

(C) $\sqrt{1-x^2}-1$; $(1+\sqrt[3]{x})^{\frac{1}{3}}-1$ (D) $\sin x-\tan x$. $\sim-\frac{1}{2}x^3$

20. 当 $x\to0$ 时,无穷小 $\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}-1$ 与(A). $\frac{1}{3}\cdot\sqrt[3]{x}$

(A) $\sqrt[3]{x}$ 为同阶无穷小;

(B) $\sqrt[3]{x^2}$ 为同阶无穷小;

(C) x 为同阶无穷小;

(D) $x^{\frac{4}{3}}$ 为同阶无穷小.

21. 设 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$,则当 $\Delta x\to0$ 时,下列命题正确的是(D).

(A) Δy 不是无穷小量;

(B) Δy 是无穷小,但不是 Δx 的高阶无穷小;

(C) Δy 是 Δx 的高阶无穷小;

(D) 以上命题均不对.

22. 当 $x\to\infty$ 时,$f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sin x$ (C).

(A) 是 $\dfrac{1}{x^2}$ 的同阶无穷小;

(B) 是 $\dfrac{1}{x^2}$ 的高阶无穷小;

(C) 是 $\dfrac{1}{x^{2-\delta}}$ $(0<\delta<2)$ 的高阶无穷小;

(D) 是 $\dfrac{1}{x^3}$ 的高阶无穷小.

23. 设当 $x\to0$ 时,$f(x)$,$g(x)$ 均为 x 的同阶无穷小,则下列命题正确的是(C).

(A) $f(x)-g(x)$ 一定是 x 的高阶无穷小;

(B) $f(x)+g(x)$ 一定是 x 的高阶无穷小;

(C) $f(x)g(x)$ 一定是 x 的高阶无穷小;

(D) $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ 一定是 x 的高阶无穷小.

24. "$f(x)$ 在点 x_0 处连续"是"$|f(x)|$ 在点 x_0 处连续"的(B).

(A) 必要条件但不是充分条件;

(B) 充分条件但不是必要条件;

(C) 充分且必要条件;

(D) 既不充分又非必要条件.

25. $f(x)=\begin{cases}0, & x=1,-2,\\ \dfrac{e^{\frac{-1}{(x-1)^2}}}{1-e^{\frac{x+1}{x+2}}}, & x\neq1,x\neq-2.\end{cases}$ 的间断点个数(B).

(A) 1 个; (B) 2 个; $x=-2$、$x=-1$

(C) 3 个; (D) 4 个.

26. 设

$$f(x)=\begin{cases}x, & x\in(0,1],\\ 2-x, & x\in(1,2),\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}x, & x\text{ 为有理数},\\ 2-x, & x\text{ 为无理数}.\end{cases}\quad x\in(0,1)$$

则 $f(g(x))$ 在 $(0,1)$ 内(D).

(A) 有一个间断点; (B) 有两个间断点;

(C) 有无穷多个间断点; (D) 没有间断点.

27. 记 $\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -1, & x<0,\end{cases}$ 函数 $\operatorname{sgn}\left(\sin^2\dfrac{a}{x}\right)$ (其中 $a\neq0$ 的常数)间断点的个数(B). $x=\frac{a}{n\pi}$

(A) 一个; (B) 有无穷多个;

(C) 与 a 有关; (D) 无间断点.

28. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,且 $f(x)\neq0$,$g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有间断点.则(D).