主编　黄玲玲

XIN GAOZHONG SHUXUE XUEXIGUO CHENGXING PINGJIA

新课标高中数学学习过程性评价

必修 1（配人教版）

华东师范大学出版社

华 东 师 范 大 学 出 版 社

新课标

高中数学学习过程性评价

必修 1（配人教版）

主　编　黄玲玲

副主编　李　诲　吴维宝

赵　涛　李红庆

图书在版编目(CIP)数据

新课标高中数学学习过程性评价：必修. 1/黄玲玲主编. —上海：华东师范大学出版社，2009
ISBN 978-7-5617-6586-9

Ⅰ.新… Ⅱ.黄… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 092424 号

新课标高中数学学习过程性评价·必修 1

主　　编　黄玲玲
策划组稿　李文革
文字编辑　李文革
封面设计　高　山

出版发行　华东师范大学出版社
社　　址　上海市中山北路 3663 号　邮编 200062
电话总机　021-62450163 转各部门　行政传真 021-62572105
客服电话　021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话　021-62869887
门市地址　上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网　　址　www.ecnupress.com.cn

印 刷 者　江苏省句容市排印厂
开　　本　787×1092　16 开
印　　张　7.75
字　　数　186 千字
版　　次　2009 年 6 月第一版
印　　次　2009 年 6 月第一次
印　　数　6000
书　　号　ISBN 978-7-5617-6586-9/G·4045
定　　价　12.00 元

出 版 人　朱杰人

本书编写组

主　　编　黄玲玲

副主编　李　诲　吴维宝　赵　涛　李红庆

编写人员

　　撰稿：黄玲玲　赵　涛　李　诲　吴维宝

　　审稿：李红庆

对学生数学学习过程的评价，包括学生参与数学活动的兴趣和态度、数学学习的自信、独立思考的习惯、合作交流的意识、数学认知的发展水平等方面.

——摘自《普通高中数学课程标准(实验)》

本书依据数学课程标准，通过设置“**探究发现知识点、研究过程注意问题、教你一招、成果检测、探究成果应用、更上一层楼、高考链接**”等栏目，让学生在分层递进的数学学习过程中，逐步加深对数学知识的理解，不断提高数学思考水平.

目　　录

第一章　集合与函数概念

第二章　基本初等函数(Ⅰ)

第三章　函数的应用

第一章　集合与函数概念

1.1　集　　合

1.1.1　集合的含义与表示

探究发现知识点

1. 把一些元素组成的总体叫作集合，其元素具有三个特征，即确定性、互异性、无序性.
2. 集合的表示方法有两种：列举法，即把集合的元素一一列举出来，并用花括号“{}”括起来，基本形式为$\{a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n\}$，适用于有限集或元素间存在规律的无限集；描述法，即用集合所含元素的共同特征来表示，基本形式为$A=\{x\in I \mid P(x)\}$，既要关注代表元素x，也要把握其属性$P(x)$，适用于无限集.
3. 通常用大写英文字母A，B，C，…表示集合. 要记住一些常见数集的表示，如自然数集$\mathbf{N}$，正整数集$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$，整数集$\mathbf{Z}$，有理数集$\mathbf{Q}$，实数集$\mathbf{R}$.
4. 元素与集合之间是属于与不属于的关系，分别用符号$\in$、$\notin$表示，例如$3\in\mathbf{N}$，$-2\notin\mathbf{N}$.

教你一招

例 1　判断下列对象能否构成一个集合，如果能，用适当的方法表示该集合，若不能，请说明理由.

(1) 小于 6 的自然数；

(2) 直角坐标平面内第一象限的一些点；

(3) 我国的著名数学家；

(4) 高一(1)班身材较高的同学；

(5) 高一(1)班身高高于 170 cm 的同学.

解　(1) “小于 6 的自然数”有 0、1、2、3、4、5，这些元素的全体构成一个集合，可用列举法表示为$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

(2) 所给对象不确定，无法断定其中的元素有哪些，不能构成集合.

(3) “著名数学家”不能构成集合，因为组成它的元素是不确定的.

(4) “高一(1)班身材较高的同学”也不能构成集合，因为组成它的元素也是不确定的.

(5) “高一(1)班身高高于 170 cm 的同学”构成一个集合，所有身高高于 170 cm 的同学都在这个集合内，可用描述法表示为$\{x \mid x$是高一(1)班身高高于 170 cm 的同学$\}$.

例 2 试选择适当的方法表示下列集合：

(1) 由方程 $x(x^2-2x-3)=0$ 的所有实数根组成的集合；

(2) $\left\{x \,\middle|\, x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b},\ a、b \text{ 为非零实数}\right\}$；

(3) 使 $y=\frac{1}{x^2-5x+6}$ 有意义的实数 x 的集合；

(4) 坐标平面内不在第一、三象限的点的集合；

(5) 一次函数 $y=x+3$ 与 $y=-2x+6$ 的图象的交点组成的集合；

(6) 二次函数 $y=x^2-4$ 的函数值组成的集合；

(7) 方程组 $\begin{cases}x+y=1,\\x^2-y^2=9\end{cases}$ 的解 $(x,\ y)$ 的集合；

(8) 反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的自变量的值组成的集合.

解 (1) 用描述法表示为 $\{x\in\mathbf{R}\mid x(x^2-2x-3)=0\}$；
用列举法表示为 $\{0,\ -1,\ 3\}$.

(2) 根据绝对值的意义化简 $x=\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}$. 当 $a>0,\ b>0$ 时，$x=2$；当 $a<0$，$b<0$ 时，$x=-2$；当 a、b 异号时，$x=0$. 用列举法表示为 $\{-2,\ 0,\ 2\}$.

(3) $\{x\mid x\neq 2 \text{ 且 } x\neq 3\}$.

(4) 坐标平面内在第一、三象限的点的特点是横、纵坐标同号，所以不在第一、三象限的点的集合可以表示为 $\{(x,\ y)\mid xy\leqslant 0\}$.

(5) $\left\{(x,\ y)\,\middle|\,\begin{cases}y=x+3\\y=-2x+6\end{cases}\right\}=\{(1,\ 4)\}$.

(6) $\{y\mid y=x^2-4\}=\{y\mid y\geqslant -4\}$.

(7) $\{(5,\ -4)\}$.

(8) $\left\{x\,\middle|\,y=\frac{2}{x}\right\}=\{x\mid x\neq 0\}$.

评析 用列举法表示时，元素不重复，不遗漏，不计次序，且元素与元素之间用“，”隔开. 用描述法表示集合时，大括号内可以是文字描述，也可以是数学式子描述，常用模式是 $\{x\in A\mid p(x)\}$，x 为集合的代表元素，竖线为隔开符号，$p(x)$ 为集合中元素所具有的公共属性. (5)、(7)中的代表元素，分别是点和方程组的解，在解题中不能把点的坐标混淆为 $\{1,\ 4\}$ 和 $\{5,\ -4\}$，也请注意对比(6)与(8)中的两个集合，代表元素分别是函数值、自变量. 自变量的范围和函数值的范围，有着本质上不同，分析时一定要细心.

例 3 用适当的符号填空：已知 $A=\{x\mid x=3k+2,\ k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=6m-1,\ m\in\mathbf{Z}\}$，则有：

17 ________ A；　-5 ________ A；　17 ________ B.

解 由 $3k+2=17$，解得 $k=5\in\mathbf{Z}$，所以 $17\in A$；

由 $3k+2=-5$，解得 $k=\frac{7}{3}\notin\mathbf{Z}$，所以 $-5\notin A$；

由 $6m-1=17$，解得 $m=3\in\mathbf{Z}$，所以 $17\in B$.

例 4 已知 $M=\{2, a, b\}$，$N=\{2a, 2, b^2\}$，且 $M=N$，求 a、b 的值.

分析 注意利用本题的一个重要条件 $M=N$，然后根据集合的性质求解.

解法 1 根据集合中元素的互异性，有 $\begin{cases}a=2a,\\ b=b^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=b^2,\\ b=2a.\end{cases}$

解方程组得 $\begin{cases}a=0,\\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\ b=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

再根据集合中元素的互异性，得 $\begin{cases}a=0,\\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

解法 2 $\because M=N$，$\therefore M$、N 中元素分别对应相同，

$\therefore \begin{cases}a+b=2a+b^2,\\ a\cdot b=2a\cdot b^2,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a+b(b-1)=0, & ①\\ ab(2b-1)=0. & ②\end{cases}$

$\because$ 集合中元素互异，$\therefore a$、b 不能同时为 0.

当 $b\neq 0$ 时，由②得 $a=0$ 或 $b=\dfrac{1}{2}$，

当 $a=0$ 时，由①得 $b=1$ 或 $b=0$（舍），

当 $b=\dfrac{1}{2}$ 时，由①得 $a=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore a$、b 的值为 $\begin{cases}a=0,\\ b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

评析 本题中如不注意集合中元素的互异性，可得方程组有三组不同的解，从而得 a、b 的三组值，故对于此类问题，我们常常需要代入检验.

成果检测

1. 以下元素的全体不能够构成集合的是（　　）.

A. 中国古代四大发明　　B. 地球上的小河流

C. 方程 $x^2-1=0$ 的实数解　　D. 周长为 10 cm 的三角形

2. 集合 $\{x-1, x^2-1, 2\}$ 中的 x 不能取的值是（　　）.

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

3. 方程组 $\begin{cases}2x+3y=13,\\ 3x-2y=0\end{cases}$ 的解集可表示为（　　）.

A. $\{2, 3\}$　　B. $(2, 3)$

C. $\{(2, 3)\}$　　D. $\{(3, 2)\}$

4. 下列集合中，表示同一集合的是（　　）.

A. $M=\{(3, 2)\}$，$N=\{(2, 3)\}$

B. $N=\{1, 2\}$，$N=\{(1, 2)\}$

C. $M=\{(x, y) \mid x+y=1\}$, $N=\{y \mid x+y=1\}$

D. $M=\{3, 2\}$, $N=\{2, 3\}$

5. 有下列说法:①0 与$\{0\}$表示同一个集合;②由 1、2、3 组成的集合可表示为$\{1, 2, 3\}$或$\{3, 2, 1\}$;③方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的所有解的集合可表示为$\{1, 1, 2\}$;④集合$\{x \mid 4<x<5\}$是有限集.

其中正确的说法是(　　).

A. 只有①和④　　B. 只有②和③

C. 只有②　　D. 以上四种说法都不对

6. 设 a、b、c 为非零实数,则 $x=\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}+\frac{c}{|c|}+\frac{|abc|}{abc}$ 的所有值组成的集合为(　　).

A. $\{4\}$　　B. $\{-4\}$　　C. $\{0\}$　　D. $\{0, -4, 4\}$

7. 由实数 x、$-x$、$|x|$、$\sqrt{x^2}$、$-\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合中,最多含有元素的个数为(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

8. 给出下列关系:① $\frac{1}{2} \in \mathbf{R}$; ② $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$; ③ $|-3| \notin \mathbf{N}^*$; ④ $|-3| \in \mathbf{Q}$.

其中正确的个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 集合 $M=\{(x, y) \mid xy<0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 是(　　).

A. 第一象限的点集　　B. 第二象限的点集

C. 第四象限的点集　　D. 第二、四象限的点集

10. 集合 $P=\{1, 4, 9, 16 \cdots\}$,若 $a \in P$,则 $a \oplus b \in P$,则运算$\oplus$可能是(　　).

A. 加法　　B. 减法　　C. 除法　　D. 乘法

11. 以方程 $(x^2-5x+6)(x^2-x-2)=0$ 的解为元素的集合是 M,则 M 中元素的个数为(　　).

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

12. 下列各选项中集合 A 与 B 不表示同一个集合的是(　　).

A. $A=\{(x, y) \mid y=x+1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 与 $B=\{y \mid y=x+1, x \in \mathbf{R}\}$

B. $A=\{(x, y) \mid y=x^2+1, x \in \mathbf{R}\}$ 与 $B=\{(a, b) \mid b=a^2+1, a \in \mathbf{R}\}$

C. $A=\{x \mid x=2n, n \in \mathbf{Z}\}$ 与 $B=\{y \mid y=2(m+1), m \in \mathbf{Z}\}$

D. $A=\{x \mid 3x-2>0\}$ 与 $B=\left\{x \middle| x>\frac{2}{3}\right\}$

探究成果应用

13. 已知 $x \in \mathbf{R}$,则集合$\{3, x, x^2-2x\}$中元素 x 所应满足的条件为_______.

14. 已知集合 $M=\left\{a \middle| \frac{6}{5-a} \in \mathbf{N} 且 a \in \mathbf{Z}\right\}$,则 $M=$_______.

15. 已知集合 $A=\{x \mid x^2+ax+b=0\}$ 中仅有一个元素 1,则 $a=$_______, $b=$_______.

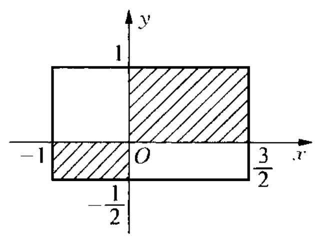
16. 含有三个实数的集合可以表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}=\{a^2, a, 0\}$,则 $a^{2009}+b^{2010}=$_______.

17. 已知集合 $A=\{(x, y) \mid x+y=3, x \in \mathbf{N}_+, y \in \mathbf{N}_+\}$，试用列举法表示 A.

18. (1) 已知集合 $M=\left\{x \in \mathbf{N} \left| \frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z}\right.\right\}$，求 M；

(2) 已知集合 $C=\left\{\frac{6}{1+x} \in \mathbf{Z} \mid x \in \mathbf{N}\right\}$，求 C.

19. 用描述法表示图中阴影部分（含边界）的点的坐标的集合.



（第 19 题）

20. 已知 $A=\{x \mid ax^2+2x+1=0, a \in \mathbf{R}\}$.

(1) 若 $1 \in A$，求 a 的值；

(2) 若集合 A 中只有一个元素，求实数 a 组成的集合；

(3) 若集合 A 中含有两个元素，求实数 a 组成的集合.

更上一层楼

21. 集合 $A=\{x \mid x^2+(a+2)x+a+1=0, x \in \mathbf{R}\}$ 中所有元素之和为多少？

22. (1) 已知$M = \{m \mid x^2 + 2(m-1)x + 1 = 0,\ x \in \mathbf{R}\}$,当$x \in M$时,求$y = 2x - 1$的取值范围;

(2) 已知$M = \{x \mid x^2 - 2x + n^2 - 4n + 5 = 0\}$,当$m \in M$时,求$y = 2m - 1$的值.

1.1.2 集合间的基本关系

探究发现知识点

1. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集;在具体情境中,了解全集与空集的含义;能利用 Venn 图表达集合间的关系.
2. 一般地,对于两个集合A、B,如果集合A中的任意一个元素都是集合B中的元素,则说两个集合有包含关系,其中集合A是集合B的子集,记作$A \subseteq B$(或$B \supseteq A$),读作"A含于B"(或"B包含A").

研究过程注意问题

1. 如果集合A是集合B的子集($A \subseteq B$),且集合B是集合A的子集($B \supseteq A$),即集合A与集合B的元素是一样的,因此集合A与集合B相等,记作$A = B$.
2. 如果集合$A \subseteq B$,但存在元素$x \in B$,且$x \notin A$,则称集合A是集合B的真子集,记作$A \subsetneqq B$(或$B \supsetneqq A$).
3. 不含任何元素的集合叫作空集,记作$\varnothing$,并规定空集是任何集合的子集.

教你一招

例1 用适当的符号填空:

(1) {菱形}________{平行四边形};　　{等腰三角形}________{等边三角形}.

(2) $\varnothing$________$\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 2 = 0\}$;　　0________$\{0\}$;　　$\varnothing$________$\{0\}$;

$\mathbf{N}$________$\{0\}$.

解 (1) $\subsetneqq$, $\supsetneqq$.

(2) $=$, $\in$, $\subsetneqq$, $\supsetneqq$.

例2 写出集合$\{0, 1, 2\}$的所有子集,并指出其中哪些是它的真子集.

解 ① 不含任何元素的集合:$\varnothing$;

② 含有一个元素的集合:$\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$;

③ 含有两个元素的集合:$\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$;

④ 含有三个元素的集合:$\{0, 1, 2\}$.

故集合$\{0, 1, 2\}$的所有子集为:$\varnothing$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$.除去集合$\{0, 1, 2\}$,剩下的都是$\{0, 1, 2\}$的真子集.

评析 (1) 分类讨论时写出所有子集的有效方法，一般是按集合中元素个数的多少来划分标准，遵循由少到多的原则，可以做到不重不漏.

(2) 若集合中含有 n 个元素，则集合的子集个数为"2^n"，如本题中$\{0, 1, 2\}$有 3 个元素，则它的子集为 $2^3=8$(个)，此公式不需证明，在做题时起到检验作用.

例3 判断如下 A 与 B 之间有怎样的关系.

(1) $A=\{x \mid x=2k-1, k \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{x \mid x=2m+1, m \in \mathbf{Z}\}$;

(2) $A=\{x \mid x=2m, m \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{x \mid x=4n, n \in \mathbf{Z}\}$.

分析 判断两个集合的包含或相等关系，主要观察两个集合间元素的关系.

解 (1) 因为 $A=\{x \mid x=2k-1, k \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{x \mid x=2m+1, m \in \mathbf{Z}\}$，故 A、B 都是由奇数构成的，即 $A=B$.

(2) 因为 $A=\{x \mid x=2m, m \in \mathbf{Z}\}$, $B=\{x \mid x=4n, n \in \mathbf{Z}\}$，又 $x=4n=2 \cdot 2n$，即若有 $x \in B$，则 $x \in A$，所以 $B \subseteq A$.

例4 集合 $A=\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 5\}$, $B=\{x \mid m+1 \leqslant x \leqslant 2m-1\}$.

(1) 若 $B \subseteq A$，求实数 m 的取值范围；

(2) 若 $x \in \mathbf{Z}$ 时，求 A 的非空真子集的个数；

(3) 当 $x \in \mathbf{R}$ 时，没有元素使 $x \in A$ 与 $x \in B$ 同时成立，求实数 m 的取值范围.

分析 $B \subseteq A$，即 B 是 A 的子集，包括 B 可能是空集，解决有关集合之间的关系，空集这一重要的集合不能忘.

解 (1) 当 $m+1>2m-1$，即 $m<2$ 时，$B=\varnothing$，满足 $B \subseteq A$.

当 $m+1 \leqslant 2m-1$，即 $m \geqslant 2$ 时，要使 $B \subseteq A$ 成立，

需 $\begin{cases} m+1 \geqslant -2, \\ 2m-1 \leqslant 5, \end{cases}$ 可得 $2 \leqslant m \leqslant 3$.

综上可得 $m \leqslant 3$ 时，有 $B \subseteq A$.

(2) 当 $x \in \mathbf{Z}$ 时，$A=\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$，

所以 A 的非空真子集个数为 $2^8-2=254$.

(3) $\because x \in \mathbf{R}$，

且 $A=\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 5\}$, $B=\{x \mid m+1 \leqslant x \leqslant 2m-1\}$，

又没有元素使 $x \in A$ 与 $x \in B$ 同时成立，

则① 若 $B=\varnothing$，则 $m+1>2m-1$，得 $m<2$ 时满足条件.

② 若 $B \neq \varnothing$，则要满足条件 $\begin{cases} m+1 \leqslant 2m-1, \\ m+1>5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m+1 \leqslant 2m-1, \\ 2m-1<-2, \end{cases}$

解之，得 $m>4$.

综上有 $m<2$ 或 $m>4$.

例5 已知集合 $A=\{a, a+b, a+2b\}$, $B=\{a, ax, ax^2\}$. 若 $A=B$，求实数 x 的值.

解 若 $\begin{cases} a+b=ax \\ a+2b=ax^2 \end{cases} \Rightarrow a+ax^2-2ax=0$，所以 $a(x-1)^2=0$，即 $a=0$ 或 $x=1$.

当 $a=0$ 时，集合 B 中的元素均为 0，故舍去；

当 $x=1$ 时，集合 B 中的元素均相同，故舍去.

若 $\begin{cases} a+b=ax^2 \\ a+2b=ax \end{cases} \Rightarrow 2ax^2-ax-a=0$,

因为 $a\neq 0$,所以 $2x^2-x-1=0$, 即 $(x-1)(2x+1)=0$. 又 $x\neq 1$,所以只有 $x=-\frac{1}{2}$.

经检验,此时 $A=B$ 成立. 综上所述,$x=-\frac{1}{2}$.

评析 抓住集合相等的定义,分情况进行讨论. 融入方程组思想,结合元素的互异性确定集合.

成果检测

1. 有下列各式:① $1\in\{0, 1, 2\}$; ② $\{1\}\in\{0, 1, 2\}$; ③ $\{0, 1, 2\}\subseteq\{0, 1, 2\}$; ④ $\varnothing\subsetneqq\{0, 1, 2\}$; ⑤ $\{0, 1, 2\}=\{2, 0, 1\}$.

其中错误命题的个数为(　　).

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

2. 0与$\varnothing$的关系是(　　).

A. $0=\varnothing$　　B. $0\subsetneqq\varnothing$　　C. $0\in\varnothing$　　D. $0\notin\varnothing$

3. 设集合 $M=\{m\in\mathbf{N}\mid 4-m\in\mathbf{N}\}$, 则 M 中含有两个元素的子集的个数为(　　).

A. 11　　B. 10　　C. 9　　D. 8

4. 已知集合 $M=\{a, b, c, d\}$, $N=\{p\mid p\subseteq M\}$, 则集合 N 的元素个数为(　　).

A. 4个　　B. 8个　　C. 16个　　D. 32个

5. 符合条件 $\{a\}\subsetneqq P\subseteq\{a, b, c\}$ 的集合 P 的个数是(　　).

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 集合 $M=\{(x, y)\mid x+y>0, xy<0\}$, $P=\{(x, y)\mid x<0, y<0\}$, 那么(　　).

A. $P=M$　　B. $P\subsetneqq M$　　C. $M\subsetneqq P$　　D. $M\subsetneqq P$

7. 集合 $M=\{x\mid x=3k-2, k\in\mathbf{Z}\}$, $P=\{y\mid y=3l+1, l\in\mathbf{Z}\}$, $S=\{y\mid y=6m+1, m\in\mathbf{Z}\}$ 之间的关系是(　　).

A. $S\subsetneqq P\subsetneqq M$　　B. $S=P\subsetneqq M$　　C. $S\supsetneqq P=M$　　D. $S\subsetneqq P=M$

8. 设集合 $M=\{x\mid -1\leqslant x<2\}$, $N=\{x\mid x-k\leqslant 0\}$,若 $M\subseteq N$, 则 k 的取值范围是(　　).

A. $k\leqslant 2$　　B. $k\geqslant -1$　　C. $k>-1$　　D. $k\geqslant 2$

9. 设 $A=\{x\mid 1<x<2\}$, $B=\{x\mid x<a\}$,若 $A\subsetneqq B$, 则 a 的取值范围为(　　).

A. $a\geqslant 2$　　B. $a\leqslant 1$　　C. $a\geqslant 1$　　D. $a\leqslant 2$

10. 若 $\{a^2, 0, -1\}=\{a, b, 0\}$,则 $a^{2009}+b^{2009}$ 的值为(　　).

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 2

11. 已知 a 为不等于零的实数,那么集合 $M=\{x\mid x^2-2(a+1)x+1=0, x\in\mathbf{R}\}$ 的子集的个数为(　　).

A. 1个　　B. 2个　　C. 4个　　D. 1个或2个或4个

12. 已知集合 $M=\left\{x\middle|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4}, k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\middle|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2}, k\in\mathbf{Z}\right\}$. 若 $x_0\in M$,

则 x_0 与 N 的关系是(　　).

A. $x_0 \in N$　　　　　　　　B. $x_0 \notin N$

C. $x_0 \in N$ 或 $x_0 \notin N$　　　　　　　　D. 不能确定

探究成果应用

13. 已知集合 $A=\{-1, 3, 2m-1\}$，$B=\{3, m^2\}$，若 $B \subseteq A$，则实数 $m=$________.

14. 设 A、B 为两个集合，有下列三个命题：① $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$，有 $x \in B$；② $A \nsubseteq B \Leftrightarrow A \nsupseteq B$；③ $A \nsubseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$，使得 $x \notin B$.
其中正确命题的序号是________.

15. 当 $\left\{1, a, \dfrac{b}{a}\right\}=\{0, a^2, a+b\}$ 时，$a=$________，$b=$________.

16. 已知 $A=\{x \mid x<3\}$，$B=\{x \mid x<a\}$.
(1) 若 $B \subseteq A$，则 a 的取值范围是________；
(2) 若 $A \subsetneqq B$，则 a 的取值范围是________.

17. 已知 $A=\{0, 1\}$，且 $B=\{x \mid x \subseteq A\}$，求 B.

18. 已知 $A=\{2, 3\}$，$M=\{2, 5, a^2-3a+5\}$，$N=\{1, 3, a^2-6a+10\}$，$A \subseteq M$，且 $A \subseteq N$，求实数 a 的值.

19. 已知集合 $A=\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 5\}$，$B=\{x \mid m+1 \leqslant x \leqslant 2m-1\}$. 若 $B \subseteq A$，求实数 m 的取值范围.

20. 设集合 $A=\{x \mid x^2+4x=0, x \in \mathbf{R}\}$，$B=\{x \mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0, a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$，若 $B \subseteq A$，求实数 a 的值.

21. 若 a, $x \in \mathbf{R}$, $A = \{2, 4, x^2-5x+9\}$, $B = \{3, x^2+ax+a\}$, $C = \{x^2+(a+1)x-3, 1\}$，求：

(1) 使 $A = \{2, 3, 4\}$ 的 x 的值；

(2) 使 $2 \in B$, $B \subsetneqq A$ 的 a、x 的值；

(3) 使 $B = C$ 的 a、x 的值.

更上一层楼

22. 集合 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$，A 是 S 的一个子集，当 $x \in A$ 时，若有 $x-1 \notin A$ 且 $x+1 \notin A$，则称 x 为 A 的一个"孤立元素"，写出 S 中所有无"孤立元素"的 4 元子集.

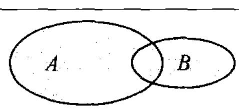
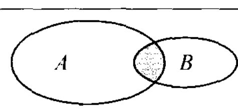
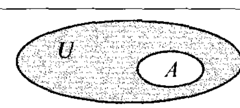
1.1.3 集合间的基本运算

探究发现知识点

理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集；理解在给定集合中一个子集的补集的含义，会求给定子集的补集；能使用 Venn 图表达集合的关系及运算，体会直观图示对理解抽象概念的作用.

研究过程注意问题

集合的基本运算有三种，即交、并、补，学习时先理解概念，并掌握符号等，再结合解题的训练，而达到掌握的层次. 下面以表格的形式归纳三种基本运算如下.

	并　集	交　集	补　集
概念	由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的并集	由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 A 与 B 的交集	对于集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合，称为集合 A 相对于全集 U 的补集
记号	$A \cup B$（读作"A 并 B"）	$A \cap B$（读作"A 交 B"）	$\complement_U A$（读作"A 的补集"）
符号	$A \cup B = \{x \mid x \in A,或\ x \in B\}$	$A \cap B = \{x \mid x \in A,且\ x \in B\}$	$\complement_U A = \{x \mid x \in U,且\ x \notin A\}$
图形表示			

子集、交集、并集、补集的关系：

(1) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$, $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

(2) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

(3) $\complement_U(A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U(A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B$.

教你一招

例1 设集合 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid -1 \leqslant x \leqslant 5\}$, $B = \{x \mid 3 < x < 9\}$,求 $A \cap B$, $\complement_U(A \cup B)$.

解 在数轴上表示出集合 A、B,如图 1-1-1 所示.

$A \cap B = \{x \mid 3 < x \leqslant 5\}$,

$\complement_U(A \cup B) = \{x \mid x < -1$,或 $x \geqslant 9\}$.

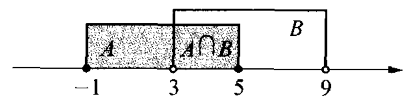


图 1-1-1

例2 已知集合 $A = \{x \mid -2 < x < 4\}$, $B = \{x \mid x \leqslant m\}$,且 $A \cap B = A$,求实数 m 的取值范围.

解 由 $A \cap B = A$,可得 $A \subseteq B$.

在数轴上表示集合 A 与集合 B,如图 1-1-2 所示.

由图形可知,$m \geqslant 4$.

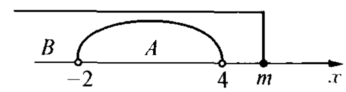


图 1-1-2

变式引申 (1) 已知集合 $P = \{x \mid x = a^2 + 4a - 1, a \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y \mid y = -b^2 + 2b + 3, b \in \mathbf{R}\}$,求 $P \cap Q$, $P \cup \complement_U Q$.

分析 集合 P、Q 分别是指对应的自变量 a、b 在实数范围内变化时,函数值的变化范围.

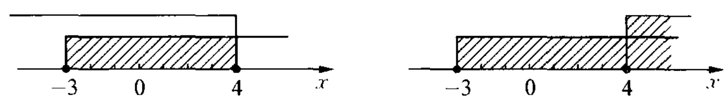
解 $\because x = a^2 + 4a + 1 = (a+2)^2 - 3 \geqslant -3$,

$\therefore P = \{x \mid x \geqslant -3\}$.

又 $y = -b^2 + 2b + 3 = -(b-1)^2 + 4 \leqslant 4$,

$\therefore Q = \{y \mid y \leqslant 4\}$.

如图 1-1-3(1),利用数轴可知,$P \cap Q = \{x \mid -3 \leqslant x \leqslant 4\}$.



(1) (2)

图 1-1-3

又 $\complement_U Q = \{y \mid y > 4\}$,如图 1-1-3(2),利用数轴可知,$P \cup \complement_{\mathbf{R}} Q = P = \{x \mid x \geqslant -3\}$.

评析 研究不等式所表示的集合问题,常常由集合之间的关系,得到各端点之间的关系,特别要注意是否含端点的问题.

(2) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0\}$, $B = \{x \mid x < 0\}$,若 $A \cap B \neq \varnothing$,求实数 m 的取值范围.

解 设全集 $U = \{m \mid \Delta = (-4m)^2 - 4(2m+6) \geqslant 0\} = \left\{m \,\middle|\, m \leqslant -1,\text{或 } m \geqslant \dfrac{3}{2}\right\}$.

若方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 的两根 x_1、x_2 均非负,

则 $\begin{cases} m \in U, \\ x_1 + x_2 = 4m \geqslant 0, \\ x_1 x_2 = 2m + 6 \geqslant 0, \end{cases}$ 解得 $m \geqslant \dfrac{3}{2}$.