网络教育高职高专多媒体系列教材

经济数学

WANGLUOJIAOYUGAOZHIGAOZHUANDUOMEITIXILIEJIAOCAI

李金香 李玉芳 编著

赵连年 制作

丛书主编 张洪定

TIXILIEJIAOCAI DUOMEITIXILIEJIAOCAI

adultedu.tj.cn

南开大学出版社

南开大学电子音像出版社

专多媒体系列教材

经济数学

李金香 李玉芳 编著

赵连年 制作

南开大学出版社
南开大学电子音像出版社

天津

名　　称：《经济数学》
标准书号：ISBN 7—900628—32—0/O·32
出版发行：南开大学出版社
南开大学电子音像出版社
地　　址：天津市南开区卫津路94号　　邮编：300071
营销部电话：（022）23508339　23500755　23508542（传真）
邮购部电话：（022）23502200
技术支持：（022）23504636　83310422
网　　址：www.adultedu.tj.cn
出 版 人：肖占鹏　　总体策划：张蓓
光盘责编：尹建国　张燕　　图书责编：李正明
封面制作：大勇
图书承印：天津宝坻第二印刷厂印刷
光盘刻制：天津民族文化光盘有限责任公司
经　　销：全国各地新华书店、软件连锁店
版　　次：2002年8月第1版
印　　次：2002年8月第1次印制
开本规格：787×1092　1/16
印　　张：13.25　　字　　数：339千
印　　数：1—4000　　定　　价：24.00元

序

情钟成人教育　躬耕网络教学

网络教育正在引发教育史上的革命，其速度之快、影响之大、范围之广，大家有目共睹。而与网络教学紧密相联的现代教育技术，以无限的容量、广阔的覆盖面、灵活交互的特色，迅速渗透到成人教育诸多领域。课件技术的支持、互联网平台的建立、多媒体的综合运用都为成人教育创造了全新的发展条件。天津市教育委员会在快速启动网络教学，全面提升成教水平，构建终身教育的“知识网络”中，做出了创新的实践。

在网络课程的建设和网络教育的实践中，天津成人高校的教师们立足于应用现代教育技术，改造原有的教学模式，开拓了新的教育手段，使网络教育这一新模式，在教学改革的实践中迅速普及并受到广泛欢迎。南开大学出版社出版的《网络教育高职高专多媒体系列教材》，以其严谨的学风、科学的体系、先进的技术、崭新的形式，成为培养经济建设中复合应用型人才的代表性教材。对研究成人教育改革的探索者来说，其欣慰之情是毋庸赘述的。在促进经济发展、社会进步的历程中，再一次留下了成人教育工作者的探索足迹。相信这套教材的出版，将进一步推进成人高等教育的课程体系改革，同时对构建高标准职教体系具有积极的借鉴意义。谨向老师们致谢。

龙德毅
2002年7月

网络教育高职高专多媒体系列教材

前　言

《经济数学》多媒体课件及图书作为经济管理专业的教材，体现出了以应用为目的，必需、够用为度的原则。在内容安排上，突出了数学课程循序渐进、由浅入深、理论联系实际的特点。主要内容为：函数、极限与连续、导数与微分、积分、矩阵代数、线性规划、随机事件及其概率、随机变量及其数字特征、数理统计方法简介，共九章。第一章至第五章由李金香编写；第六章至第九章由李玉芳编写。多媒体课件由赵连年制作。

本书在编写过程中，得到了王发田、肖金庚、和建明同志的大力支持；得到了李国健老师的指导和帮助，天津成人教育网站给予了大力支持，谨在此表示感谢。

由于我们的学识有限，书中的错误及不妥之处在所难免，敬请广大读者批评指正。

编　者

2002 年 5 月

教师介绍：

李金香：副教授。

先后担任了“高等数学”、“经济应用数学”、“微积分”、“线性代数”、“概率论与数理统计”等课程的教学工作。

发表的论文有：《函数极限的几种求法》、《初等函数连续性的证明》、《关于函数单调性的思考》、《浅谈全概率公式的运用》、《无穷级数的求和方法》、《用幂级数表示非初等函数》；《经济应用数学学习指导与标准化试题》一书中任主编，参加了《成人高考题型强化训练与全真模拟试题》一书的编写。

李玉芳：副教授。

曾担任过“微积分”、“经济应用数学”、“高等数学”、“线性代数”、“概率论与数理统计”等课程的教学工作。市级优秀教师，学校系主任，中国职工教育数学学会天津分会理事、常务理事。近年来，相继发表了《浅谈需求弹性》、《关于定积分的可积与有界》、《浅谈极值与拐点》等论文，主编了《经济应用数学学习指导及标准化试题》一书。

赵连年：讲师。

先后担任了“计算机基础”、“数据库技术”、“多媒体技术”等课程的教学工作，参与制作了网络教育高职高专多媒体系列教材配套多媒体课件光盘。

目 录

第一章 函数……1

§1.1 函数的概念……1
§1.2 函数的几种简单性质……4
§1.3 反函数和复合函数……6
§1.4 初等函数……7
§1.5 经济学中常用的函数……10
习题一……12

第二章 极限与连续……14

§2.1 数列的极限……14
§2.2 函数的极限……15
§2.3 无穷大量与无穷小量……18
§2.4 极限的运算法则……19
§2.5 函数的连续性……22
习题二……25

第三章 导数与微分……28

§3.1 导数的概念……28
§3.2 导数的计算……30
§3.3 微分……34
§3.4 罗必达法则……35
§3.5 函数的单调增减性……40
§3.6 函数的极值……42
§3.7 函数的最值及其在经济中的应用……44
§3.8 边际分析与弹性分析……47
习题三……49

第四章 积分……54

§4.1 不定积分……54
§4.2 定积分……63
§4.3 无穷区间的广义积分……67

§4.4 积分的应用……69
习题四……70

第五章 矩阵代数……74

§5.1 行列式……74
§5.2 矩阵……84
§5.3 矩阵的初等变换与矩阵的秩……92
§5.4 逆矩阵……95
§5.5 线性方程组……99
习题五……105

第六章 线性规划……110

§6.1 线性规划的数学模型……110
§6.2 线性规划问题解法（一）——图解法……113
§6.3 线性规划问题的标准形式……116
§6.4 线性规划问题解法（二）——单纯形法……120
习题六……131

第七章 随机事件及其概率……134

§7.1 随机事件……134
§7.2 随机事件的概率……137
§7.3 概率的运算法则……140
§7.4 独立试验概型……144
习题七……146

第八章 随机变量及其数字特征……148

§8.1 随机变量的概念……148
§8.2 离散型随机变量……149
§8.3 连续型随机变量……152
§8.4 数学期望……154
§8.5 方 差……157
§8.6 常用的概率分布……160
习题八……165

第九章 数理统计方法简介……168
§9.1 基本概念……168
§9.2 参数估计……171
§9.3 一元线性回归分析……177
习题九……181

习题答案……183
附表一　标准正态分布表……198
附表二　t 分布双侧临界值表……199
附表三　χ^2 分布上侧临界值表……200
附表四　检验相关系数的临界值表……201

第一章 函 数

§1.1 函数的概念

一、常量与变量

定义 在问题的同一过程中，始终保持不变的量叫做常量，可以取不同数值的量叫做变量. 通常用字母 a,b,c 等表示常量，用字母 x,y,z 等表示变量.

如把一个密闭容器内的气体加热时，气体的体积和气体的分子个数保持一定，它们是常量. 而气体的温度和压力则是变量.

又如一个物体作匀速直线运动，时间与位移的大小都是变量，而速度则是常量.

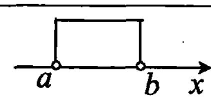
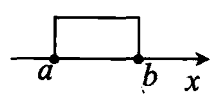
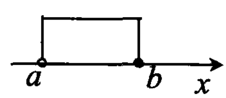
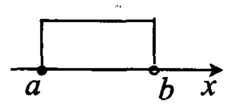
常量与变量都不是绝对的, 也就是说, 同一个量，它是常量还是变量，完全依赖于所讨论的问题而定. 比如速度, 在匀速运动中是常量, 而在变速运动中是变量.

二、区间

（一）有限区间

设 $a,b\in R$，且 $a<b$，有限区间分为开区间、闭区间和半开区间，如表 1.1 所示.

表 1.1

满足不等式	称 作	记作	数轴表示
$a<x<b$	开区间	(a,b)	
$a\le x\le b$	闭区间	$[a,b]$	
$a<x\le b$ 或 $a\le x<b$	半开区间	$(a,b]$ 或 $[a,b)$	 

（二）无穷区间

$(-\infty,+\infty)$ 表示全体实数.

$(a,+\infty)$　　表示大于 a 的全体实数　$(x>a)$.

$(-\infty,a]$ 表示 小于等于 a 的全体实数 $(x\le a)$.

注意 “∞”只是记号, 不能视为数. “∞”读作无穷大.

（三）邻域

点 a 的 δ 邻域：以 a 为中心, 以 δ 为半径的开区间: $(a-\delta,a+\delta)$. 如图 1.1 所示.

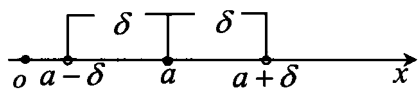


图 1.1

在高等数学中, δ 一般指很小的正数, 这样, 点 a 的 δ 邻域指的是在点 a 的附近取值的一个小的开区间.

三、函数的定义

定义 设 x 与 y 是某一过程中的两个变量, 如果当变量 x 在变化范围 D 中任取一个数值时, 变量 y 按照一定的对应规则, 总有确定的数值和它相对应, 则称变量 y 为变量 x 的函数, 记作 $y=f(x)$, 其中 x 称为自变量, y 称为因变量, f 称为对应法则.

函数 $y=f(x)$ 当 $x=x_0$ 时的函数值，记作 $y(x_0)$ 或 $y|_{x=x_0}$.

自变量 x 的变化范围 D 称为函数的定义域，函数 y 取值的全体称为函数的值域.

如，圆的面积 S 与它的半径 r 之间的关系由公式 $S=\pi r^2$ 给定，面积 S 与它的半径 r 都是变量, 当半径 r 在区间 $(0,+\infty)$ 内任意取定一个数值时, 由 $S=\pi r^2$ 就确定一个相应的圆面积 S 的数值, 因此面积 S 是它的半径 r 的函数.

又如，$y=\pm\sqrt{2-x^2}$ 中 x,y 都是变量, 当变量 x 在区间 $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ 内任意取定一个数值时, 变量 y 有两个确定的值与 x 对应，因此变量 y 是变量 x 的函数.

关于函数的定义做以下说明:

1.符号“f”的意义

符号“f”表示自变量 x 与函数 y 的某种对应规则.

例如　$y=f(x)=2x^2-3x+1$,它的对应法则“f”就是自变量的平方乘以 2 减去自变量的 3 倍加上 1,不妨简化为　$y=f(\ \ )=2(\ \ )^2-3(\ \ )+1$.

如，当 $x=3$ 时,对应的函数值为 $f(3)=2\times3^2-3\times3+1=10$;

同样当 $x=a$ 时,对应的函数值为 $f(a)=2a^2-3a+1$.

2. 单值函数和多值函数

如果函数 $y=f(x)$ 对定义域内任一自变量的值都只有一个确定的值与之对应, 这个函数就称为单值函数, 如果有两个或更多的值与之对应, 就称为多值函数.

如举例中的 $S=\pi r^2$ 为单值函数，$y=\pm\sqrt{2-x^2}$ 为多值函数.

以后谈到的函数如无特别说明都是指单值函数.

3. 确定函数的两个要素——定义域、对应法则.

所谓两个函数相同，是指它们的定义域和对应法则均相同.

如，函数 $y=x+1$ 与 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 不是相同的两个函数.

事实上 $y=x+1$ 的定义域为：$(-\infty,+\infty)$，

$$y=\frac{x^2-1}{x-1}\text{ 的定义域为：}(-\infty,1)\cup(1,+\infty),$$

由于两个函数的定义域不同,所以两个函数不相同.

又如，函数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 与 $s=\dfrac{1}{2}t^2$ 是相同的函数.

事实上，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ 的定义域为:$(-\infty,+\infty)$,对应法则为：$y=f(\ )=\dfrac{1}{2}(\ )^2$，

$$s=\frac{1}{2}t^2\text{ 的定义域为:}(-\infty,+\infty)\text{,对应法则为：}s=f(\ )=\frac{1}{2}(\ )^2.$$

由于两个函数的定义域和对应法则都相同, 只是自变量和因变量所选字母不同, 所以两个函数相同.

在求函数定义域时, 常常遇到下面几种情况:

(1) 若函数 $y=f(x)$ 是多项式,则定义域为一切实数;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 是分式函数,则要求分式的分母的表达式不为零.

(3) 若函数 $y=f(x)$ 是偶次根式函数,则要求偶次根号下的表达式非负.

(4) 若函数 $y=f(x)$ 是对数函数, 则要求对数中的真数表达式大于零.

(5) 若函数 $y=f(x)$ 是由几部分代数式组成,则定义域是使这几部分代数式都有意义的 x 值的全体.

例1　求 $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域.

分析　由对数中的真数表达式大于零知，　$x+1>0$，
由根式中的偶次根号下的表达式非负知，　$x-1\geq 0$，
由分式分母的表达式不为零知，　$x-1\neq 0$，
联立求解即可.

解　应使 $\begin{cases}x+1>0\\x-1>0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x>-1\\x>1\end{cases}$.　所以　$x>1$. 故定义域为:$(1,+\infty)$.

四、分段函数

定义　凡是把函数的定义域分成几个区间,在各个区间内,函数的解析式不一样的，这样的函数称为分段函数.

如 $f(x)=\begin{cases}x-1 & -3\le x<0\\ x+1 & 0\le x<2\end{cases}$ 是一个分段函数.

分段函数表示的是一个函数,而不是几个函数.分段函数一般不是初等函数.

下面介绍分段函数的定义域及函数值的求法.

求分段函数的定义域,先选定所有分段的区间,然后取这些区间的并集所得到的集合就是分段函数的定义域.

求分段函数的函数值时,先要弄清自变量在哪个区间内取值,然后再用该区间上的解析式来计算函数值.

例 2 设函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, & -5\le x<0,\\ x^2-1, & 0\le x<2.\end{cases}$

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求 $f(-3)$、$f(1)$.

分析 (1) 即求分段区间 $[-5,0)$ 和 $[0,2)$ 的并集;

(2) 由于 -3 在区间 $[-5,0)$ 内,因此应将 $x=-3$ 代入式子 $x+2$;

由于 1 在区间 $[0,2)$ 内,因此应将 $x=1$ 代入式子 x^2-1.

解 (1) 因为两个分段区间 $[-5,0)$ 和 $[0,2)$ 的并集为 $[-5,2)$,所以此函数的定义域为: $[-5,2)$.

(2) $f(-3)=-3+2=-1$, $f(1)=1^2-1=0$.

§1.2 函数的几种简单性质

一、单调性

设函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有定义,对于 (a,b) 内的任意两点 x_1,x_2, 当 $x_1<x_2$ 时,如果总有 $f(x_1)<f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是 (a,b) 内的单调增函数(图 1.2(a)); 当 $x_1<x_2$ 时,如果总有 $f(x_1)>f(x_2)$, 则称 $f(x)$ 是 (a,b) 内的单调减函数(图 1.2(b)).当 $f(x)$ 在 (a,b) 内为单调函数时，单调增函数与单调减函数统称为单调函数.

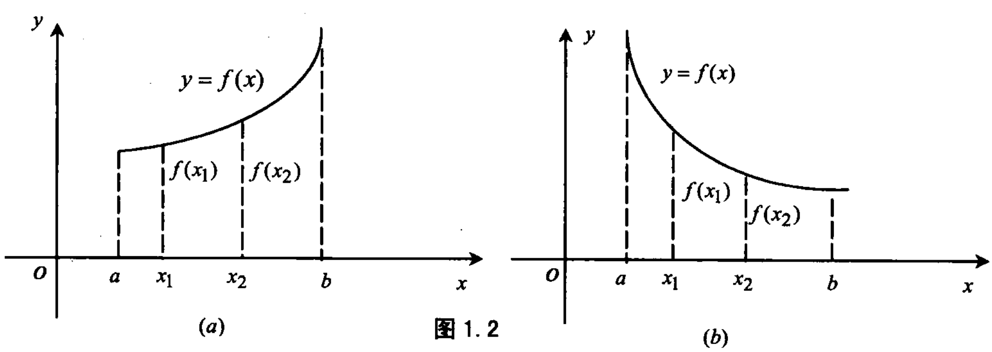


图 1.2

如 $y=x^2$，（图 1.3）
在 $(-\infty,0)$ 内为单调减函数，
在 $(0,+\infty)$ 内为单调增函数.

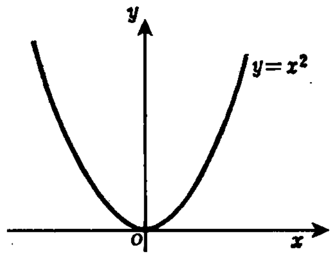


图 1.3

二、奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，x 是 D 内任意一点，若 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数，其图形关于坐标原点对称；若 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数，其图形关于 y 轴对称；若 $f(-x)\neq -f(x)$, 且 $f(-x)\neq f(x)$,则称 $f(x)$ 为非奇非偶函数.如，$f(x)=x$ 是奇函数,这是因为 $f(-x)=-x=-f(x)$ (图 1.4); $f(x)=x^2$ 是偶函数,这是因为 $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$ (图 1.5).

判断一个函数的奇偶性,只须根据定义.无论是奇函数还是偶函数,它们的定义域一定是关于原点对称的,如果函数的定义域不是关于原点对称的,则它必定是非奇非偶函数.

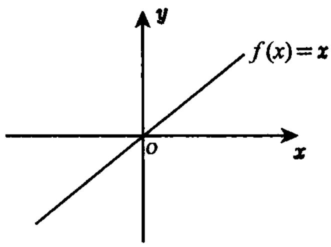


图 1.4

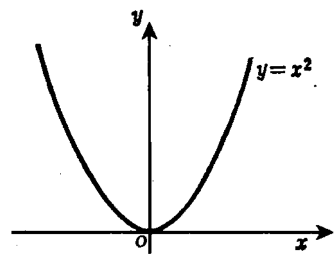


图 1.5

例 3 判断函数 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$ 的奇偶性.

解
$$\begin{aligned} f(-x)&=\ln(\sqrt{(-x)^2+1}-x)\\ &=\ln\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{\sqrt{x^2+1}+x}\\ &=\ln\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=\ln(\sqrt{x^2+1}+x)^{-1}\\ &=-\ln(\sqrt{x^2+1}+x)=-f(x). \end{aligned}$$

故函数 $f(x)$ 为奇函数.

三、有界性

设函数 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内有定义,如果存在一个常数 $M>0$,使得对于 (a,b) 内的所有 x 恒有 $|f(x)|\leq M$,则称 $f(x)$ 是 (a,b) 内的有界函数.如果不存在这样的常数 M,则称

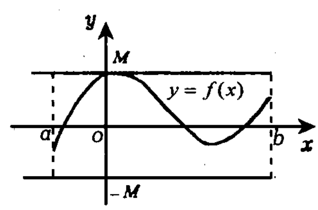


图 1.6

$f(x)$ 是 (a,b) 内的无界函数.

有界函数的图形特点是：曲线 $y=f(x)$ 介于两条平行直线 $y=-M$ 与 $y=M$ 之间(图1.6).

如 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界.这是因为在 $y=\sin x$ 的定义区间 $(-\infty,+\infty)$ 内总有 $|\sin x|\le 1$ 成立;

又如 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1]$ 内无界,这是因为在 $(0,1]$ 内,找不到 $M>0$,使得 $\left|\dfrac{1}{x}\right|\le M$ 成立;在 $[2,+\infty)$ 内有界,这是因为在 $[2,+\infty)$ 内,总有 $\left|\dfrac{1}{x}\right|\le\dfrac{1}{2}$ 成立(图 1.7).

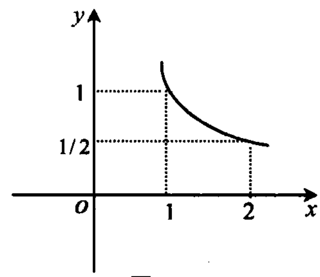


图 1.7

因此函数是否有界,不仅与函数有关,而且还与区间有关.

四、周期性

对于函数 $y=f(x)$,如果存在正的常数 a,使得 $f(x+a)=f(x)$ 恒成立,则称 $f(x)$ 为周期函数. a 称为函数的周期.

如函数 $y=\sin x$ 的最小正周期为 2π,因为 $\sin(x+2\pi)=\sin x$.

§1.3 反函数和复合函数

一、反函数

定义 设函数 $y=f(x)$,其定义域为 D,值域为 M.如果对于 M 中的每一个 y 值，在 D 中，通过 $y=f(x)$ 都有惟一确定的 x 值与它对应,那么 x 就是定义在 M 上的 y 的函数.这个以 y 为自变量的函数叫做 $y=f(x)$($x\in D$)的反函数,记作 $x=f^{-1}(y)$($y\in M$).

习惯上,总是用 x 表示自变量, y 表示函数,为此,对调 $x=f^{-1}(y)$ 中的字母 x 与 y,将 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 习惯上写成 $y=f^{-1}(x)$.

如， $y=2x-1$ 的反函数为 $x=\dfrac{y+1}{2}$,习惯上写成 $y=\dfrac{x+1}{2}$.即 $y=2x-1$ 的反函数为 $y=\dfrac{x+1}{2}$.

反函数 $y=f^{-1}(x)$ 与直接函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

二、复合函数

定义 设函数 $y=f(u)$， $u=\phi(x)$,当 x 在 $u=\phi(x)$ 的定义域或其中某一部分取值时, $u=\phi(x)$ 的函数值均落在 $y=f(u)$ 的定义域内,则称 y 是 x 的复合函数,记作 $y=f[\phi(x)]$,

其中u称为中间变量，x是自变量.

关于复合函数做以下说明：

1. $y=f[\phi(x)]$的定义域是使$u=\phi(x)$的函数值落在$y=f(u)$的定义域内所对应的x取值的全体.

如$y=f[\phi(x)]=\sqrt{1-x^2}$是由$y=f(u)=\sqrt{u}$及$u=\phi(x)=1-x^2$复合而成，只有$1-x^2\geq 0$即$|x|\leq 1$时，才能使$u$的值落在$y=\sqrt{u}$的定义域内，所以复合函数$y=\sqrt{1-x^2}$的定义域为$[-1,1]$.

2.不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数.

如，$y=\arcsin u$，$u=2+x^2$就不能复合成一个复合函数，因为$u=2+x^2$的值域为$[2,+\infty)$，不可能落在$y=\arcsin u$的定义域$[-1,1]$内.

3.复合函数还可以由两个以上的函数复合构成.

如，$y=\ln[\sin(2x+1)]$是由$y=\ln u$，$u=\sin v$，$v=2x+1$三个函数复合构成.其中u,v都是中间变量.

4.对于复合函数要会分解其结构.

例 4　分析下列函数的结构

1. $y=\ln[\sin(x^2+1)]$.　　2. $y=\mathrm{e}^{\sin^2\frac{1}{x}}$.

分析　分析一个函数的结构，就是分析一个函数是由哪些简单函数(基本初等函数或基本初等函数的四则运算)复合而成的.

解　1. $y=\ln u$，　$u=\sin v$，　$v=x^2+1$.

2. $y=\mathrm{e}^u$，　$u=v^2$，　$v=\sin w$，　$w=\dfrac{1}{x}$.

§1.4　初等函数

一、基本初等函数

常量、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为基本初等函数.

(1) 常量　$y=c$

(2) 幂函数　$y=x^\alpha$　(α为常数)

(3) 指数函数　$y=a^x$　($a>0$ 且 $a\neq 1$)

(4) 对数函数　$y=\log_a x$　($a>0$ 且 $a\neq 1$)

(5) 三角函数　$y=\sin x$　$y=\cos x$　$y=\tan x$

$y=\cot x$　$y=\sec x$　$y=\csc x$

(6) 反三角函数　$y=\arcsin x$　$y=\arccos x$

$y=\arctan x$　$y=\mathrm{arccot}\, x$

以上六种函数的有关性质，在初等代数中已学过，简单复习如下：