

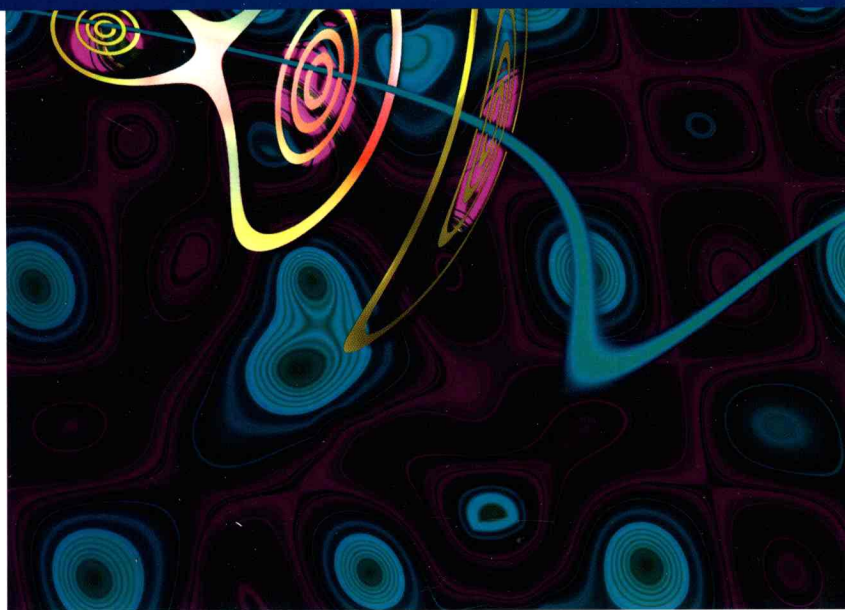


数学方法论应用传播丛书

丛书主编 徐沥泉 徐鸿超

数学·教学·哲学

Teaching Mathematics: A Philosophy Aspect



刘云章 唐志华 著

大连理工大学出版社 | DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

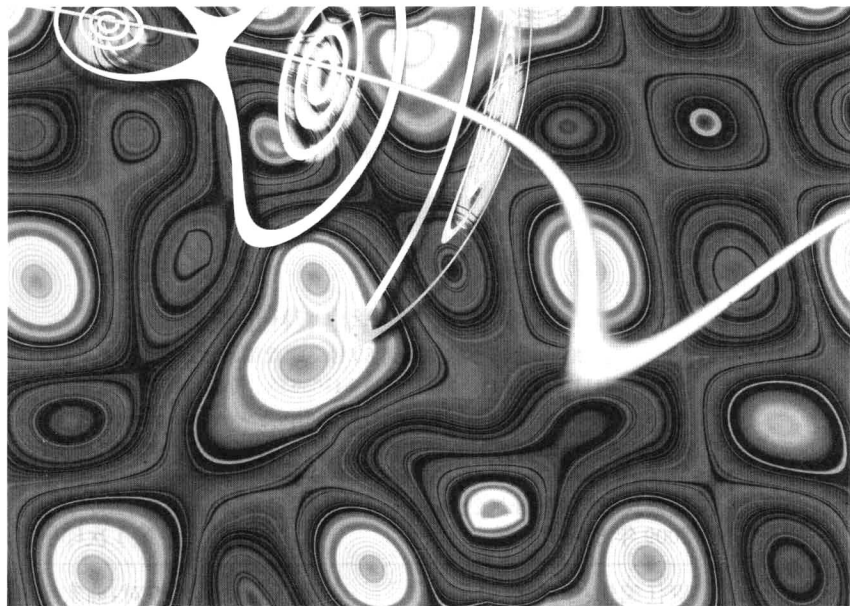


数学方法论应用传播丛书

丛书主编 徐沥泉 徐鸿超

数学·教学·哲学

Teaching Mathematics: A Philosophy Aspect



刘云章 唐志华 著

大连理工大学出版社 DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学·教学·哲学/刘云章,唐志华著.——大连:大连理工大学出版社,2009.8

(数学方法论应用传播丛书)

ISBN 978-7-5611-5008-5

I. 数… II. ①刘…②唐… III. 数学方法—方法论
IV. O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 139189 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连美跃彩色印刷有限公司印刷

大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:147mm×210mm 印张:9.5 字数:185千字
2009年8月第1版 2009年8月第1次印刷

责任编辑:于建辉

责任校对:曲宏宇

封面设计:孙宝福

ISBN 978-7-5611-5008-5

定价:27.00元



数学方法论应用传播丛书

编写委员会

丛书顾问(按姓氏笔画排序)

王梓坤 刘绍学 周春荔 林夏水

丛书主编 徐沥泉 徐鸿超

执行主编 唐志华

委员(按姓氏笔画排序)

于世章 王民珠 王光明 朱恒杰

何万生 吴勤文 杨世明 杨冠夏

陈安宁 陈远刚 周公贤 周家禧

徐献卿 袁渊 郭璋 顾晓华

储东花 谢祥 裴光亚

“数学方法论应用传播丛书”题词

推广数学方法论二十年

徐利治

2009年8月于大连

总序

“太湖烟波碧沉沉 渤海嗒淋^①沁人心。”

由大连理工大学出版社出版的“数学方法论应用传播丛书”，与读者见面了。这是我国数学科学与数学教育文库百花园中的一簇奇葩。

先让我们扼要地回顾一下这套丛书的由来。

1987年8月，无锡市的数学老师应邀出席了由大连理工大学应用数学研究所主办的“全国数学方法论和数学史学术研讨会”。在此期间，一连六天，我国著名数学家徐利治教授作了关于“数学方法论和G·波利亚数学教育思想”的系列讲座。尔后，无锡市的老师又出席了由周春荔先生、杨世明先生在首都师范大学主持召开的“全国首届波利亚数学教育思想学术研讨会”。

返锡后，他们在时任无锡市教育局局长周稽裘先生的亲自部署和直接领导下，在无锡市原教研室主任、特级教师李永灿先生的支持与指导下，成立了无锡市MM(Mathematical Methodology)课

^① “大连”原本是满语中“嗒淋”的译音，本意是“海滨”之意。

题组。教育行政部门组织和协调市教育科学研究所、市教研室和江南大学·教育学院等各方面的研究力量，“强强联合”协作攻关，设计出“贯彻数学方法论的教育方式，全面提高学生素质”的数学教育实验(简称 MM 实验)课题。从此，在中国无锡市正式拉开了把数学方法论和波利亚数学教育思想直接应用于数学教育教学实践的序幕。

此后，在时任江苏省教委主任袁相碗教授、副主任周稽裘先生的关心支持下，在无锡市教委主任林建坤先生的直接参与和领导下，MM 课题先后列入江苏省教育科研“八五、九五”重点项目和国家教委“八五规划”项目。

经过 5 年实验，证明 MM 教育方式不仅减轻了师生的负担，而且提高了老师的数学水平和教学水平，从而提高了教学质量。因此，它于 1994 年通过了受江苏省教委委托，由王梓坤院士、徐利治教授组成的专家组的鉴定，并获得高度好评。

MM 实验从设计到确立为一种教育方式(MM 教育方式)，并且推广到全国十几个省、市、自治区，迄今已经整整 20 年。这其中倾注了设计者、实验者、推广者的大量心血。当年参加实验和推广的老师已经陆续退休了，而且随着年龄的增长，他们将无法到全国各地亲自指导和推广 MM 实验。这就提出一个问题：如何使 MM 实验继续推广下去，使 MM 教育方式世代相传，并且随着时代的发展而不断发展？

当然，作为实验，已经出版过两本教材：杨世明、周春荔、徐沥泉等著的《MM 教育方式：理论与实践》(2002 年)和徐沥泉著的《教学·研究·发现——MM 方式演绎》(2003 年)。不过，MM 实

实验需要具备一定的条件,这就使得它的传播带有一定的局限性.特别是对于不具备实验条件,又希望在数学教学中贯彻MM教育方式的一些重要教育思想和教学方法的老师来说,则需要一部能概括MM实验、MM教育方式的普及书.因此,我在2006年于新疆召开的数学科学方法论研究交流中心理事会上提议:撰写一部“MM教育方式”雅俗共赏的书籍.

现在,我国各地MM实验点一线教师,以及热心于数学方法论的理论传播和应用研究的大、中、小学数学教师和教学研究人员集思广益,共同努力,分工协作撰写的“数学方法论应用传播丛书”,终于正式出版了.她比我原先设想的MM教育方式普及性书籍能更全面地传播数学科学,传播数学方法论,传播数学文化,传播数学的精髓.是一套让人走进数学,理解数学,鉴赏数学,品味数学,直到热爱数学和应用数学,宣传数学思想方法的高级科普读物.

丛书作者的知识结构、年龄结构合理,在丛书写作方面具有最佳的主体结构.作者的年龄跨度从33岁至89岁,这是少见的,也是十分可喜的.我国一批著名数学家、科学家都十分关心和支持数学方法论的研究与普及工作,关心数学科普作品的撰写与出版.王梓坤教授的《科学发现纵横谈》一书,就给我们如何撰写科普著作做出了榜样.该书对从事理科和文科工作的同志都起到了很好的教育作用.本套丛书的作者也认真学习和尝试了这种风韵.

值此MM课题实施20周年之际,王梓坤院士和刘绍学教授等又为MM实验纪念活动,为本套丛书的出版发来了热情洋溢的贺词与贺信.年届90的徐利治教授亲自撰写有关MM教育方式

的论文和《MM教育方式：理论与实践》一书的序言。“天下士非一方之士，人伦师乃万世之师。”他们为本套丛书留下了珍贵的作品和墨宝，他们的思想在这套丛书中得以充分体现，以飨读者。作为一名数学哲学工作者，看到这些著名数学家和科学家为数学科普工作付出的辛劳，我感到由衷的欣慰。

丛书共有八本专著和一本编著。《源于教学·高于教学——MM方式演绎》一书，是《教学·研究·发现——MM方式演绎》（科学出版社，2003年3月）的姊妹篇，其中收录了全国各实验点70余位老师的专题论文、研究报告、教学设计和教学实录。他们之中有著名学者，大学教授、副教授、讲师和初出茅庐的博士、硕士；有中、小学的特级教师、高级教师；有享受国家和地方政府特殊津贴的专家，全国模范教师、先进教师和科技拔尖人才。

《合情推理趣引》、《数学——直觉与逻辑的交响乐》、《数学和谐美》等著作，揭示和展现了数学发现和发明过程中直觉思维、形象思维和逻辑思维交融的旋律。数学和文学、数学和艺术都是相通的。

数学是研究抽象事物的，它的抽象性保证了其应用的广泛性。如何教育学生从具体事物中抽象出数学问题？《学会抽象与建模》一书的许多数学模型都是从日常生活中以及我们身边的例子提炼（抽象）出来的，有一部分是中学数学课堂教学的实例，还有一部分是由中学生从自己周围的具体事例中抽象概括出来的数学模型和他们的获奖作品，颇具特色，也有一定的应用价值。学会抽象与建模应该成为学习数学的一种技能。

数学教育是人类的一件大事。古往今来，许许多多数学家、教

育家、教师和数学教育工作者，一直在“摸着石头过河”。怎样摸得更好？怎样避免陷入泥潭？记得一位伟人说过：“人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。”那么，《数学·教学·哲学》和《世纪婚约——哲学与数学教育联姻的实践与思考》这两部著作将给我们带来深刻的启迪与思考。它将帮助我们回答数学的本质是什么，数学教育和数学教学的本质又是什么，在数学教学中怎样提高学生的一般科学素养，增进社会文化修养，形成和发展数学品质，从而全面提高学生的素质。

一个好的数学教师，他的任务是帮助学生了解数学文化、喜爱数学文化、陶醉于数学文化，进而让学生学会用数学家的思维方式思考问题、解决问题。正如波利亚所说，让处于性格极易改变的青少年时期的学生，养成善思的好习惯，从而改变他们一生的命运。《从喜欢到入迷——学好数学的秘密》一书的作者将以自己的亲身经历说明如何用以上思想来教育学生，让学生从害怕数学、讨厌数学的困境中解脱出来，从而热爱数学，迷恋数学。从一二十分到全年级前三名，一些看来是神话般的例子，确实是现实的，关键是要真正地理解数学及其教学方法。

《数学思想赏析》一书内容丰富、内涵深刻，作者居高临下，又深入浅出。可供非数学专业的读者领略和赏析数学美，学到一定的数学常识、数学知识、典型的数学思想与方法；也可供爱好数学和数学专业的读者在茶余饭后分享与品味作者精心设计与制作的数学实例。它会引起具有较好数学基础和具备较高数学素养的读者的共鸣。

总之，本套丛书是具有数学科学方法论特色、兼具鉴赏性和教

材性的数学专题科普著作。同时,她又沟通了文理科学,内容丰富,事例翔实,起点有高有低,读者可各取所需,适合于广大数学爱好者阅读。

“数学方法论应用传播丛书”的宗旨是:走进数学,理解数学,养成数学思维,欣赏数学的美;品味数学,启迪心智,增强数学修养,弘扬数学文化。我们要提倡、鼓励和采取有效机制让学习和从事文科的人们读一点自然科学的科普读物;学习和从事理科(含数学)的人们阅读和鉴赏一些文学、艺术名著。开阔思路,从事跨学科的研究工作,把各自的思维活动发挥得淋漓尽致,不断地实现科学研究中的发明和发现。

林夏水

2009年2月15日

前 言

“没有数学,我们无法看穿哲学的深度;没有哲学,人们也无法看穿数学的深度;而若没有这两者,人们就什么也看不透。”对于数学教学的研究必须提高到哲学高度。目前,国内外有识之士已注意到数学教学哲学的研究,但仅仅是开始,还很少论及数学教学的具体问题,“数学教学哲学”仍是亟待开垦的处女地。多年前,徐利治先生倡导:“把数学哲学和数学史的研究成果运用于数学教育过程,促进数学的哲学、历史和教育三者的有机结合。”这是富有指导意义的。

本书结合数学思想发展史,从哲学高度和数学的各个侧面(数学观念、思想方法、直觉活动、美学活动、符号活动及课程价值等)考查数学教学中的一系列重要课题,旨在与读者一起研讨怎样提高自身的哲学素养,试图为创建“数学教学哲学”构建脚手架。书中内容大多是笔者已发表过的文章。

本书可供数学教育方向的研究生、研究生学位课程班的学员、大学高年级学生以及广大数学教育工作者阅读、参考,也可用做教师培训班的参考教材。我们期待本书能给读者以某些启迪,能激起

数学·教学·哲学

读者进一步的思辨.

探索,难免谬误,期待得到专家、读者的指正.

作 者

2009年1月28日

目 录

1 数学观与数学教学思想	1
1.1 正确认识数学中的规定	2
1.2 正确认识数学名词	7
1.3 正确认识数学符号	15
1.4 “数学是常识的精微化”	24
1.5 庸俗与艺术的思辨	31
2 数学认识过程中的思想方法	36
2.1 集合论的哲学思考	37
2.2 公理法的哲学断想	43
2.3 极限法的哲学思考	49
2.4 归纳与数学归纳法的哲学思考	56
2.5 数学类比的哲学思考	62
2.6 波利亚的解题训练与“题海战术”的辨析	70
3 数学认识过程中的直觉活动	80
3.1 波利亚数学灵感理论初探	80
3.2 解决几何问题是否需要直觉	92
3.3 数学直觉的思辨	101

3.4	解题活动中的直觉洞察	112
3.5	解题活动中的直觉选择	122
4	数学认识过程中的美学活动	138
4.1	数学美的哲学思考	139
4.2	数学,美在哪里	149
4.3	数学的求简精神	155
4.4	对称性原理及其应用	161
4.5	命题、解题与审美	169
4.6	解题过程中的补美	177
5	数学认识过程中的符号活动	193
5.1	构建数学符号学的思考	194
5.2	数学符号的思维功能	199
5.3	解题活动中的符号处理技巧	212
5.4	数学符号的创设原则	221
5.5	数学语言的现代化	233
6	关于数学课程的若干断想	242
6.1	几何教学价值的哲学思考	243
6.2	从欧几里得空间的引进看数学中的抽象与推广	251
6.3	正确认识微积分	264
6.4	从数理逻辑看数学思想的发生发展	274
	参考文献	284

1

数学观与数学教学思想

数学是不是一门难懂而又神秘的科学？应该怎样正确认识数学？这是数学哲学研究的重要内容之一。

多项调查表明，不少学生对数学不感兴趣，甚至厌恶数学。这与教材、教师有关。笔者曾听到一位教师向初一学生讲：“数学抽象、枯燥，不用心是会留级的。”好心！但歪曲了数学形象。应当承认数学是抽象的，但究竟是枯燥、无味、无用的，还是生动、有趣、有用的呢？如果教师不能正确看待数学，就不能引导学生喜欢数学。波利亚曾讲过，一些教师“通过初级学校学会讨厌数学……他们返回初级学校又教育新一代讨厌数学。”这句话似乎也描述了我国现状。因此，怎样看待数学，怎样引导学生建立

正确的数学观,是值得研究的课题.

数学是人类的一种活动,源于社会实践,推动社会实践.数学中的很多做法都是从社会实践中迁移过来的.

1.1 正确认识数学中的规定

数学的抽象性,突出表现于其中的一系列规定.数学中的所有定义都是规定的;一切公理也是规定的,是“数学用来作为出发点的思想上的规定”;一切数学符号都是人工制订的,约定俗成的,也可以说是前人规定的.这些规定是学生感到数学抽象枯燥的主要原因之一.正如N·A·考特与O·脱普粒茨所讲:“数学家使用词语已经经济到教义的地步了……废掉了所有的或者几乎所有的词语,然后用特殊的记号和符号取代之,这使他的陈述在意识和优美上都是无与伦比的,但他要付出的代价是他写的东西外行人看不懂.”“数学由于其语言、标记方法和奇怪的符号,像是被一座高墙与外世隔绝,对于墙外的人,觉得墙里面大部分都是秘密,是沉闷、平凡的数学,是那些按照不可逃避的必然定律起作用的、没有生气的数学.”因此,正确认识数学中的规定是树立正确数学观的基础.

1.1.1 “规定”的必要性

人类社会为了生存发展,总要作出一系列的规定,交通法、出版法、教师法及环境保护法等.作规定是社会活动的需要,有好处.数学中的规定也是如此,它是为了有利于数学的研究、传