



学远
SURE!

一个集成化教育服务机构

全国教育科学“十一五”教育部规划课题成果

同一梦想

Tongyimenxiang

总 编 唐小平



2010
高考第一轮
总复习

西南师范大学出版社 星球地图出版社

责任编辑 田同生

同一梦想

——高考第一轮总复习

数学

课标人教 A 版(文)

总编 唐小平

*

西南师范大学出版社 星球地图出版社 出版

华新印业有限公司 印刷

*

开本:880×1230 1/16 印张:18.25 字数:827 千字

2009 年 4 月第 1 版 2009 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-80212-945-0 定价:59.80 元



全国教育科学“十一五”规划课题成果

同一梦想

总编 唐小平

2010

高考第一轮

总复习

西南师范大学出版社 星球地图出版社

目录

CONTENTS

第一章 集合与常用逻辑用语

- 1.1 集合 1
练案·课时作业(活页)

- 1.2 命题与量词、逻辑联结词 4
练案·课时作业(活页)

- 1.3 充要条件与四种命题 6
练案·课时作业(活页)

单元测试一 集合与常用逻辑用语(活页)

第二章 函数

- 2.1 函数及其表示 10
练案·课时作业(活页)

- 2.2 函数的定义域及值域 13
练案·课时作业(活页)

- 2.3 函数的单调性 15
练案·课时作业(活页)

- 2.4 函数的奇偶性 17
练案·课时作业(活页)

- 2.5 指数函数 19
练案·课时作业(活页)

- 2.6 对数函数 21
练案·课时作业(活页)

- 2.7 幂函数 24
练案·课时作业(活页)

- 2.8 函数的图像 26
练案·课时作业(活页)

- 2.9 函数与方程 28
练案·课时作业(活页)

- 2.10 函数模型及其应用 30
练案·课时作业(活页)

第三章 导数及其应用

- 3.1 导数及其运算 33
练案·课时作业(活页)

- 3.2 导数的应用 36
练案·课时作业(活页)

单元测试二 函数与导数(活页)

第四章 三角函数与解三角形

- 4.1 三角函数的基本概念 39

练案·课时作业(活页)

- 4.2 三角函数的图像 42

练案·课时作业(活页)

- 4.3 三角函数的性质 45

练案·课时作业(活页)

- 4.4 和差倍角的三角函数 48

练案·课时作业(活页)

- 4.5 三角求值及最值 51

练案·课时作业(活页)

- 4.6 解三角形 53

练案·课时作业(活页)

第五章 平面向量

- 5.1 平面向量的线性运算 57
练案·课时作业(活页)

- 5.2 平面向量基本定理及坐标表示 60
练案·课时作业(活页)

- 5.3 平面向量的数量积 62
练案·课时作业(活页)

单元测试三 三角与平面向量(活页)

第六章 数列

- 6.1 数列的概念与简单表示法 65
练案·课时作业(活页)

- 6.2 等差数列 67
练案·课时作业(活页)

- 6.3 等比数列 70
练案·课时作业(活页)

- 6.4 数列求和 72
练案·课时作业(活页)

- 6.5 数列的综合应用 74
练案·课时作业(活页)

单元测试四 数列(活页)

第七章 不等式

- 7.1 不等关系与不等式 77

练案·课时作业(活页)

- 7.2 均值不等式 80

练案·课时作业(活页)

目录

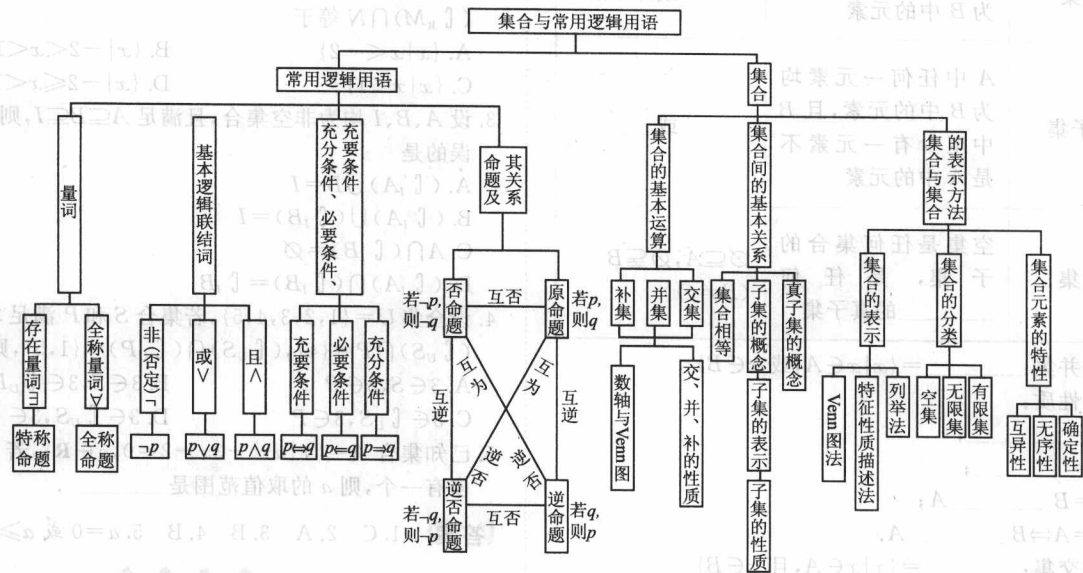
CONTENTS

7.3 一元二次不等式及其解法	82
练案·课时作业(活页)	
7.4 线性规划问题	84
练案·课时作业(活页)	
第八章 推理与证明	
8.1 合情推理与演绎推理	87
练案·课时作业(活页)	
8.2 直接证明与间接证明	90
练案·课时作业(活页)	
单元测试五(不等式与推理证明(活页))	
第九章 立体几何初步	
9.1 空间几何体的结构	92
练案·课时作业(活页)	
9.2 空间几何体的三视图及直观图	95
练案·课时作业(活页)	
9.3 空间几何体的表面积与体积	98
练案·课时作业(活页)	
9.4 平面的基本性质及推论	101
练案·课时作业(活页)	
9.5 平行关系	104
练案·课时作业(活页)	
9.6 垂直关系	107
练案·课时作业(活页)	
单元测试六(立体几何初步(活页))	
第十章 平面解析几何初步	
10.1 直线的方程	111
练案·课时作业(活页)	
10.2 直线的位置关系	113
练案·课时作业(活页)	
10.3 圆的方程	115
练案·课时作业(活页)	
10.4 直线与圆、圆与圆的位置关系	117
练案·课时作业(活页)	
第十一章 圆锥曲线与方程	
11.1 椭圆	120
练案·课时作业(活页)	
11.2 双曲线	123
练案·课时作业(活页)	
11.3 抛物线	126
练案·课时作业(活页)	
11.4 直线与圆锥曲线	129
练案·课时作业(活页)	
单元测试七 解析几何(活页)	
第十二章 统计	
12.1 随机抽样	132
练案·课时作业(活页)	
12.2 用样本估计总体	135
练案·课时作业(活页)	
12.3 变量的相关关系	138
练案·课时作业(活页)	
第十三章 统计案例	
13.1 回归分析的基本思想及其初步应用	142
练案·课时作业(活页)	
13.2 独立性检验的基本思想及其初步应用	145
练案·课时作业(活页)	
单元测试八 统计与统计案例(活页)	
第十四章 概率	
14.1 事件及古典概型	148
练案·课时作业(活页)	
14.2 互斥事件与几何概型	150
练案·课时作业(活页)	
单元测试九 概率(活页)	
第十五章 算法初步	
15.1 算法与程序框图	153
练案·课时作业(活页)	
15.2 基本算法语句与算法案例	156
练案·课时作业(活页)	
15.3 框图	160
练案·课时作业(活页)	
第十六章 复数	
16.1 复数	162
练案·课时作业(活页)	
单元测试十 算法初步与复数(活页)	
模拟测试一(活页)	
模拟测试二(活页)	
讲练部分参考答案	227
练案·课时作业参考答案	235
单元测试参考答案	287

第一章

集合与常用逻辑用语

知识网络



命题展望

集合的考查通常以两种方式出：(1)考查集合的概念、集合间的关系、集合的运算；(2)与其他知识相结合，考查中学数学常见的数学思想。

该知识点是命题热点，应引起高度重视，逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科，基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具，以考查四种命题、逻辑联结词等知识点为主，在难度上以易题为主，今后高考命题上仍以基本概念为考查对象，并且以本节知识作为工具考查函数、方程、三角、立体几何、解析几何中的知识点，题型主要是选择题和填空题。

1.1 集合

对接高考

预案

一网打尽 考点

知能梳理

知识梳理

1. 元素与集合

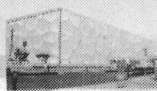
(1)集合中元素的三个特性：

(2)集合中元素与集合的关系

文字语言	符号语言
属于	$\in$
不属于	$\notin$

(3)常见集合符号表示

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
符号	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}^+$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{C}$



(4)集合的表示法: _____、_____、_____.

2. 集合间的基本关系

表示 关系	文字语言	符号语言
相等	集合 A 与集合 B 中的所有元素都相同	$\Leftrightarrow A=B$
子集	A 中任何一元素均为 B 中的元素	或
真子集	A 中任何一元素均为 B 中的元素,且 B 中至少有一元素不是 A 中的元素	或
空集	空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集	$\emptyset \subseteq A, \emptyset \subsetneq B (B \neq \emptyset)$

3. 集合的并集: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$

并集的性质:

$$A \cup \emptyset = A;$$

$$A \cup A = A;$$

$$A \cup B = B \cup A;$$

$$A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A.$$

4. 集合的交集: $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$

交集的性质:

$$A \cap \emptyset = \emptyset; A \cap A = A;$$

$$A \cap B = B \cap A;$$

$$A \cap B = A \Leftrightarrow B \supseteq A.$$

5. 集合的补集: $\complement_U A = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A\}$

补集的性质:

$$A \cup (\complement_U A) = U;$$

$$A \cap (\complement_U A) = \emptyset;$$

$$\complement_U (\complement_U A) = A;$$

$$\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B);$$

$$\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B).$$

自主探究 1. (1)确定性 无序性 互异性 (2)∈

∈ (3)N N*(N₊) Z Q R C (4)列举法 描述法
Venn 图法 2. $A \subseteq B, \text{且 } B \subseteq A \Leftrightarrow A=B, B \supseteq A \Leftrightarrow A \subseteq B, B \supsetneq A \Leftrightarrow A \subsetneq B$
非空集合 3. $A \cup B \supseteq A, A \cup B \supseteq B, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$
4. $A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$
5. $\complement_U A \cup A = U, \complement_U A \cap A = \emptyset$

知识回扣

- 下列关系: ① $3\sqrt{2} \notin \{x | x \leq \sqrt{17}\}$; ② $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$; ③ $0 \in \mathbb{N}$; ④ $0 \in \emptyset$. 其中正确的个数是 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 设全集是实数 $\mathbb{R}$, $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x | x < 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} M) \cap N$ 等于 ()
A. $\{x | x < -2\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | -2 \leq x < 1\}$
- 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式错误的是 ()
A. $(\complement_I A) \cup B = I$
B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$
C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$
D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$
- 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若集合 S 和 P 满足 $S \cap P = \{2\}$, $(\complement_U S) \cap P = \{4\}$, $(\complement_U S) \cap (\complement_U P) = \{1, 5\}$, 则有 ()
A. $3 \in S, 3 \in P$ B. $3 \in S, 3 \in \complement_U P$
C. $3 \in \complement_U S, 3 \in P$ D. $3 \in \complement_U S, 3 \in \complement_U P$
- 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, 若 A 中元素至多有一个, 则 a 的取值范围是 _____.

答案 1. C 2. A 3. B 4. B 5. $a=0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$

特别提醒

- 元素与集合之间的属于关系、集合与集合之间的包含关系要分清.
- 理解空集. 集合 $\{0\}$, $\{\emptyset\}$ 之间的区别. 可作一横向联系, 最伟大的数字 0, 最伟大的集合 $\emptyset$, 最伟大的向量 $\mathbf{0}$ 并称“三最”.
- 有限集合 A 中有 n 个元素, 其子集个数 2^n , 真子集个数 $2^n - 1$, 非空子集个数 $2^n - 1$, 非空真子集个数 $2^n - 2$, 并横向联系二项式定理, 组合数公式加以理解.
- 进行集合交并补运算时多借助图形即(数轴或韦恩图), 用数轴进行集合运算时, 注意端点的取舍, 数形结合的思想方法使问题直观简洁, 另外仍然需要注意最伟大的集合 $\emptyset$.



一比高低 考题

高考再现

- (2008 北京) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 那么集合 $A \cap (\complement_U B)$ 等于 ()
A. $\{x | -2 \leq x < 4\}$ B. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 4\}$
C. $\{x | -2 \leq x < -1\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

考向指南

考查交集、补集运算, 无限集的探求常借助于数轴, 同时注意端点值的探讨.

- (2008 广东) 第二十九届夏季奥林匹克运动会将于 2008 年 8 月 8 日在北京举行. 若集合 $A = \{\text{参加北京奥运会比赛的运动员}\}$, 集合 $B = \{\text{参加北京奥运会比赛的男运动员}\}$, 集合 $C = \{\text{参加北京奥运会比赛的女运动员}\}$, 则下列

关系正确的是

- A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq C$
C. $A \cap B = C$ D. $B \cup C = A$

考向指南

抽象集合的关系探讨常利用 Venn 图.

- (2009 上海春) 若集合 $A = \{x | |x| > 1\}$, 集合 $B = \{x | 0 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

考向指南

考查集合的运算, 求集合的交一般的先计算每一个集合, 后利用数轴求交.

一鸣惊人 **考技**

一、集合的概念

例1 含有三个实数的集合,既可表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$,也可以表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$,则 $a^{2008}+b^{2007}$ 的值为_____.

随讲随练

1. 已知 $1 \in \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$,求实数 a 的值.

二、集合的运算

例2 已知集合 $A=\{x|x^2+3x+2 \geq 0\}$, $B=\{x|mx^2-4x+m-1 > 0, m \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 且 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

随讲随练

2. 设集合 $A=\{(x,y)|y=2x-1, x \in \mathbf{N}^*\}$, $B=\{(x,y)|y=ax^2-ax+a, x \in \mathbf{N}^*\}$, 问是否存在非零整数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$? 若存在, 请求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.

三、集合运算的实际应用

例3 某班有21人参加数学课外小组, 17人参加物理课外小组, 10人参加化学课外小组, 既参加数学又参加物理小组的有12人, 既参加数学也参加化学小组的有6人, 既参加物理又参加化学的有5人, 三个小组都参加的有2

一目了然 **总结**

- 集合关系是由元素关系来决定的, 区分开元素与集合, 集合与集合的两大关系.
- 解决集合运算, 必须准确理解集合的有关概念, 对于用描述法给出集合 $\{x|x \in p(x)\}$; 要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 $p(x)$, 例如: $A=\{x|y=2^x\}=\mathbf{R}$, 而 $B=\{y|y=2^x\}=\{y|y>0\}$.
- 集合作为工具应用于函数、方程、不等式、解析几何等问题中, 要注意将集合语言转化为我们所熟知的语言.
- 不等式解集的集合运算多借助数轴进行; 一般集合可用 Venn 图加以表示; 点集的几何意义为函数图像或方程的曲线, 所以要树立借助图形解决集合问题的意识.

一试身手 **自测**

1. 设 A, B 是两个非空集合, 定义 $A+B=\{a+b|a \in A, b \in B\}$, 若 $A=\{0, 2, 5\}$, $B=\{1, 2, 6\}$, 则 $A+B$ 子集的个数是()

个, 问所有参加课外小组的共有多少人?

随讲随练

3. 向50名学生调查对 A, B 两事件的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体的五分之三, 其余的不赞成; 赞成 B 的比赞成 A 的多3个, 其余的不赞成; 另外, 对 A, B 都不赞成的学生数比对 A, B 都赞成的学生数的三分之一多1人, 问对 A, B 都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人?

四、自定义集合的运算

例4 若集合 A_1, A_2 满足 $A_1 \cup A_2 = A$, 则称 (A_1, A_2) 与 (A_2, A_1) 为集合 A 的同一种分拆, 则集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 的不同分拆种数是()

- A. 27 B. 26 C. 9 D. 8

随讲随练

4. 设 S 是至少含有两个元素的集合, 在 S 上定义了一个二元运算 $*$ (即以任意的 $a, b \in S$, 对于有序元素对 (a, b) , 在 S 中有唯一的元素 $a*b$ 与之对应), 若对任意的 $a, b \in S$, 有 $a*(b*a)=b$, 则对任意的 $a, b \in S$, 下列不等式中恒成立的是()
- A. $(a*b)*a=a$
B. $b*(b*b)=b$
C. $[a*(b*a)]*(a*b)=a$
D. $(a*b)*[b*(a*b)]=b$

规律感悟

当堂练习

- A. 2^9 B. 2^8 C. 2^7 D. 2^6
2. 已知集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A=\{2, 4, 5, 7\}$, $B=\{3,$

4,5}, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$

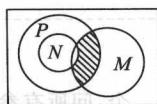
A. {1,6}

B. {4,5}

C. {2,3,4,5,7}

D. {1,2,3,6,7}

3. 设 U 为全集, 集合 M, N, P 都是 U 的真子集, 如图所示, 图中阴影部分表示的集合为



A. $M \cap (N \cup P)$

B. $M \cap (P \cap \complement_U N)$

C. $P \cap (\complement_U M \cap \complement_U N)$

D. $(M \cap N) \cup (M \cap P)$

1.2 命题与量词、逻辑联结词

对接高考

预案



一网打尽 考点

知识梳理

1. 命题

能判断真假的语句叫做命题。

2. 全称量词与全称命题

(1) 全称量词: 短语“所有”“任意一个”在逻辑中通常叫做全称量词。

(2) 全称命题: 含有“所有”的命题。

(3) 全称命题的符号表示

形如“对 M 中任意一个 x , 有 $p(x)$ 成立”的命题, 可用符号简记为“ $\forall x \in M, p(x)$ ”。

3. 存在量词与特称命题

(1) 存在量词: 短语“存在”“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词。

(2) 特称命题: 含有“存在”的命题。

(3) 特称命题的符号表示

形如“存在 M 中的元素 x_0 , $p(x_0)$ ”的命题, 用符号简记为“ $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ ”。

4. 基本逻辑联结词

常用的基本逻辑联结词有“且”“或”“非”。

5. 命题 $p \wedge q, p \vee q, \neg p$ 的真假判断

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

6. 含有一个量词的命题的否定

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	$\exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$
$\exists x_0 \in M, p(x_0)$	$\forall x \in M, \neg p(x)$

4. 已知 $\{a, b\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, e, d\}$ 写出所有满足条件的 A 。

5. 已知集合 $A = \{x \mid \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2\}$, 集合 $B = \{x \mid \frac{2a}{x-a} > 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围。

对应课时作业见 P₁₆₇

知能梳理

- 自主对比** 1. 判断真假 2. (1) 所有的 任意一个 (2) 全称量词 (3) $\forall x \in M, p(x)$ 3. (1) 存在一个 至少有一个 (2) 存在量词 (3) $\exists x_0 \in M, p(x_0)$ 4. 或、且、非 5.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

6.

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	$\exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$
$\exists x_0 \in M, p(x_0)$	$\forall x \in M, \neg p(x)$

知识回扣

1. 下列语句: ①空集是任何集合的真子集; ② $x > 2$; ③ $\triangle ABC$ 的面积; ④高一学生, 其中不是命题的是 ()
A. ①②③ B. ①②④
C. ①③④ D. ②③④
2. 已知全集 $S = \mathbf{R}, A \subseteq S, B \subseteq S$, 若命题 $p: \sqrt{2} \in A \cup B$, 则命题“ $\neg p$ ”是 ()
A. $\sqrt{2} \notin A$ B. $\sqrt{2} \in \complement_S B$
C. $\sqrt{2} \notin A \cap B$ D. $\sqrt{2} \in (\complement_S A) \cap (\complement_S B)$
3. 命题 p : 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $|a| + |b| > 1$ 是 $|a + b| > 1$ 的充分不必要条件. 命题 q : 函数 $y = \sqrt{|x-1| - 2}$ 的定义域是 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$, 则 ()
A. “ $p \vee q$ ”为假 B. “ $p \wedge q$ ”为真
C. p 真 q 假 D. p 假 q 真
4. 命题“对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是 ()
A. 不存在 $x_0 \in \mathbf{R}, x_0^3 - x_0^2 + 1 \leq 0$

1. 全称命题与特称命题的区别在于“任意”与“存在”上.
2. “ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”的否定是“ $(\neg p) \vee (\neg q)$ ”、“ $(\neg p) \wedge (\neg q)$ ”.
3. 命题的否定与否命题是不同的,要区分开.
4. 注意全称命题与特称命题的否定的不同和联系.

- B. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}, x_0^3 - x_0^2 + 1 \leq 0$
 C. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}, x_0^3 - x_0^2 + 1 > 0$
 D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$

5. 已知命题 $p: “\forall x \in \mathbf{R}, \exists m \in \mathbf{R}, 使 4^x - 2^{x+2} + m = 0”$, 若命题 $\neg p$ 是假命题, 则实数 m 的取值范围是

答案 1. D 2. D 3. D 4. C 5. $m \in (-\infty, 4]$

一比高低 考题

1. (2008 广东) 已知命题 p : 所有有理数都是实数, 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ()

- A. $(\neg p) \vee q$ B. $p \wedge q$
 C. $(\neg p) \vee (\neg q)$ D. $(\neg p) \wedge (\neg q)$

考查指南

考查命题真值表.

2. (2008 湖南) 设有直线 m, n 和平面 α, β 下列四个命题中, 正确的是 ()

- A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
 B. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 C. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$
 D. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \beta, m \not\subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$

研习高考

XUEAN

学案

一鸣惊人 考技

一、判断含有逻辑联结词的命题的真假

例1 分别写出由下列各组命题构成的“ $p \vee q$ ”“ $p \wedge q$ ”、“ $\neg p$ ”命题的真假.

- (1) p : 3 是 9 的约数, q : 3 是 18 的约数.
- (2) p : 菱形的对角线相等, q : 菱形的对角线互相垂直.
- (3) p : 方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两实根符号相同, q : 方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的两实根绝对值相等.
- (4) p : π 是无理数, q : π 是有理数.

随讲随练

1. 指出下列命题的真假.

- (1) 命题“不等式 $|x+2| \leq 0$ 没有实数解”;
- (2) 命题“ -1 是偶数或奇数”;
- (3) 命题“ $\sqrt{2}$ 属于集合 $\mathbf{Q}$, 也属于集合 $\mathbf{R}$ ”;
- (4) 命题“ $A \subseteq A \cup B$ ”.

高考再现

考查指南

以命题为工具考查立体几何中线面、面面位置关系.

3. (2007 陕西) 给出如下三个命题:

① 四个非零实数 a, b, c, d 依次成等比数列的充要条件是 $ad = bc$;

② 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $ab \neq 0$, 若 $\frac{a}{b} < 1$, 则 $\frac{b}{a} > 1$;

③ 若 $f(x) = \log_2 x$, 则 $f(|x|)$ 是偶函数.

其中不正确命题的序号是

- A. ①②③ B. ①② C. ②③ D. ①③

考查指南

以命题为载体, 对数列、不等式、函数综合考查.

重点突破

二、全称命题与特称命题的否定

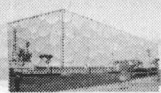
例2 写出下列命题的否定:

- (1) 所有自然数的平方都是正数;
- (2) 任何实数 x 都是方程 $5x - 12 = 0$ 的根;
- (3) 对任意实数 x , 存在实数 y , 使 $x + y > 0$;
- (4) 有些质数是奇数.

随讲随练

2. 写出下列命题的否定, 并判断其真假:

- (1) 所有的矩形都是平行四边形;
- (2) 对 $\forall x \in \mathbf{R}, |x| \geq x$;
- (3) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + \frac{1}{4} < 0$;
- (4) 有的质数是偶数.



三、利用含有逻辑联结词的命题的真假求参数的值或范围

例3 已知 p : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根;
 q : 方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根. 若“ p 或 q ”为真,
“ p 且 q ”为假, 求 m 的取值范围.

随讲随练

3. 已知 $a > 0$, 设命题 p : 函数 $y = a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, q : 设函数 $y = \begin{cases} 2x-2a & (x \geq 2a) \\ 2a & (x < 2a) \end{cases}$, 函数 $y > 1$ 恒成立, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求 a 的取值范围.



一目了然 总结

1. 先判断 p, q 的真假, 再据真值表判断“ $p \vee q$ ”、“ $p \wedge q$ ”、“ $\neg p$ ”命题的真假.
2. 全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题.



一试身手 自测

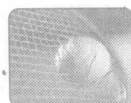
1. 下列四个命题中, 其中为真命题的是 ()
 A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3 < 0$
 B. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 \geq 1$
 C. $\exists x \in \mathbf{Z}, \text{使 } x^5 < 1$
 D. $\exists x \in \mathbf{Q}, \text{使 } x^2 = 3$
2. 下列命题中是全称命题的是 ()
 A. 圆有内接四边形
 B. $\sqrt{3} > \sqrt{2}$
 C. $\sqrt{3} < \sqrt{2}$
 D. 若三角形的三边长分别为 3, 4, 5, 则这个三角形为直角三角形

3. 已知 $p: 2+2=5; q: 3 > 2$, 则下列判断错误的是 ()
 A. “ $p \vee q$ ”为真, “ $\neg p$ ”为假 B. “ $p \wedge q$ ”为假, “ $\neg p$ ”为真
 C. “ $p \wedge q$ ”为假, “ $\neg p$ ”为假 D. “ $p \wedge q$ ”为假, “ $p \vee q$ ”为真
4. 设 p : 关于 x 的不等式 $ax^2 > 1$ 的解集是 $\{x | x < 0\}$; q : 函数 $y = \lg(ax^2 - x + a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 如果“ $p \wedge q$ ”为假, “ $p \vee q$ ”为真, 求实数 a 的取值范围.

1.3 充要条件与四种命题

对接高考

预案



一网打尽 考点

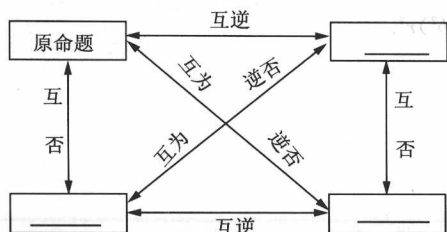
知识梳理

1. 充分条件与必要条件
 (1) 如果 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的 _____, q 是 p 的 _____;
 (2) 如果 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的 _____, 记作 _____.
2. 四种命题及其关系
 (1) 四种命题

知能梳理

命题	表述形式
原命题	如果 p , 则 q
逆命题	如果 q , 则 p
否命题	_____
逆否命题	_____

(2) 四种命题间的关系

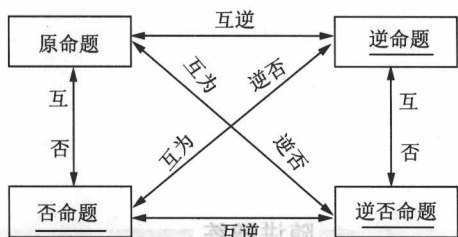


(3) 四种形式命题的关系

互为逆否的两个命题是 的。

自主对比 1. (1)充分条件 必要条件 (2)充要条件 $p \Leftrightarrow q$ 2. (1)如果 q , 则 p 如果 $\neg p$, 则 $\neg q$ 如果 $\neg q$, 则 $\neg p$

(2)



(3) 等价(同真假)

知识回扣

1. 用“充分”“必要”“充要”填空:

数学

(1)集合 $A = \emptyset$ 是 $A \cap B = \emptyset$ 的 条件;

(2) $x \in A \cup B$ 是 $x \in A$ 或 $x \in B$ 的 条件;

(3) $a^2 - b^2 = 0$ 是 $a = b$ 的 条件.

2. 命题“若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ ”($a, b, c \in \mathbf{R}$) 与它的逆命题、否命题, 逆否命题中, 真命题的个数为 .

3. “ $x > y > 0$ ”是“ $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ ”的 条件.

4. 设 A, B 为两个命题, 若 B 是 $\neg A$ 的必要条件, 但不是充分条件, 那么 A 是 $\neg B$ 的 条件.

5. 对任意 a, b, c , 有下列命题:

(1)“ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件;

(2)“ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件;

(3)“ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的充分条件;

(4)“ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的充分条件.

其中真命题是 .

【答案】 1. 充分 充要 必要 2. 2 3. 充分不必要

4. 必要不充分 5. (2) = (8-1)(2-1) = 7, 0 = 2-1, 1 = 1

特别提醒

1. 注意命题的否命题与命题的否定的不同.
2. 注意四种命题关系的相对性, 一旦一个命题定为原命题也就相应地有了它的“逆命题”, “否命题”和“逆否命题”.

一比高低 考题

1. (2009 上海春) 在空间中, “两条直线没有公共点”是“这两条直线平行”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 即不充分也不必要条件

考向指南

考查空间线线关系, 充要条件的意义.

2. (2008 安徽) $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根的 ()

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

研习高考

学案

一鸣惊人 考技

一、判断四种命题的真假

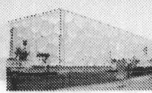
例1 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, $a, b \in \mathbf{R}$, 对命题“若 $a + b \geq 0$, 则 $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ ”.

(1) 写出逆命题, 判断其真假, 并证明你的结论;

(2) 写出其逆否命题, 判断其真假, 并证明你的结论.

四种命题中逆否命题体现正难则反思想, 应熟练掌握.

重点突破



随讲随练

1. 判断命题“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题的真假.

二、充分条件、必要条件判断

例2 在下列各题中, 判断 p 是 q 的什么条件?

- (1) $p: x - 2 = 0; q: (x - 2)(x - 3) = 0$;
- (2) $p: \text{方程 } x^2 - x - m = 0 \text{ 无实根}; q: m < -2$;
- (3) $p: \text{四边形是平行四边形}; q: \text{四边形的对角线互相平分}$.

随讲随练

2. 在下列各题中, 判断 A 是 B 的什么条件, 并说明理由.

- (1) $A: |p| \geq 2, p \in \mathbf{R}; B: \text{方程 } x^2 + px + p + 3 = 0 \text{ 有实根};$



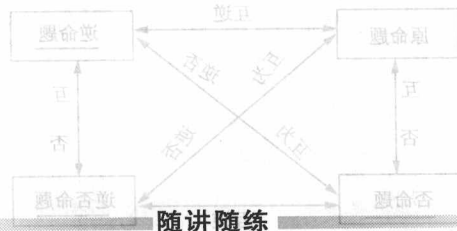
一目了然总结

1. 在判断四种命题之间的关系时, 首先要注意分清命题的条件与结论再比较每个命题的条件与结论之间的关系.
2. 当一个命题有大前提而要写出其他三种命题时, 必须保留大前提, 也就是大前提不动, 对于由多个并列条件组成的命题, 在写其他三种命题时, 应把其中一个(或 n 个)作为大前提.
3. 数学中的定义、公理、公式、定理都是命题, 但命题与定理是有区别的; 命题有真假之分, 而定理都是真的.
4. 由充分条件、必要条件的定义可知, 若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, 同时 q 是 p 的必要条件.
以下四种说法所表达的意义相同
 - (1) 命题“如果 p , 则 q ”为真;
 - (2) $p \Rightarrow q$;
 - (3) p 是 q 的充分条件;
 - (4) q 是 p 的必要条件.
5. 判断条件的常用方法是:
 - (1) 定义法: 即用 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件.
 - (2) 推出法: 用“ $\Rightarrow$ ”, 适用于多个的判断.
 - (3) 集合法: 若 p, q 都可用集合表示, 分别为 A, B , 则当 $A \subseteq B$ 时, p 是 q 的充分条件.
 - (4) 等价法: 正面解决困难时, 可以反面解决, 用逆否命题.

- (2) $A: \text{圆 } x^2 + y^2 = r^2 \text{ 与直线 } ax + by + c = 0 \text{ 相切}; B: c^2 = (a^2 + b^2)r^2.$

三、充要条件的判断与证明

例3 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q$ ($p \neq 0, p \neq 1$), 求数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件.



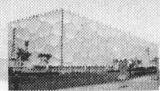
随讲随练

3. 求关于 x 的方程 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 = 0$ 的两个实根都大于 1 的充要条件.

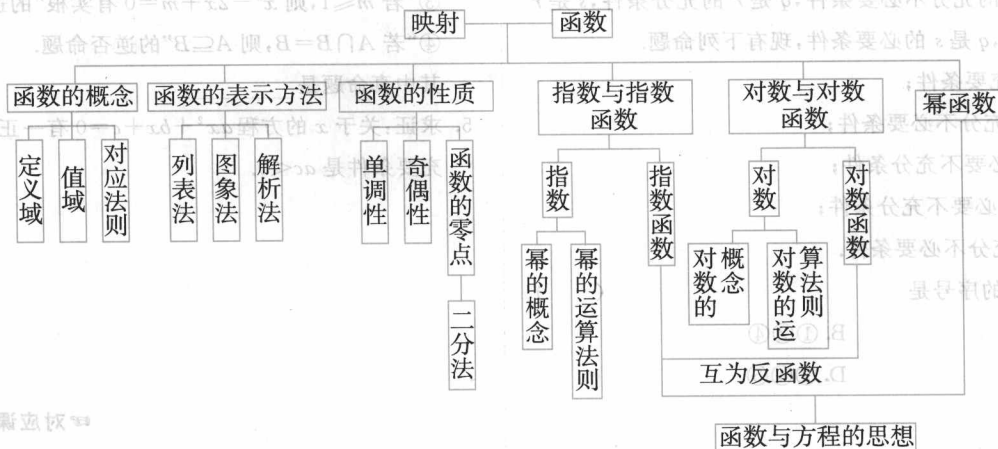
当堂练习

5. 求证:关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一正根和一负根的充要条件是 $ac<0$.

对应课时作业见 P₁₆₉



知识网络



命题展望

函数是高中数学的核心内容,又是学习高等数学的基础,也是最能够体现学生能力和水平的学习内容,因此历来是高考的重点:预测在今年的高考中,对函数知识的考查仍旧会有以下特点:

- (1)全方位:近几年全国各地的高考试题中,函数的所有知识点都考过,但每年函数知识点的覆盖率一直没有减小.
- (2)多层次:在每年全国各地的高考试题中,函数试题低档、中档、高档难度都有,且选择、填空、解答题题型齐全.
- (3)巧综合:为了突出函数在中学中的主线地位,高考强化了函数与其他知识的渗透,加大了以函数为载体的多种方法、多种能力(阅读、理解、表述、信息处理等能力)的综合程度.
- (4)变角度:处于“立意”和“创新”的需要,函数试题设置问题的角度和方式也在不断创新,重视函数思想的考查,加大了函数应用题、探索题和信息迁移题的考查力度,从而使函数考题显得新颖、生动、灵活.

2.1 函数及其表示

对接高考

预案



一网打尽 考点

知能梳理

知识梳理

1. 设 A, B 是非空的数集,如果按照某种确定的对应关系 f ,使对于集合 A 中的 ,在集合 B 中都有 和它对应,那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数,记作 .
2. 对于函数 $y=f(x), x \in A$,其中 x 叫做自变量, x 的取值范围 A 叫做 ;与 x 的值相对应的 y 值叫做 ,函数值的集合 $\{f(x) | x \in A\}$ 叫做函数的 .
3. 函数的三要素: 、 、 .

4. 表示函数常用的三种方法是: 、 、 .
5. 在函数定义域内,对于自变量 x 的不同取值范围,有着不同的对应关系,这样的函数通常叫 .
6. 设 A, B 是两个非空集合,如果按某一个确定的对应关系 f ,使对于集合 A 中的任意一个元素 x ,在集合 B 中 确定的元素 y 与之对应,那么就称对应 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的 .

自主对比

1. 任意一个数 x 唯一确定的数 $f(x)$
- $y=f(x), x \in A$
- 函数的定义域 函数值 值域
- 定义域 值域 对应关系
- 列表法 图像法 解析法
- 分段函数

6. 都有唯一 (一个映射)

知识回扣

- 设 $f: A \rightarrow B$ 是集合 A 到集合 B 的映射, 下列命题中的真命题是 ()
 - A 中不同元素必有不同的象
 - B 中每一个元素在 A 中必有原象
 - A 中每一个元素在 B 中必有象
 - B 中每一个元素在 A 中的原象唯一
- 已知两集合 X, Y , 且 $X=Y=\mathbf{R}$, 映射 $f: X \rightarrow Y$ 的对应关系为 $f: x \rightarrow y = \sin x$, 若对于实数 $a \in Y$, 在 X 中没有原象, 则 a 的取值范围为 ()
 - $[-1, 1]$
 - $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
 - $(-1, 1)$
 - $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- 设 $f: x \rightarrow x^2$ 是集合 A 到 B 的映射, 如果 $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B$ 只可能是 ()
 - $\emptyset$
 - $\{1\}$
 - $\emptyset$ 或 $\{2\}$
 - $\emptyset$ 或 $\{1\}$

4. 下列各组函数中表示同一函数的是

- $f(x) = x$ 与 $g(x) = (\sqrt{x})^2$
- $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$
- $f(x) = x|x|$ 与 $g(x) = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$
- $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $g(t) = t+1 (t \neq 1)$

5. 已知函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $[-1, 5]$, 在同一坐标系中, 函数 $y=f(x)$ 的图像与直线 $x=1$ 的交点个数为 ()
- 0
 - 1
 - 2
 - 0 或 1

答案 1. C 2. D 3. D 4. D 5. B

特别提醒

函数的解析式是函数表示法的一种. 求函数的解析式一定要注明函数的定义域, 特别是利用换元法求解析式时, 不注明定义域往往导致错解.

一比高低 考题

1. (2008 陕西) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy (x, y \in \mathbf{R})$, $f(1) = 2$, 则 $f(-3) = ()$
- 2
 - 3
 - 6
 - 9

考向指南

对于抽象函数, 由于没有解析式只有一个关系式, 所以多用赋特值的方法解题.

2. (2007 广东) 设 S 是至少含有两个元素的集合, 在 S 上定义了一个二元运算 $*$ (即对任意的 $a, b \in S$, 对于有序元素对 (a, b) , 在 S 中有唯一确定的元素 $a * b$ 与之对应). 若对任意的 $a, b \in S$, 有 $a * (b * a) = b$, 则对任意的 $a, b \in S$, 下列等式中不恒成立的是 ()
- $(a * b) * a = a$
 - $[a * (b * a)] * (a * b) = a$
 - $b * (b * b) = b$

D. $(a * b) * [b * (a * b)] = b$

考向指南

准确理解题中的对应关系, 只有把握好对应, 才能解答.

3. (2006 陕西) 为确保信息安全, 信息需加密传输, 发送方由明文 $\rightarrow$ 密文 (加密), 接收方由密文 $\rightarrow$ 明文 (解密). 已知加密规则为: 明文 a, b, c, d 对应密文 $a+2b, 2b+c, 2c+3d, 4d$. 例如, 明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16. 当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时, 则解密得到的明文为 ()
- 4, 6, 1, 7
 - 7, 6, 1, 4
 - 6, 4, 1, 7
 - 1, 6, 4, 7

考向指南

对应是高考经常考查的关系之一但是并不采用同学们熟悉的题型来考查而是借助一些较为陌生的背景来考查对应关系.

研习高考

XUE AN

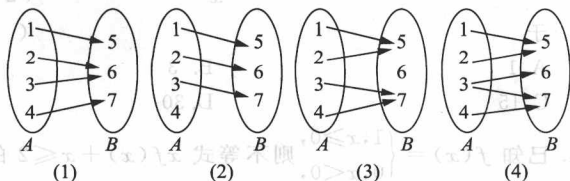
学案

一鸣惊人 考技

重点突破

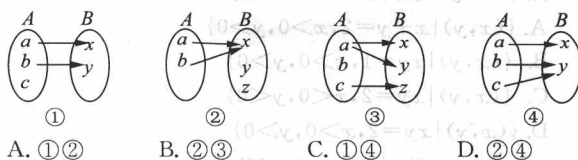
一、映射的概念

例1 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7\}$, 在下列 A 到 B 的四种对应关系中, 能否构成 A 到 B 的映射?

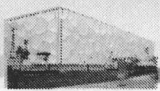


随讲随练

1. 下列各对集合元素间的对应关系是 A 到 B 的映射的是



- ①②
- ②③
- ①④
- ②④



二、函数的概念

例2 下列四组函数中, $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否为同一函数, 为什么?

(1) $f(x) = \lg x, g(x) = \frac{1}{2} \lg x^2$;

(2) $f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2}$;

(3) $f(x) = a^{\log_a x}, g(x) = \log_a a^x$;

(4) $f(x) = \lg x - 2, g(x) = \lg \frac{x}{100}$.

随讲随练

2. 与函数 $f(x) = |x|$ 是相同函数的是 ()

A. $y = \sqrt{x^2}$ B. $y = \frac{x^2}{x}$ C. $y = e^{\ln x}$ D. $y = \log_2 2^x$

三、函数的解析式

例3 (1) 已知 $f(x-2) = 3x-5$, 求 $f(x)$;

(2) 已知 $f(1-\cos x) = \sin^2 x$, 求 $f(x)$;

(3) 已知 $f(x)$ 是二次函数, 若 $f(0) = 0$, 且 $f(x+1) = f(x) + x + 1$, 试求 $f(x)$ 的表达式.

随讲随练

3. (1) 已知 $f(x-2) = 2x^2 - 9x + 13$, 求 $f(x)$ 的解析式;



一目了然总结

1. 强化函数概念要突出“三要素”, 即定义域、值域、对应关系.
2. 掌握函数的三种表示方法: 列表法、图像法和解析法, 通过具体实例, 了解简单的分段函数并能应用.
3. 函数思想的实质就是用联系、变化的观点提出数学对象, 建立函数关系, 求得问题解决. 复习时应加强函数与三角函数、不等式、数列等各章知识的联系, 养成自觉运用函数观点处理问题的习惯和培养自身的能力.



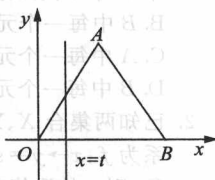
一试身手自测

1. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 1\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$, 在 f 作用下 (x, y) 的象是 $(2^x, 2^y)$, 则集合 N 等于 ()
 - A. $\{(x, y) | x + y = 2, x > 0, y > 0\}$
 - B. $\{(x, y) | xy = 1, x > 0, y > 0\}$
 - C. $\{(x, y) | xy = 2, x < 0, y < 0\}$
 - D. $\{(x, y) | xy = 2, x > 0, y > 0\}$
2. 若 $f(x) = \begin{cases} f(x+3) & (x < 6) \\ \log_2 x & (x \geq 6) \end{cases}$, 则 $f(-1)$ 的值为 ()
 - A. 1
 - B. 2
 - C. 3
 - D. 4

(2) 已知 $2f(x) + f(-x) = 3x + 2$, 求 $f(x)$.

四、分段函数

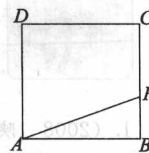
例4 如右图, $\triangle OAB$ 是边长为 2 的正三角形, 直线 $x = t (0 < t \leq 2)$ 截这个三角形所得的位于此直线左方的图形的面积为 $f(t)$.



- (1) 求函数 $y = f(t)$ 的解析式, 并指明它的定义域;
- (2) 求函数 $y = f(t)$ 的值域.

随讲随练

4. 如右图, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的边上有一点 P , 沿着折线 $BCDA$ 由点 B (起点) 向点 A (终点) 运动. 设点 P 运动的路程为 x , $\triangle ABP$ 的面积为 y , 求:
 - (1) y 与 x 之间的函数关系式;
 - (2) 画出 $y = f(x)$ 的图像.



规律感悟

当堂练习

3. 若 $g(x) = 1 - 2x, f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$, 则 $f(\frac{1}{2})$ 等于 ()
 - A. 1
 - B. 3
 - C. 15
 - D. 30
4. 已知 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $xf(x) + x \leq 2$ 的解集是 _____.

对应课时作业见 P₁₇₀

2.2 函数的定义域及值域

对接高考

预 案

YU'AN

一网打尽 考点

知识梳理

一、函数的定义域

1. 求定义域的步骤是:

- ① 写出使函数式有意义的不等式(组);
- ② 解不等式组;
- ③ 写出函数定义域.(注意用区间或集合的形式写出)

2. 常见基本初等函数的定义域:

- ① 分式函数中分母不等于零.
- ② 偶次根式函数、被开方式大于或等于0.
- ③ 一次函数、二次函数的定义域为 $\mathbf{R}$.
- ④ $y=a^x$, $y=\sin x$, $y=\cos x$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$.
- ⑤ $y=\tan x$ 的定义域为 $\{x|x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}\}$.
- ⑥ 函数 $f(x)=x^0$ 的定义域为 $\{x|x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq 0\}$.

二、基本初等函数的值域

1. $y=kx+b(k\neq 0)$ 的值域是 $\mathbf{R}$.
2. $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的值域是: 当 $a>0$ 时, 值域为 $[\frac{4ac-b^2}{4a}, +\infty)$; 当 $a<0$ 时, 值域为 $(-\infty, \frac{4ac-b^2}{4a}]$.
3. $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的值域是 $\{y|y\in\mathbf{R}\text{ 且 }y\neq 0\}$.
4. $y=a^x(a>0\text{ 且 }a\neq 1)$ 的值域是 $(0, +\infty)$.
5. $y=\log_a x(a>0\text{ 且 }a\neq 1)$ 的值域是 $\mathbf{R}$.
6. $y=\sin x$, $y=\cos x$ 的值域是 $[-1, 1]$.

7. $y=\tan x$ 的值域是 $\mathbf{R}$.

- 自主比对 一、2. $\mathbf{R}$ $\mathbf{R}$ $\{x|x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}, k\in\mathbf{Z}\}$ $\{x|x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq 0\}$ 二、1. $\mathbf{R}$ 2. $[\frac{4ac-b^2}{4a}, +\infty)$, $(-\infty, \frac{4ac-b^2}{4a}]$ 3. $\{y|y\in\mathbf{R}\text{ 且 }y\neq 0\}$ 4. $(0, +\infty)$ 5. $\mathbf{R}$ 6. $[-1, 1]$ 7. $\mathbf{R}$

知识回扣

1. 函数 $y=\sqrt{1-x^2}-\sqrt{x^2-1}$ 的定义域是 $\{x|x=-1\}$.
2. 若函数 $f(x)=\frac{x-4}{mx^2+4mx+3}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则实数 m 的取值范围是 $[-\frac{1}{4}, 0)$.
3. 函数 $y=|x-3|-|x-1|$ 的最小值为 -2 , 最大值为 2 .
4. 函数 $y=\frac{1}{\log_2(x+1)}$ 的值域是 $\{y|y\in\mathbf{R}\text{ 且 }y\neq 0\}$.

【答案】 1. $\{-1, 1\}$ 2. $[0, \frac{3}{4})$ 3. -2 4. $\{y\in\mathbf{R}|y\neq 0\}$

特别提醒

函数的实际问题, 求得解析式后, 一定要写出函数的定义域, 因为一般情况下, 都要受到实际问题的约束.

一比高低 考题

1. (2008 湖北) 函数 $f(x)=\frac{1}{x}\ln(\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{-x^2-3x+4})$ 的定义域为 ()
A. $(-\infty, -4]\cup[2, +\infty)$
B. $(-4, 0)\cup(0, 1)$
C. $[-4, 0)\cup(0, 1]$
D. $[-4, 0)\cup(0, 1)$

【考向指南】

有解析式的函数求定义域只要使解析式有意义, 列出不等式(组)求解即可.

2. (2008 重庆) 已知函数 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}$ 的最大值为 M , 最小值为 m , 则 $\frac{m}{M}$ 的值为 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

高考再现

- 【考向指南】 识别 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}$ 的次数是一元二次形式可以用配方法求值域, 高考往往用多种方式考查求值域.
3. (2007 浙江) 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & |x|\geq 1 \\ x, & |x|< 1 \end{cases}$, $g(x)$ 是二次函数, 若 $f[g(x)]$ 的值域是 $[0, +\infty)$, 则 $g(x)$ 的值域是 ()
A. $(-\infty, -1]\cup[1, +\infty)$
B. $(-\infty, -1]\cup[0, +\infty)$
C. $[0, +\infty)$
D. $[1, +\infty)$

【考向指南】

借助函数的单调性求值域是常用的方法. 在小题和大题中都常考常新.