

交通系统中等专业学校教学参考书

结构力学例题与习题集

(公路与桥梁专业用)

黄志平 主编
张浩明 审
谭文莹

人民交通出版社

交通系统中等专业学校教学参考书

Jiegou Lixue Liti Yu Xiti ji

结构力学例题与习题集

(公路与桥梁工程专业用)

黄志平 主编
张浩明 审
谭文莹

人民交通出版社

内 容 提 要

本书为交通系统中等专业学校试用教材《结构力学》的配套书,共收集包括结构的计算简图、体系的几何组成分析、静定结构的内力和位移计算、结构反力内力影响线的绘制和应用、力法计算超静定结构、位移法、力矩分配法以及结构矩阵分析等方面的例题105个,习题527个,其编排次序、符号等与教材相一致。题目比教材略有拓宽加深,习题附有答案。

本书可作为中等专业学校公路与桥梁工程、城市道路工程等专业的教学用书,也可供其它土建类专业师生参考之用。

交通系统中等专业学校教学参考书

结构力学例题与习题集

(公路与桥梁工程专业用)

黄 志 平 主编

张 浩 明 审

谭 文 莹

人民交通出版社出版发行

(北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

北京展望印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 19 字数: 440千

1988年12月 第1版

1988年12月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—8,400册 定价: 3.35元

序 言

交通系统中等专业学校试用教材《结构力学》(黄志平、詹斌全、秦瑞清合编)出版使用以后,部分学校的教师提出,希望有一本与该教材相配套的习题集性质的教学参考书,为学生提供较为丰富的例题和习题,以利提高教学质量。此议获得交通部教育局、交通中专公路与桥梁专业教材编审委员会和交通出版社的支持。经过各方面两年多的努力,现在终于编成出版。

本书属配套性的教学参考书,故在内容取舍、编排次序、名词符号等方面,均力求与教材相一致;在选题的深度和广度上,考虑到此书带有一定的提高性质,所以比教材略有拓宽加深。

参加本书编写工作的有交通部呼和浩特交通学校黄志平(第一、二、七章)、广东省交通学校邱天真(第三、四章)、陕西省交通学校郭昌华(第五、八章)、交通部济南交通学校甘其郴(第六章)、辽宁省交通学校李华平(第九、十一章)、江西省交通学校詹斌全(第十章)、由黄志平担任主编。本书主审是河南省交通学校张浩明和浙江省交通学校谭文莹。

本书在编写中虽然经历了集体讨论、分工选题和编写、初审、试用、修订、复审、定稿等过程,但由于缺少经验和限于编者水平,不足之处仍在所难免。对于书中的缺点和错误,热忱地欢迎读者批评指正。

编 者

1987年9月

目 录

第一章 绪论	1
(一) 例题	1
(二) 习题	4
第二章 杆件体系的几何组成分析	7
(一) 例题	7
(二) 习题	13
第三章 静定梁和静定平面刚架	21
(一) 例题	21
(二) 习题	39
第四章 三铰拱	51
(一) 例题	51
(二) 习题	57
第五章 静定平面桁架	64
(一) 例题	64
(二) 习题	81
第六章 静定结构的反力内力影响线	92
(一) 例题	92
(二) 习题	105
第七章 静定结构的位移计算	117
(一) 例题	117
(二) 习题	135
第八章 用力法计算超静定结构	147
(一) 例题	147
(二) 习题	173
第九章 超静定拱	188
(一) 例题	188
(二) 习题	199
第十章 位移法和力矩分配法	203
(一) 例题	203
(二) 习题	222
第十一章 矩阵位移法	229
(一) 例题	229
(二) 习题	253
习题答案	257

第一章 绪 论

(一) 例 题

例1—1 图 1—1 a) 为一公路便桥示意图，主梁的两端通过支承垫块搁置在桥台上。主梁上面有横梁，横梁上面有桥面板。设车辆位置如图所示，试选取主梁的计算简图。

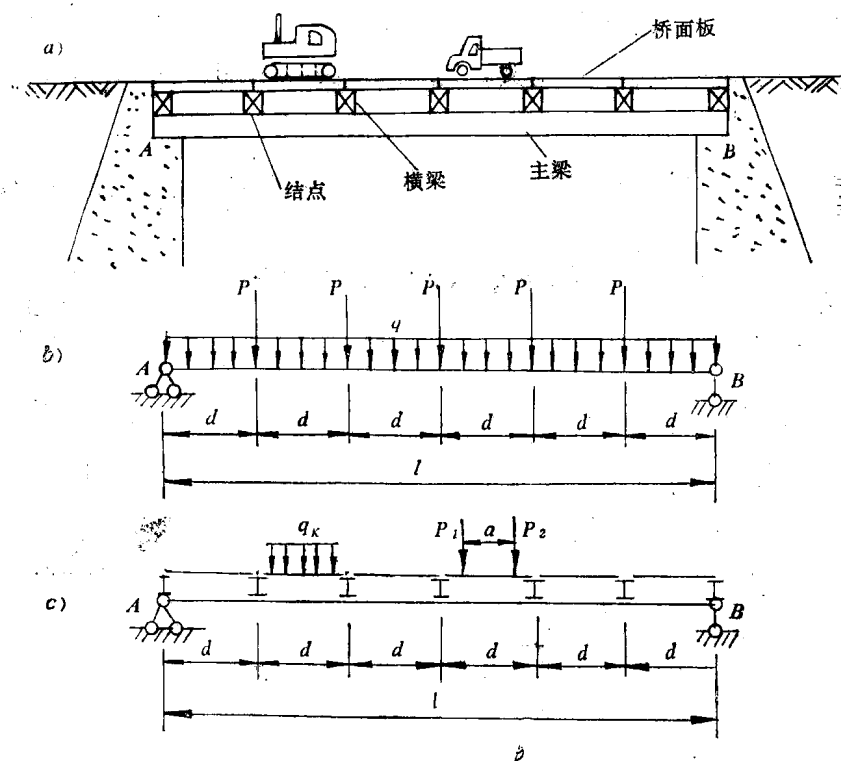


图 1—1

解：结构的计算简图是略去实际结构的次要因素以后得到的一种力学模型。任何实际结构进行力学计算时，均须先选定其计算简图。选取计算简图主要包括简化结构和简化荷载两个方面的工作。解题步骤如下：

(1) 简化结构

本例中主梁的横截面尺寸比其长度小得多，故可将其视为杆件，在计算简图上用轴线表示。因主梁的两端支承在桥台上，所以整个梁不能上下移动。又因支承面上有摩擦，故梁也不能左右移动；但温度改变时可以伸缩(摩擦力阻挡不住梁的热胀冷缩)。此外，当主梁受荷

载作用后发生微小弯曲时,梁的两端亦可作微小的自由转动。为了反映上述约束情况和便于计算,通常将这种梁的一端视作铰支座,另一端视作可动铰支座。如所周知,这种梁称为简支梁。因主梁两端的支承垫块与梁的接触面不大,故取两端接触面中心的间距作为梁的计算长度 l 。

(2) 简化荷载

本例中主梁承受间接荷载(结点荷载)。作用在桥面板上的车辆重力和桥面板的重力等通过各横梁(结点)传给主梁,再由主梁传给桥台。从实际构造上看,由横梁支承的桥面板大多是连续的,且桥面板与横梁、横梁与主梁、主梁与支承垫块之间都有一定的接触面积,接触面上的压力分布也不均匀。但是为了便于计算主梁在车辆荷载和桥面、横梁的重力等作用下所产生的弯矩和剪力,通常假定桥面板简支在横梁上,且各接触面上的压力均匀分布。这样便可以较容易地求出每根横梁作用在主梁上的总压力,且可把横梁作用在主梁上的总压力(荷载)和支承垫块作用在主梁上的支座反力等都视为作用于接触面中心的集中力。为了简单,本例假定汽车、拖拉机固定在桥面上的某一位置,实际上汽车、拖拉机在桥面上是移动的(为移动荷载)。最后,我们将主梁的自重简化为沿梁轴线均匀分布的竖向线荷载。

图1—1b)是主梁在恒载(主梁、桥面板、横梁重力等)作用下的计算简图(A、B处的集中荷载对主梁内力无影响,未画出);图1—1c)是主梁在移动荷载(汽车、拖拉机重力)作用下的计算简图。

例1—2 图1—2a)表示一组合式吊车梁。上弦为钢筋混凝土T形截面梁,下弦和腹杆全部由角钢和钢板组成,结点为焊接。吊车梁两端通过钢板焊接支承于钢筋混凝土柱的牛腿上。设荷载(吊车轮压力)位置如图所示,试选取吊车梁的计算简图。

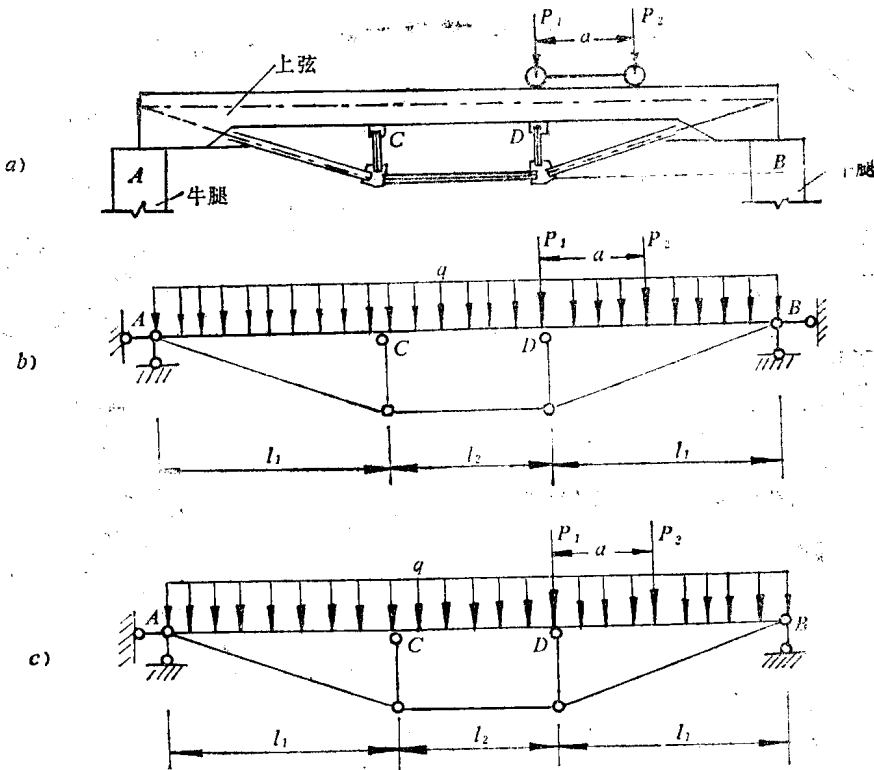


图 1—2

解：

(1) 简化结构

显然，本例中的吊车梁为一杆件结构。由于吊车梁和牛腿联结处的焊缝比较短，对吊车梁支承端的转角不能有很大的约束，故将梁两端的支座看作铰支座。钢筋混凝土上弦杆的截面较大，且连续成整体，所以在计算简图上应取作连续杆（结点处连续）。因其以弯曲变形为主，故此类杆件常称为梁式杆。梁下各杆每杆两端均系焊接，但因结点板的刚度和杆件的抗弯刚度都比较小，计算和实际测试表明，这种情况下的杆件仍主要承受轴向内力，由结点构造引起的附加弯矩是很小的。所以在计算简图中，下弦杆和腹杆都可简化为两端以铰联结的杆件。这样的杆件称为链杆。于是，整个吊车梁即为由梁式杆和链杆组成的组合结构。

(2) 简化荷载

钢筋混凝土上弦杆的自重力简化成集度为 q 的竖向均布荷载，其它杆件的自重力略去。吊车轮压力 P_1 、 P_2 实际上是移动荷载，本题中将它们当作固定于图示位置的竖向集中力。

吊车梁的计算简图如图 1—2 b) 所示。需要指出，结点 C 和结点 D 是组合结点，铰 C 和铰 D 在计算简图上要画成与连续杆相切，切不可将组合结点画成三杆铰结点。

若吊车梁仅受竖向荷载作用，则计算竖向荷载作用下的内力时可将计算简图画成图 1—2 c) 所示的简支形式。因为此时无水平方向的支座反力，按图 1—2 c) 与按图 1—2 b) 计算所得的结果相同。

例 1—3 图 1—3 a) 表示一跨径不大的实腹式石拱桥，其拱趾处和拱圈其它任何地方均未设置形成铰的装置或措施。设车辆位置如图所示，试选取拱圈的计算简图。

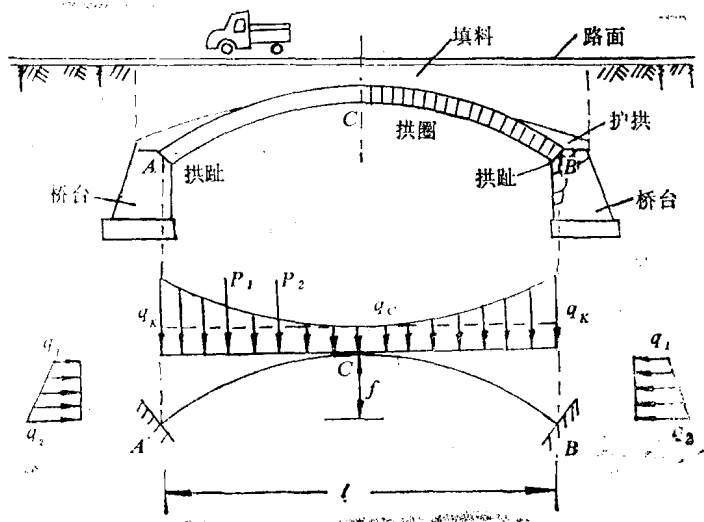


图 1—3

解：

(1) 简化结构

石砌拱圈的横向宽度较大，工程中通常沿纵向截取 1 m 宽的窄条来进行计算，并把它简化为曲杆。由于拱趾和拱圈其它任何地方均未设置形成铰的装置或措施，故截取出来的拱圈为一连续杆，其两端支座应取作固定支座。在结构力学里，两端固定而拱身不设置铰的拱

称为无铰拱。本例中的石拱桥是一种无铰拱桥。

(2) 简化荷载

作用在拱圈上的荷载有竖向荷载和水平向荷载两种。

竖向荷载首先包括路面和填料的重力、拱圈的自重力等。计算时常将这些不同容重的材料换算成平均容重，并把它们简化为沿水平方向按某种曲线（例如二次抛物线）规律变化的分布荷载。设分布荷载在拱顶处的荷载集度为 q_0 ，在拱趾处的荷载集度为 q_k ，则 q_0 和 q_k 可根据平均容重、拱圈至桥面的高度等算出。

竖向荷载还包括汽车荷载。如前所述，这是一种移动荷载，本例也将其视为两个位置固定的集中力（ P_1 和 P_2 ），并将它们看作直接作用于拱圈上。

除了竖向荷载以外，拱圈还承受侧向静止土压力的作用。土压力是按梯形分布的水平向荷载，其计算方法在地基与基础课程中讨论。

拱圈的计算简图如图 1—3 b) 所示。

例 1—4 图 1—4 a) 为一公路 T 形刚架桥示意图。支承于 T 形刚架悬臂或桥台上的短梁通常称为挂梁。设汽车位置如图所示，试选取 T 形刚架和挂梁的计算简图。

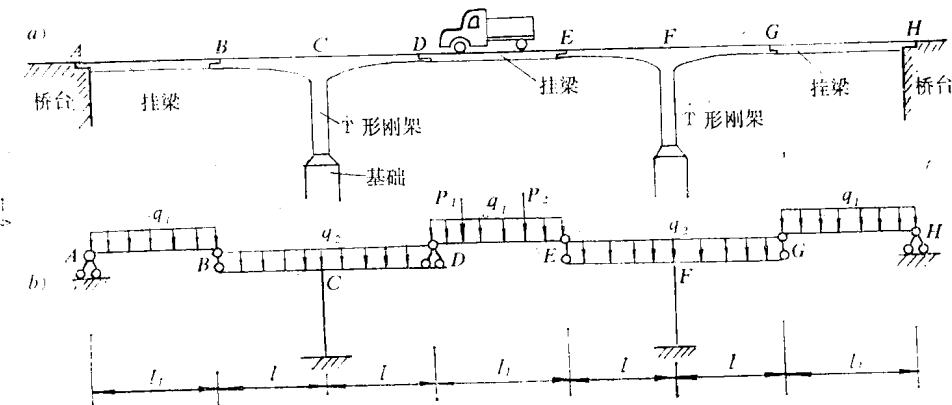


图 1—4

解：

(1) 简化结构

T 形刚架的悬臂和柱简化为横杆和竖杆，它们之间的联结处 C 和 F 取作刚结点，柱的支座取作固定支座。支承于刚架或桥台上的挂梁看作简支梁，即将其一端取作铰支座，另一端取作可动铰支座。

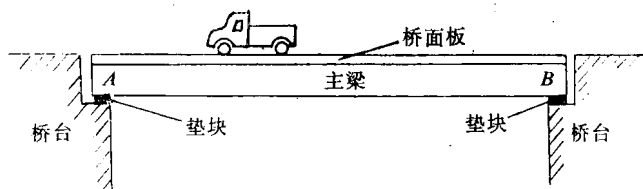
(2) 简化荷载

悬臂与挂梁的自重力均简化为作用于构件轴线上的竖向均布荷载。柱的自重力因其对结构的弯矩和剪力不产生影响，在计算简图上略去。汽车荷载仍视为两个位置固定的集中力。

T 形刚架和挂梁的计算简图如图 1—4 b) 所示。

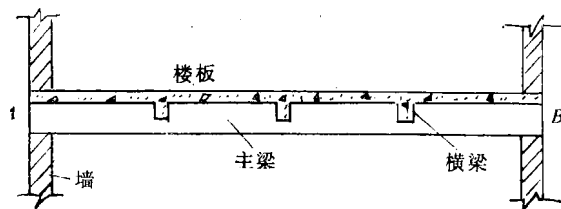
(二) 习 题

1—1 试选取图示单跨梁桥主梁 AB 的计算简图。



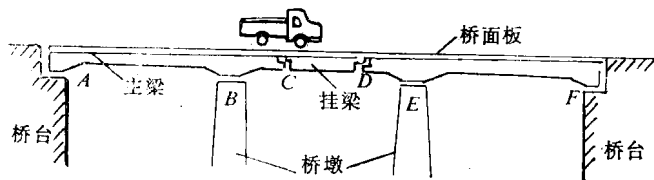
题 1-1 图

1-2 试选取图示钢筋混凝土楼盖主梁 AB 的计算简图。



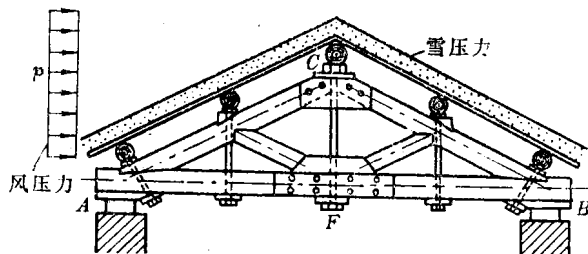
题 1-2 图

1-3 试选取图示多跨梁桥主梁与挂梁 ABCDEF 的计算简图。



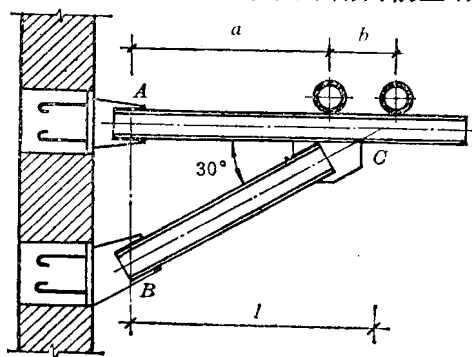
题 1-3 图

1-4 试选取图示屋架 ABC 的计算简图。



题 1-4 图

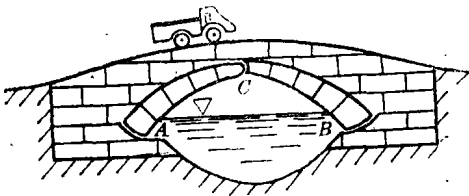
1-5 图示三角形管道支架，固定于墙上。支架用两根型钢与结点板构成，结点 A、



题 1-5 图

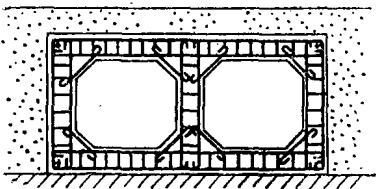
B、C 均采用焊接。试选取支架的计算简图。

1—6 试选取图示石砌拱桥拱圈 ACB 的计算简图。图中 A、B、C 处均为圆弧缝，不计摩擦。



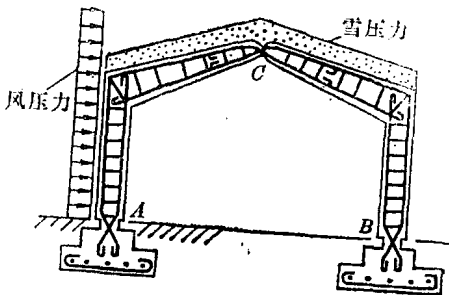
题 1—6 图

1—7 试选取图示钢筋混凝土箱形涵洞的计算简图。



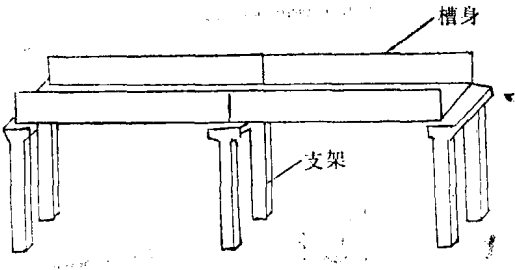
题 1—7 图

1—8 试选取图示屋架 ABC 的计算简图。



题 1—8 图

1—9 图示为一钢筋混凝土渡槽，槽内有水。试为槽身纵向和横向计算选取计算简图。



题 1—9 图

第二章 杆件体系的几何组成分析

(一) 例 题

例2—1 试对图 2—1 所示体系作几何组成分析。

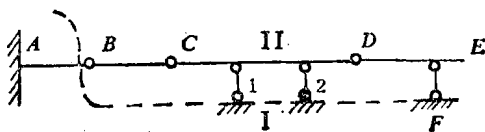


图 2-1

解：根据体系的几何组成，分析它是否几何不变，称为**体系的几何组成分析**（也称为机动分析）。体系几何组成分析一般可分两步进行：（1）计算自由度，看它是否满足几何不变的必要条件；（2）用扩大刚片法分析体系的几何组成，看它是否符合几何不变体系的基本组成规则。通过上述两步，要判定所给体系是几何不变的，还是几何常变的、几何瞬变的？若为几何不变体系，通常还需指出它有无多余约束，有几个多余约束。在实际分析中，第一步计算自由度常可省略。

解题步骤如下：

（1）计算自由度

所给体系的刚片数 $m = 4$ ；单铰数 $h = 3$ ；支座链杆数 $r = 6$ 。自由度

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 4 - 2 \times 3 - 6 = 0$$

故满足几何不变的必要条件，无多余约束。

（2）分析几何组成

这个体系有杆件 AB 、 BC 、 CD 、 DE 和基础（地球）共五个刚片，不能直接用基本组成规则来判断它是否几何不变。为此，可先拆除二元体 DEF ，然后对余下部分采用扩大刚片法来分析。因杆件 AB 与基础固结，故可将它当作基础的一部分。现将杆件 AB 和各基础连同地球一起作为刚片 I，杆件 CD 作为刚片 II。BC 杆两端铰结，可看作联结刚片 I、II 的链杆。这样，刚片 I、II 间便有 1、2 和 BC 三根链杆相连。由于这三根链杆既不全平行也不同交于一点，故据两刚片规则知，所给的体系是几何不变的。

结论：体系是几何不变的，无多余约束。

注意，在分析几何组成时，基础要作为一个刚片参与分析，而在用 $W = 3m - 2h - r$ 计算自由度时，基础（地球）不计入刚片数。

例2—2 试对图 2—2 所示体系作几何组成分析。

解：因为体系的自由度

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 9 - 2 \times 10 - 4 = 3 > 0$$

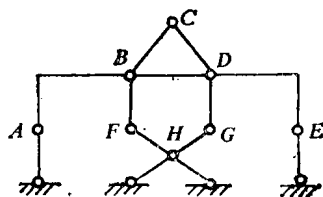
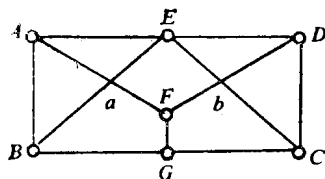


图 2-2

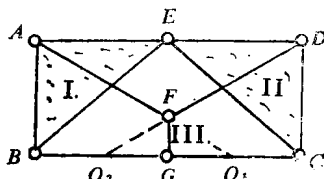
故可直接判定体系是几何可变（常变）的，第二步分析几何组成不必再进行。

例2—3 试对图2—3 a) 所示体系作几何组成分析。



(ab非结点)

a)



b)

图 2-3

解：本题所给体系不与基础（地球）相连，故为判定体系内部是否几何不变问题。

(1) 计算内部自由度（即内部可变量）

$$V = 3m - 2h - 3 = 3 \times 11 - 2 \times 15 - 3 = 0$$

因为体系是平面链杆系，故内部自由度也可用公式 $V = 2j - b - 3$ 计算。式中 j 为结点数， b 为链杆数。

$$V = 2j - b - 3 = 2 \times 7 - 11 - 3 = 0$$

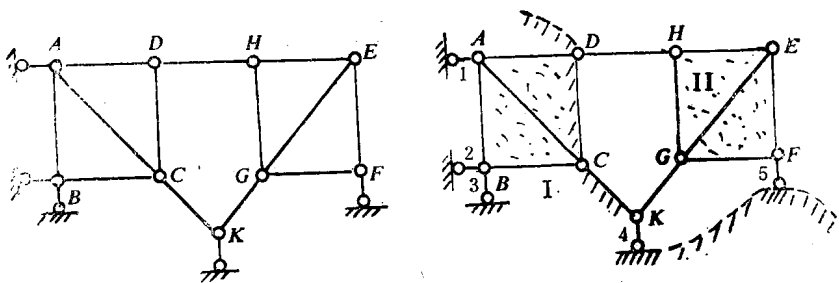
由上面的结果知，体系满足内部几何不变（本身几何不变）的必要条件，无多余约束。

(2) 分析几何组成

将铰结三角形 ABE 和 DCE 作为刚片I和II，杆件 FG 作为刚片III（图2—3 b）。刚片I与II铰结于 E 点；刚片I与III用链杆 AF 、 BG 相连，这相当于在 O_1 点处用虚铰联结；刚片II与III用链杆 DF 、 CG 相连，这相当于在 O_2 点处用虚铰联结。由于 E 、 O_1 、 O_2 三铰不在一条直线上，故体系的联结符合三刚片规则。

结论：体系是内部几何不变的，无多余约束。

例2—4 试对图2—4 a) 所示体系作几何组成分析。



a)

图 2-4

解：（1）计算自由度

体系为平面链杆系，自由度

$$W = 2j - b - r = 2 \times 9 - 13 - 5 = 0$$

故满足几何不变的必要条件，无多余约束。

（2）分析几何组成

容易看出，几何不变部分 $ABCD$ 通过链杆 1、2、3 按两刚片规则固结于基础上，与基础连同地球可看作一刚片。点 K 用链杆 4 和 KC 按二元体规则与这个刚片相连，也成为其一部分（图 2—4b）。现将上述刚片称为刚片 I，几何不变部分 $EFGH$ 称为刚片 II，由图可见，刚片 I、由 II HD 、 GK 和 5 三根链杆相联结，但这三根链杆同交于 E 点。

结论：体系是几何瞬变的。

例 2—5 试对图 2—5 所示体系作几何组成分析。

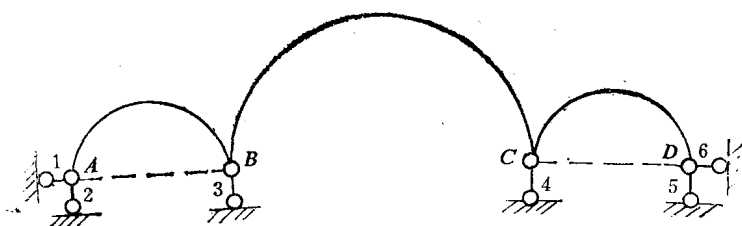


图 2—5

解：（1）计算自由度

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 3 - 2 \times 2 - 6 = -1$$

故满足几何不变的必要条件，有一个多余约束。

（2）分析几何组成

曲杆 AB 用链杆 1、2、3 按两刚片规则固结于基础上，曲杆 CD 用链杆 4、5、6 按两刚片规则固结于基础上，上述两部分连同地球看作一个大刚片。曲杆 BC 用铰 B 和铰 C 联结在这个大刚片上，按两刚片规则，有一个多余约束。

结论：体系是几何不变的，有一个多余约束。

本题也可将曲杆 AB 和 CD 看作如图上虚线所示的两根链杆，这样得到的结论和前面所说的并无两样。

例 2—6 试对图 2—6a) 所示体系作几何组成分析。

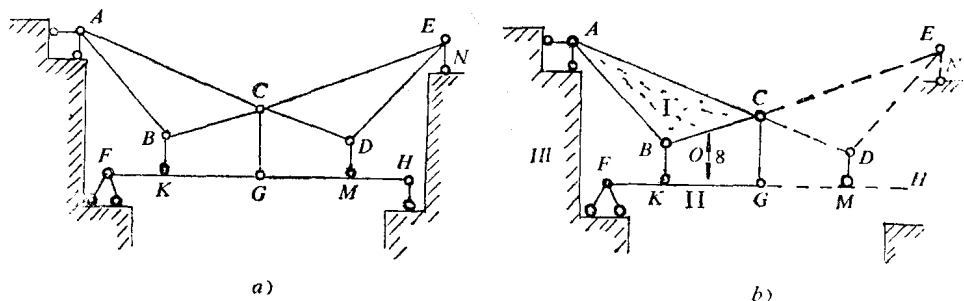


图 2—6

解：（1）计算自由度

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 11 - 2 \times 14 - 6 = -1$$

故满足几何不变的必要条件，有一个多余约束。

(2) 分析几何组成

因为 $W = -1$ ，故分析几何组成时可先设想去掉某一个约束。今设将 H 处的支座链杆撤去。在余下的部分上，再依次撤去二元体 GMD 、 CDE 、 CEN ，得如图2—6 b)所示体系。

若能判定图2—6 b)所示体系是几何不变的，则原体系也必定几何不变（有一个多余约束）。在图2—6 b)上，将铰结三角形 ABC 作为刚片 I，杆件 FG 作为刚片 II，基础作为刚片 III。不难看出，刚片 I、III 间有铰 A 相连；刚片 II、III 间有铰 F 相连；刚片 I、II 间有链杆 BK 和链杆 CG 相连，它们相当于在无穷远处一个虚铰。由于铰 A 、铰 F 和无穷远处的虚铰不在同一直线上，故据三刚片规则，图示体系是几何不变的。

结论：原体系是几何不变体系，有一个多余约束。

例2—7 试对图2—7所示体系作几何组成分析。

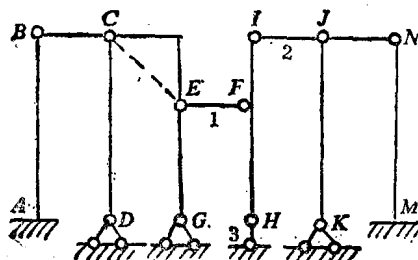


图 2—7

解：(1) 计算自由度

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 11 - 2 \times 10 - 13 = 0$$

故满足几何不变的必要条件，无多余约束。

(2) 分析几何组成

杆件 AB 和 MN 固结于基础上，与基础连同地球组成一大刚片。二元体 BCD 和二元体 KJN 联结于这个刚片，成为它的一部分。杆 CD 相当于图上虚线所示的链杆， CEG 是二元体构造，它也可看作上述刚片的一部分。将杆件 HI 作为另一个刚片，它通过链杆 1、2、3 与大刚片相连。链杆 1、2、3 既不全平行也不同交于一点，符合两刚片规则。

结论：体系是几何不变的，无多余约束。

例2—8 试对图2—8所示体系作几何组成分析。

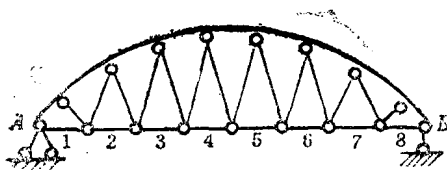


图 2—8

解：由于体系本身与基础按两刚片规则联结，故仅需分析体系的内部几何不变性。

(1) 计算内部自由度（内部可变度）

$$V = 3m - 2h - 3 = 3 \times 23 - 2 \times 37 - 3 = -8$$

故满足体系内部不变的必要条件，有 8 个多余约束。

(2) 分析几何组成

因 $V = -8$ ，故分析几何组成时可先设想去掉某 8 个约束。设去掉链杆 1、2、3、…、8，则余下部分成为曲杆 AB 加 7 个二元体构造，显然是几何不变的。

结论：原体系是几何不变体系，有 8 个多余约束。

例2—9 试对图2—9 a)所示体系作几何组成分析。

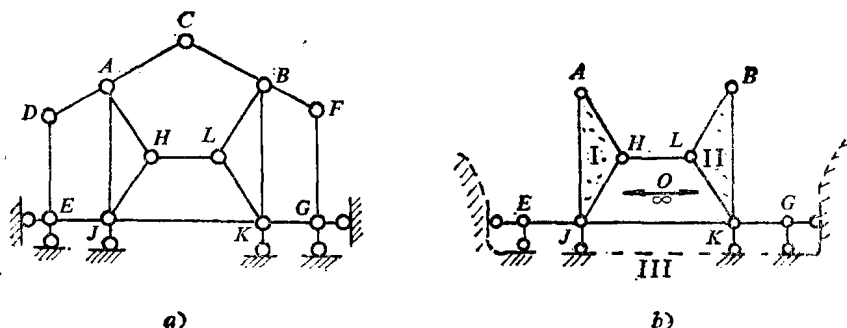


图 2—9

解：(1) 计算自由度

$$W = 3m - 2h - r = 3 \times 16 - 2 \times 21 - 6 = 0$$

故满足几何不变的必要条件，无多余约束。

(2) 分析几何组成

撤除二元体 EDA、ACB 和 BFG，得如图2—9 b)所示体系。

在图2—9 b)所示体系上，将铰结三角形 AHJ 和铰结三角形 BLK 作为刚片 I 和刚片 II，将基础连同地球作为刚片 III。结点 E 和结点 G 各用两根链杆固定于刚片 III 上，可看成为该刚片的一部分（实际上当作两个铰即可）。不难看出，刚片 I、II 用两根链杆相连，它们相当于在链杆延长线上无穷远处的一个虚铰；刚片 I、III 用铰 J 相连；刚片 II、III 用铰 K 相连。由于铰 J、铰 K 的连线与链杆 HL、JK 平行，所以虚铰 O 可看作在 JK 的延长线上，属三铰在一条直线上的情形。

结论：本题所给的体系是几何瞬变体系。

例2—10 试对图2—10 a)所示体系作几何组成分析（图中两杆交叉处非结点）。

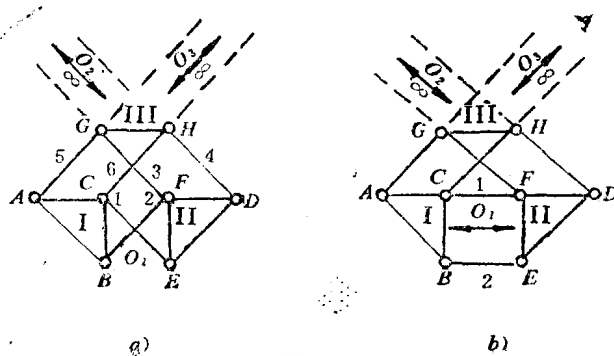


图 2—10

解：（1）计算内部自由度（内部可变量）

$$V = 3m - 2h - 3 = 3 \times 13 - 2 \times 18 - 3 = 0$$

或

$$V = 2j - b - 3 = 2 \times 8 - 13 - 3 = 0$$

故满足内部几何不变的必要条件，无多余约束。

（2）分析几何组成

将铰结三角形 ABC 和 DEF 作为刚片 I 和刚片 II；将杆件 GH 作为刚片 III（图 2—10 a）。不难看出，这三个刚片彼此都以一对链杆两两相联，刚片 I、II 间的虚铰 O_1 在链杆 1、2 的交点处，刚片 II、III 间的虚铰 O_2 在链杆 3、4 延长线上的无穷远处，刚片 I、III 间的虚铰 O_3 在链杆 5、6 延长线上的无穷远处。由于 O_1 、 O_2 、 O_3 不在一条直线上，所以符合三刚片规则。

结论：图 2—10 a) 所示体系是内部几何不变的，无多余约束。

讨论：

（1）本例中组成两个无穷远虚铰的两对平行链杆不平行。若此两对平行链杆又相互平行（即四杆皆平行），则体系成几何瞬变的。这时两个无穷远虚铰可看作为在无穷远处重合，整个情况可作为三铰共线的一种特殊情形。若上述四根链杆不仅都平行而且等长，则体系成几何常变的，因为此时刚片间的相对平动在一定范围内可以继续下去。

（2）若使用 2—10 a) 中的链杆 1、2 如图 2—10 b) 所示放置，则虚铰 O_1 也在无穷远处。一般地说，三个刚片分别用任意方向的三对平行链杆相连（三个虚铰都在无穷远处），组成的体系是几何瞬变的。在特殊情形下，若三对平行链杆各自等长（如图 2—10 b) 所示体系），则体系可能是几何常变的。

例 2—11 试对图 2—11 a) 所示体系作几何组成分析。

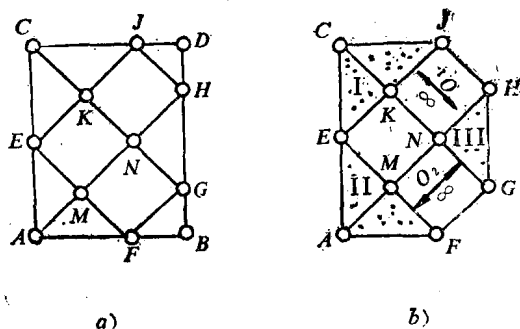


图 2—11

解：（1）计算内部自由度（内部可变量）

$$V = 3m - 2h - 3 = 3 \times 21 - 2 \times 30 - 3 = 0$$

或

$$V = 2j - b - 3 = 2 \times 12 - 21 - 3 = 0$$

故体系满足内部几何不变的必要条件，无多余约束。

（2）分析几何组成

撤去二元体 JDH 和 GBF ，得图 2—11 b) 所示体系。将几何不变部分 $CEKJ$ 和 $AFME$