

应用非线性控制

〔美〕J.-J.E. 斯洛廷 李卫平 著

蔡自兴 罗公亮 桂卫华 等译

饶立昌 孙增圻 校

国防工业出版社

应用非线性控制

APPLIED NONLINEAR CONTROL

〔美〕 J.-J.E. 斯洛廷 李卫平 著

蔡自兴 罗公亮 桂卫华 等译

饶立昌 孙增圻 校

国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书是以美国麻省理工学院开设的课程为基础而编著的,它以尽可能简明的数学理论,介绍现代非线性控制的主要成果,并说明它们在实际非线性控制系统设计中的应用和意义。全书分两大部分。第一部分包括第二章至第五章,介绍研究非线性系统的分析工具;第二部分含第六章至第九章,论述主要非线性控制器的设计方法。每章都提供习题。书末附有参考文献、题解指南和索引。

本书可作为大学高年级学生、研究生的教材,也可作为专业工程师的自学读本,是现代控制工程师、科学工作者学习和应用非线性控制的不可多得的重要著作。

APPLIED NONLINEAR CONTROL
Jean-Jacques E. Slotine, Weiping Li
Prentice-Hall, Inc. 1991

应用非线性控制

〔美〕 J.-J.E. 斯洛廷 李卫平 著
蔡自兴 罗公亮 桂卫华 等译
饶立昌 孙增圻 校
责任编辑 陈子玉

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

北京市大兴兴达印刷厂印装

787×1092毫米 16开本 印张20 462千字

1992年2月第一版 1992年2月第一次印刷 印数: 0001—1000册

ISBN 7-118-00984-9/TP·124 定价: 16.30元

译 者 的 话

由于实际控制系统往往具有严重非线性和线性控制方法本身的局限性,因而有必要深入开发非线性控制方法。近年来,对非线性控制的研究取得显著进展,并在应用研究方面有所突破。由美国麻省理工学院(MIT)斯洛廷(J.-J.E.Slotine)教授和李卫平博士合著的《应用非线性控制》(Applied Nonlinear Control)一书,很好地反映了上述进展,也是作者在MIT多年教学实践的结晶。原著于今年初在美国正式发行后,深受读者欢迎。本书中译本的出版,定将对我国非线性控制的研究、应用和教学有所裨益。

本书中译本包括《应用非线性控制》一书的全部内容,并将原作者为本书编写的《题解指南》(Solutions Manual)作为附录同时出版。前言、第一部分引言、第一章至第三章由蔡自兴翻译;第四章由吴敏翻译;第五章由彭恋平翻译;第二部分引言和第六、七章由罗公亮翻译;第八、九章由桂卫华翻译;题解指南和索引由孙增圻翻译。饶立昌校阅第一、二、三、八、九章译稿;孙增圻校阅第四、五、六、七章译稿;蔡自兴校阅题解指南并负责全书译校的组织和统稿工作。最后由孙增圻再次校阅全稿。刘巧光同志也为本书的翻译做了不少工作。借此机会,我们谨向一切关心、支持和帮助本书翻译和出版的领导、专家和同志表示衷心感谢。

限于译者水平,加上时间较为仓促,所以译文中错误在所难免,欢迎广大读者和专家批评指正。

译 者

1991年9月

前 言

近年来,功能强价格低的微型处理机的使用,极大地推动了非线性控制理论及其应用的进展。在理论方面,已在反馈线性化、滑动控制和非线性适应技术等领域取得重大进步。在应用方面,已开发出许多实用的非线性控制系统,如数字遥控自动驾驶飞机的飞行控制系统,遥控自动驾驶汽车以及先进的机器人和空间系统等。因此,非线性控制学科正在自动控制工程中占有日益重要的地位,并且已成为控制工程师必须掌握的重要基础知识之一。

本书是根据美国麻省理工学院开设的一门课程写成的,它可作为大学高年级学生和研究生的教科书,也可作为从事实际工作的工程技术人员的自学读本。本书的目的是要以尽可能简明的数学理论来介绍现代非线性控制的主要成果,并说明它们在实际非线性控制系统设计中的应用和意义。虽然本书的主要动机在于详述非线性控制的众多最新发展,同时也论述了诸如相平面分析和描述函数等古典方法,因为它们还在继续发挥重要的实际作用。

为达到我们的基本目标,我们力求本书具有下列特色:

一、可读性 我们把很大的注意力放在该书的可读性方面。为了实现这一点,我们仔细地组织概念,直观地解释主要的结果,有选择地使用数学工具。使只要学过一门导论性控制课程的读者都能够阅读本书。除了常微分方程和初等矩阵代数外,不再需要其它的数学基础。对于每一新的成果,都强调其物理解释而不是其数学推导和论证。对于每一重要成果,我们都试图提出和回答下列关键问题:该成果的直观物理意义是什么?如何把它应用于实际问题?它与其它原理有什么关系?所有重要的概念和结果均通过实例加以说明。我们相信,通过实例进行学习和归纳,对于熟练应用任何理论结果来说,都是至关重要的。

二、实用性 本书材料的选取和重点是以下列基本目标为指导的:使工程师或学生能够处理工业中的实际控制问题。因此某些最具理论意义的结果并未收入本书。在某种意义上讲,所选材料是要让读者透彻地了解解决实际问题的办法。

三、综合性 本书包括古典的(如李雅普诺夫分析和描述函数技术等)和比较现代的(如反馈线性化、自适应控制和滑动控制等)两方面内容。为易于透彻了解,书中标出星号(*)的各节,因其较难,初读时可以跳过它们而不影响对内容理解的连贯性。

四、新颖性 过去几年中,在非线性控制(尤其是非线性控制系统设计和机器人学等)方面已取得许多重要成果。本书的一个目标就是要以清晰和易于理解的方法来介绍这些新的和重要的发展及其实质。因此,本书可作为这些领域的参考书和现有文献的指南。

本书分为两大部分。第一部分包括第二章至第五章,介绍研究非线性系统的分析工具;第二部分包含第六章至第九章,论述主要非线性控制器的设计方法。每章都提供习题,以便让读者进一步研究所述材料的具体方面。书末附有参考文献和详细索引。

本书所含材料超过一个学期内能够教完或短期内能够自学完的内容。可根据读者或教师的具体兴趣,用许多方法学习本书。我们建议,首次阅读时仔细学习下列章节内容:第三章(李雅普诺夫基本理论)、4.5~4.7节(巴巴拉特引理和无源性工具)、6.1、6.2~6.4节的一部分(反馈线性化)、第七章(滑动控制)、8.1~8.3、8.5节(线性和非线性系统的自适应控制)以及第九章(多输入物理系统的控制)等。与此相反,标有星号的节段,初读时可以跳过。

许多同事、学生和朋友,通过启发式讨论和卓有见识的建议,为本书作出很大贡献。K.赫德里克(Karl Hedrick)给予我们始终如一的热情鼓励,并提供了许多有价值的意见和建议。同K.阿斯特龙(Karl Åström)和S.米尔科夫(Semyou Meerkov)的讨论有助于我们更好地确定本书的风格及其数学深度。H.阿萨达(Harry Asada), J.本茨曼(Jo Bentsman), M.迪本尼迪托(Marika Dibenedetto), O.埃格兰德(Olav Egeland), N.霍根(Neville Hogan), M.艾利克(Marija Ilic), L.尼尔森(Lars Nielson), K.索尔兹伯里(Ken Salisbury), S.辛(Sajhendra Singh), M.斯庞(Mark Spong), D.沃姆利(David Wormley)以及D.约格(Dana Yoerger)等提出了许多有益的建议和精神上的支持鼓励。B.霍夫(Berbara Hove)为本书设计了大多数精美的插图;G.尼迈耶(Günter Niemeyer)的经验和能力对于本书运算和文字处理工具的建立是极其宝贵的;H.扬(Hyun Yang)利用计算机仿真,对编著本书给予了很大帮助;他们三人都为我们提供了范围广泛的技术上和编辑方面的咨询意见。在麻省理工学院修读本课程的许多学生的兴趣和热情,也使本书受益匪浅。

戈登(Gordon)基金为第一作者撰写本书提供了部分夏季支持。最后,我们高度赞赏普雷蒂斯-霍尔(Prentice-Hall)出版有限公司的T.博齐克(Tim Bozik)和J.温策尔(Jennifer Wenzel)的卓越才干和职业风尚。

J.-J.E. 斯洛廷

李 卫 平

目 录

第一章 绪论	1	4.7 无源性形式	82
1.1 非线性控制的原由	1	4.8* 绝对稳定性	83
1.2 非线性系统特性	2	4.9* 信号限度的确定	92
1.3 本书概述	8	4.10* 解的存在性和唯一性	94
1.4 注释和参考文献	9	4.11 小结	96
第一部分 非线性系统分析	10	4.12 注释和参考文献	96
引言	10	4.13 习题	96
第二章 相平面分析	12	第五章 描述函数分析	98
2.1 相平面分析的概念	12	5.1 描述函数基础	98
2.2 相轨迹的绘制	15	5.2 控制系统中的常见非线性	105
2.3 由相轨迹确定时间	18	5.3 常见非线性的描述函数	107
2.4 线性系统的相平面分析	19	5.4 非线性系统的描述函数分析	112
2.5 非线性系统的相平面分析	21	5.5 小结	116
2.6 极限环的存在	23	5.6 注释和参考文献	116
2.7 小结	24	5.7 习题	118
2.8 注释和参考文献	25	第二部分 非线性控制系统设计	119
2.9 习题	25	引言	119
第三章 李雅普诺夫理论基础	26	第六章 反馈线性化	129
3.1 非线性系统和平衡点	26	6.1 直观概念	129
3.2 稳定性概念	30	6.2 数学工具	142
3.3 线性化和局部稳定性	33	6.3 单输入单输出系统的输入—状态线 性化	147
3.4 李雅普诺夫直接法	36	6.4 单输入单输出系统的输入—输出线 性化	154
3.5 基于李雅普诺夫直接法的系统 分析	47	6.5* 多输入系统	167
3.6 基于李雅普诺夫直接法的控制 设计	58	6.6 小结	170
3.7 小结	59	6.7 注释和参考文献	170
3.8 注释和参考文献	60	6.8 习题	171
3.9 习题	60	第七章 滑动控制	174
第四章 现代稳定性理论	62	7.1 滑动面	175
4.1 非自治系统的稳定性概念	62	7.2 切换控制律的连续近似	183
4.2 非自治系统的李雅普诺夫分析	65	7.3 建模与性能的折衷	189
4.3* 不稳定性定理	73	7.4 多输入系统	191
4.4* 李雅普诺夫函数的存在性	75	7.5 小结	193
4.5 应用巴巴拉特引理的李雅普诺夫 分析	76	7.6 注释和参考文献	193
4.6 正性线性系统	78	7.7 习题	194
		第八章 自适应控制	195

8.1	自适应控制的基本概念	195
8.2	一阶系统的自适应控制	204
8.3	全状态反馈线性系统的自适应 控制	210
8.4	输出反馈线性系统的自适应控制	212
8.5	非线性系统的自适应控制	219
8.6	自适应控制系统的鲁棒性	221
8.7*	在线参数估计	225
8.8	复合自适应	241
8.9	小结	245
8.10	注释和参考文献	245
8.11	习题	246

第九章 多输入物理系统的控制247

9.1	作为范例的机器人学	247
9.2	自适应机器人的轨迹控制	255
9.3	对控制中实际问题的考虑	263
9.4	宇宙飞船的控制	266
9.5	小结	273
9.6	注释和参考文献	273
9.7	习题	273

参考文献275

附录：解题指南293

索引309

第一章 绪 论

非线性控制学科涉及非线性控制系统的分析与设计问题，这种控制系统至少含有一个非线性元部件。对于分析问题，我们假定已设计好某个非线性闭环系统，其目的是要确定该系统的特性。对于设计问题，我们给出某个受控非线性装置以及对闭环系统特性的一些技术要求，其任务是要建造一控制器，以便使该系统满足所要求的特性。当然，设计问题和分析问题在实际上是不能截然分开的，因为非线性控制系统的设计往往包含分析和设计的交互过程。

绪论这章为后续各章要讨论的具体分析和设计方法提供了基础。本章第 1.1 节说明研究非线性控制的动机。第 1.2 节讨论非线性系统独特的和丰富的特性。第 1.3 节综述本书的编排情况。

1.1 非线性控制的原由

线性控制是一门成熟的学科，它具有各种有效的方法和工业上成功应用的长久历史。因此，人们很自然地会感到纳闷：为什么会有这么多来自如此广泛领域（如飞机和宇宙飞船控制、机器人学、过程控制和生物医学工程等）的研究和设计人员，近年来对非线性控制方法的研究和应用表现出积极兴趣呢？我们能够引用许多理由来说明这种兴趣。

一、改善现有控制系统

线性控制方法所依靠的关键假设是当系统在小范围运行时线性模型的假设是成立的。当需要大范围运行时，由于系统中存在的非线性得不到适当的补偿，使得线性控制器很可能性能低下或者产生不稳定。另一方面，非线性控制器则可能直接处理大范围运行时出现的非线性。这点很容易用机器人的运动控制问题来说明。当线性控制器用于控制机器人运动时，忽略了与机器人连杆运动有关的非线性作用力。由于许多有关的动态作用力（如哥氏力和向心力）随速度的平方变化，于是，控制器的精度随运动速度的提高而迅速降低。因此，为了达到机器人执行任务（诸如抓放、弧焊和激光切割等）的预定精度，不得不保持较低的机器人运动速度和生产率。反之，一种概念上简单的非线性控制器（一般称为计算力矩控制器）能够完全补偿机器人运动的非线性作用力，并能够在很宽的机器人速度范围和大的工作空间内获得高精度控制。

二、严重非线性分析

线性控制的另一假设是系统模型实际上能够被线性化。然而，控制系统中存在许多非线性，其不连续特性不允许进行线性近似。这些所谓“强非线性”（hard nonlinearities）包括哥氏摩擦、饱和、死区、啮合间隙和磁滞等，而且在控制工程中经常碰到。这些非线性的作用不能由线性方法得到，而必须发展非线性分析技术，以用来预测存在这些固有非线性时系统的特性。因为这些非线性往往会引起系统出现不合需要的特性

(如不稳定性或伪极限环等), 所以, 它们的作用必须加以预测并适当地补偿。

三、处理模型不确定性

在设计线性控制器时, 通常需要假定系统模型的参数应当是已知的。但是, 许多控制问题含有非线性的模型参数。这可能是由于参数随时间而缓慢变化 (如飞机飞行过程中的周围空气压力), 或者是由于参数的突然变化 (如机器人抓起一个新的物体时的惯性参数)。基于不精确或失效的模型参数值的线性控制器表现出明显的特性恶化, 甚至产生不稳定。可以有意地把非线性引入控制系统的控制器部分, 以便能够承受模型的不确定性。鲁棒控制器和自适应控制器便是这样的非线性控制器。

四、设计简便

好的非线性控制设计可能要比线性控制设计简单而又直观。这种先验的似非而是的结果源于这一事实: 非线性控制器的设计往往深深地扎根于对象的物理特性中。举个很简单的例子, 让我们考虑某个垂直平面内一个挂在铰链上的单摆。该单摆从某个任意初始角度开始摆动, 并逐渐衰减, 最后停在垂线位置。虽然单摆的特性可以在接近平衡点时通过对系统的线性化来进行分析, 但是, 其稳定性实际上与某些线性化系统矩阵的特征值关系甚小。它是基于下述事实: 该系统的全部机械能逐渐被各种摩擦力 (如铰链摩擦力等) 所消耗; 因此, 单摆在某个最小能量位置趋于停止。

可能还有应用非线性技术的其它相关或非相关理由, 例如, 价格和性能的最优性。在工业调整中, 如果把有关线性技术推广去控制具有明显非线性的高级机器, 那么可能导致非常昂贵和漫长的开发周期; 对于这种情况, 控制律 (Control code) 几乎不能提供稳定性或性能保证, 而且极难推广到类似的而又不同的应用。线性控制可能需要高质量的驱动器和传感器, 以便在规定的操作范围内产生线性特性, 而非线性控制可以允许采用不太贵的具有非线性特性的元部件。关于性能最优性, 我们可以引用 bang-bang 控制器来说明。该控制器能产生快速响应, 但本质上是非线性的。

由此可见, 非线性控制学科是自动控制的一个重要领域。学习非线性控制分析和设计的基本方法, 能够极大地提高控制工程师有效地处理实际控制问题的能力。这种学习还能够提供对含有固有非线性的现实世界的清晰理解。过去, 由于非线性控制设计与分析在计算上的困难, 限制了非线性控制方法的应用。不过, 近年来计算机技术的进展大大缓解了这个困难。因此, 近来对非线性控制方法的研究和应用表现出很高的热情。一方面, 功能很强的微型处理机的出现使得非线性控制器的实现变为一个比较简单的问题, 另一方面, 现代技术 (如高速度高精度机器人或高性能飞行器) 对控制系统提出了更为严格的设计要求, 因而人们对大范围运行时非线性控制设计问题给予了特别关注。非线性控制在控制工程中占有与日俱增的和引人注目的地位, 出现越来越多的非线性控制研究和应用论文与报告就是一个佐证。

1.2 非线性系统特性

物理系统具有固有非线性。因此, 所有控制系统都具有一定程度的非线性。非线性控制系统可由非线性微分方程式来描述。不过, 如果一个控制系统的工作范围较小, 而且所包含的非线性比较光滑, 那么, 该控制系统可由某个线性化系统来适当地逼近, 而

这个线性化系统则可由某个线性微分方程组来描述。

一、非线性

非线性可分为固有（自然）非线性和外加（人为）非线性。固有非线性自然地源于系统的硬件和运动。固有非线性的例子包括旋转运动的向心力和接触面之间的哥氏摩擦力等。这种非线性往往具有不良的作用，控制系统必须对非线性加以适当补偿。另一方面，外加非线性是由设计者人为地引入系统的。诸如自适应控制律和 bang-bang 最优控制律等非线性控制律是外加非线性的典型例子。

也可以根据数学特性把非线性分为连续非线性和断续非线性。由于断续非线性不能由线性函数局部逼近，因此又把它称为“强”非线性。当控制系统在小范围运行和大范围运行时，通常都能发现强非线性，诸如齿隙、磁滞和静摩擦等。对于某个小范围运行的控制系统，到底应该把它看做非线性或线性，取决于强非线性的量级及其对系统特性的影响程度。我们将在 5.2 节详细讨论强非线性问题。

二、线性系统

线性控制理论主要涉及线性定常 (LTI) 控制系统的研究，其形式为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1-1)$$

式中， $\mathbf{x}$ 为状态矢量， $\mathbf{A}$ 为系统矩阵。线性定常系统具有如下非常简单的性质：

1. 如果一个线性系统的 $\mathbf{A}$ 为非奇异矩阵，那么，该线性系统具有唯一的平衡点；
2. 如果 $\mathbf{A}$ 的所有特征值均有负实部，那么，该平衡点是稳定的，而不管其初始条件如何；
3. 线性系统的暂态响应是由系统的各自然振荡模态组成的，而且其通解能够通过解析方法求得；

4. 当出现外部输入 $\mathbf{u}(t)$ 时，即具有

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (1-2)$$

形式时，该系统响应具有许多有趣的特性。首先，它满足迭加原理。其次，系统 (1-1) 的渐近稳定性蕴含着存在 $\mathbf{u}$ 时系统的有界输入有界输出稳定性。再次，正弦输入产生同频正弦输出。

三、非线性系统特性举例

然而，非线性系统的性能却要复杂得多。由于缺乏线性及其相关迭加特性，非线性系统对外部输入的响应与线性系统大不相同，下列说明了这一点。

例 1.1 某台水下车体（机器人）运动的简化模型可写成

$$\dot{v} + |v|v = u \quad (1-3)$$

式中， v 为车体速度， u 为控制输入（由推进器提供的推力）。非线性 $|v|v$ 对应于典型的“平方律”阻力。

假定我们先加上一个单位阶跃输入推力 u ，经 5s 后改为一个负单位阶跃输入。此系统的响应绘于图 1-1。从图可见，系统对正单位阶跃响应的调整要比对后续负单位阶跃响应的调整快得多。这可从直观上加以解释：它反映了高速时的“视在阻尼”系数要

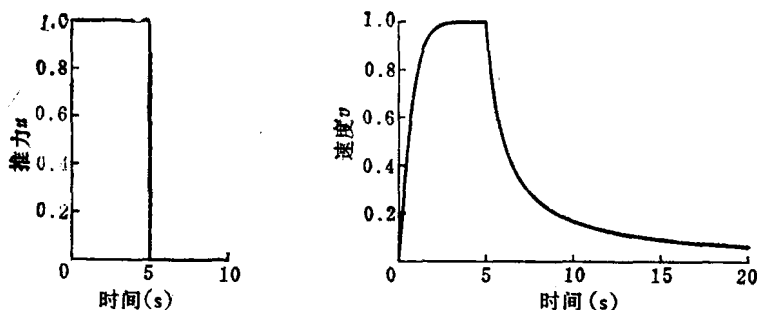


图1-1 系统式 (1-1) 对单位阶跃输入响应

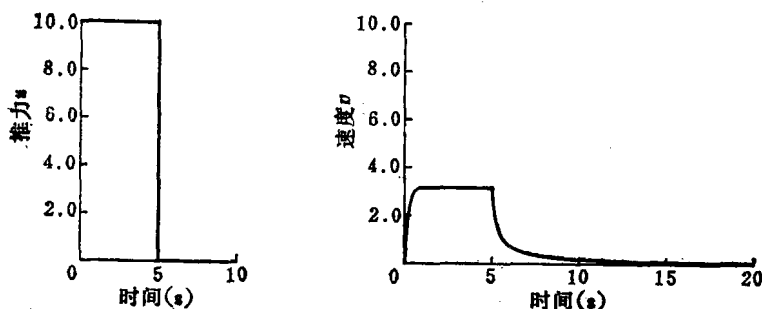


图1-2 系统式 (1-3) 对幅度为10的阶跃响应

比低速时大。

假定我们现在用较大的阶跃 (例如, 幅度为10) 来重复上述实验。可以预期, 对正阶跃和负阶跃的响应调整时间之间的差别更为明显, 如图 1-2 所示。此外, 第二次实验中第一个阶跃响应的设定速度 v_r 不是如线性系统所应有的那样为第一次实验中第一个阶跃响应设定速度的 10 倍。这也可由下式从直觉上加以理解:

$$u = 1 \Rightarrow 0 + |v_r|v_r = 1 \Rightarrow v_r = 1$$

$$u = 10 \Rightarrow 0 + |v_r|v_r = 10 \Rightarrow v_r = \sqrt{10} \approx 3.2$$

如果这种水下车体是在一个大的动态范围内运动, 并不断地改变速度, 就象典型的工业遥控水下车 (R.O.V) 那样, 那么, 对这种非线性特性的仔细了解和有效控制就显得特别重要。

四、某些常见非线性系统特性

现在让我们来讨论某些常见的非线性系统特性, 以便熟悉非线性系统的复杂作用, 并为我们研究本书其余部分提供一个有效的基础。

1. 多平衡点

非线性系统往往具有多个平衡点 (平衡点是指系统能够永远停在那里而不再运动的点, 我们将在后面正式表示它)。这可以从下面的简单例子看出。

例1.2 一阶系统

考虑系统

$$\dot{x} = -x + x^2 \quad (1-4)$$

其初始条件为 $x(0) = x_0$ 。它的线性化为

$$\dot{x} = -x \quad (1-5)$$

此线性方程的解为 $x(t) = x_0 e^{-t}$, 如图 1-3(a) 所示。图中曲线对应于不同的初始条件。该线性系统在 $x = 0$ 处, 显然具有一个唯一的平衡点。

与此相反, 对方程 $dx/(-x + x^2) = dt$ 取积分, 可求得非线性动态方程 (1-4) 的实际响应:

$$x(t) = \frac{x_0 e^{-t}}{1 - x_0 + x_0 e^{-t}}$$

对于各种初始条件, 其响应曲线如图 1-3(b) 所示。本非线性系统具有两个平衡点, 即 $x = 0$ 和 $x = 1$, 而且它的品质特性强烈地取决于其初始条件。

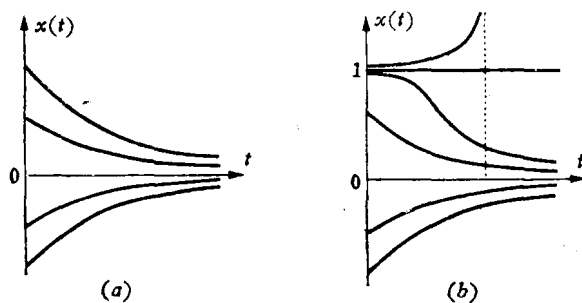


图1-3 系统响应

(a) 线性化系统; (b) 非线性系统。

运动稳定性问题也可通过上述例子来讨论。对于线性化系统, 其稳定性具有下述特点: 对于任何初始条件, 其运动总是收敛于平衡点 $x = 0$ 。但是, 对于实际非线性系统, 以 $x_0 < 1$ 起动的运动确实收敛于平衡点 $x = 0$, 而以 $x_0 > 1$ 起动的运动却趋向无穷大 (实际上, 在有限时间内它即趋向无穷大, 这是一种叫做有限逃逸时间现象)。这意味着, 非线性系统的稳定性可能取决于初始条件。

当存在有界外部输入时, 稳定性也可能取决于该输入值。这种输入相关性可由所谓双线性系统

$$\dot{x} = xu$$

来阐明。如果输入 u 选为 -1 , 那么状态 x 就收敛于 0 。如果 $u = 1$, 那么 $|x|$ 趋向无穷大。

2. 极限环

非线性系统能够在没有外激励时产生固定幅值和固定周期的振荡。这种振荡叫做极限环(limit cycles)或自激振荡。这一重要现象可以很容易地由著名的振荡器动力学来说明。它是由荷兰电气工程师B.范德堡(Van der Pol)于20世纪20年代首先研究的。

例1.3 范德堡方程

二阶非线性微分方程式

$$m\ddot{x} + 2c(x^2 - 1)\dot{x} + kx = 0 \quad (1-6)$$

式中, m , c 和 k 为正常数。这就是著名的范德堡方程。可以认为, 它描述一个含有相关阻尼系数 $2c(x^2 - 1)$ 的质量—弹簧—阻尼器系统, 或者描述一个含有非线性电阻的RLC电路。当 x 取大值时, 阻尼系数为正, 此阻尼器从系统吸收能量。这表明该系统运动趋向收敛。但是, 当 x 取小值时, 阻尼系数为负, 阻尼器把能量加至系统。这暗示该系统运动趋向发散。由此可见, 由于非线性阻尼随 x 变化, 所以系统运动可能既无不

限增长,也不衰减到零。实际上,系统运动显示出持续振荡而与初始条件无关,如图1-4所示。这个所谓极限环借助于阻尼项周期性地把能量释放至环境和从环境吸收能量,以维持其振荡。这是与守恒的质量-弹簧系统的情况相反的,后者在振荡期间不与

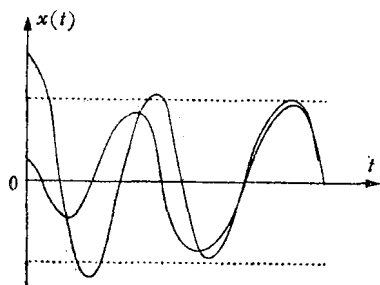


图1-4 范德堡振荡器的响应

环境交换能量。

当然,对于临界稳定线性系统(如没有阻尼的质量-弹簧系统)或对于正弦输入响应,线性系统也能产生持续振荡。不过,非线性系统中的极限环与线性振荡在根本上有许多不同之处。首先,极限环的自维持激励的幅度与初始条件无关,如图1-2所示;而临界稳定线性系统的振荡幅度由初始条件决定。其次,临界稳定线性系统对系统参数变化十分敏感,参数的稍微变化可能导致稳定收敛或者不

稳定;而极限环不易受参数变化影响。

极限环代表了非线性系统的一种重要现象。我们可以在许多工程领域和自然界发现这种现象。一种由航空动态作用力与机翼结构振动交互作用引起的叫做机翼颤振的极限环时有发生,而且往往是危险的。机器人的跳动是极限环的另一例子。极限环也在电路(如实验室电子振荡器)中出现。从这些例子可见,在有些情况下极限环可能是不希望有的,而在另一些情况下则是需要的。一个工程师必须知道,如何在不需要极限环时消除它们,而在需要时产生它们或者把它们放大。然而,要做到这一点就需要对极限环的特性有所了解,并熟悉处理它们的工具。

3. 分歧

当非线性系统的参数发生变化时,其平衡点的稳定性也可能变化(就象线性系统那样),而且可能有许多平衡点。这些使系统运动品质特性发生变化的参数值,称为临界值或分歧值。这种分歧(bifurcation)现象,即参数的量变导致系统特性的质变,是分歧理论研究的课题。

例如,一柱香(或者烟囱和香烟)上升的烟雾,由于它比周围空气要轻,所以起初它加速向上,但当超过某个临界速度时,它突然变为旋流。让我们更如实地考虑一个所谓无阻尼达芬(Duffing)方程

$$\ddot{x} + \alpha x + x^3 = 0$$

描述的系统。(有阻尼达芬方程为 $\ddot{x} + c\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = 0$,它表示一个具有硬化弹簧的质量-阻尼器系统)。我们能够以参数 α 为函数画出平衡点。当 α 由正变负时,一个平衡点分裂为三个点($x_* = 0, \sqrt{-\alpha}, -\sqrt{-\alpha}$),如图1-5(a)所示。这表示系统动态特性的质变,而且 $\alpha = 0$ 为一临界分歧值。这类分歧因其平衡点形状而得名音叉分歧,如图1-5(a)所示。

另一类分歧涉及参数变化时出现极限环的情况。在这种情况下,一对复数共轭特征值 $p_1 = \gamma + j\omega$, $p_2 = \gamma - j\omega$ 从左半平面越过右半平面,而且不稳定系统的响应发散为一极限环。图1-5(b)画出这个典型的系统状态轨迹(状态为 x 和 $\dot{x}$)随参数 α 变化而变化的情况。这类分歧称为霍普弗(Hopf)分歧。

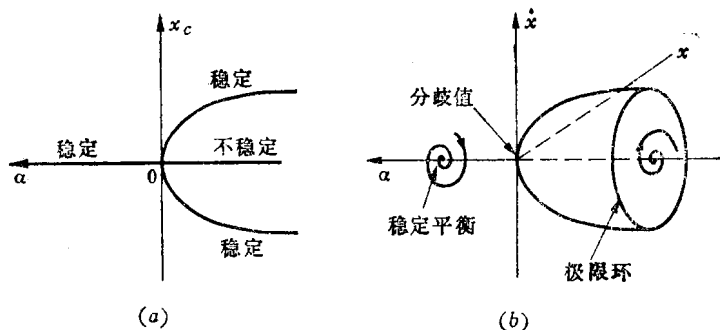


图1-5 分歧轨迹
(a) 音叉分歧；(b) 霍普弗分歧。

4. 混沌

对于稳定线性系统，初始条件间的较小差别只能引起输出间的微小差别。然而，非线性系统却能表现出一种称为混沌 (chaos) 的现象。我们用混沌来表明系统的输出对初始条件极为敏感这一现象。混沌的主要特点是系统输出的不可预测性。即使我们具有非线性系统的准确模型和非常精确的计算机，长期运行时系统的响应仍然无法很好地预测。

必须区别混沌运动与随机运动。对于随机运动，其系统模型或系统输入含有不确定性，导致系统输出随时间变化而无法准确地预测（只能用统计测量）。然而对于混沌运动，其所研究的问题是确定性的，系统模型、输入和初始条件几乎没有不确定性。

作为混沌特性的一个例子，让我们考虑简单的非线性系统

$$\ddot{x} + 0.1\dot{x} + x^5 = 6\sin t$$

它可能表示一个承受大的弹性挠曲和小阻尼的正弦受迫运动的机械结构。图1-6表示出该系统对应于两个几乎相同的初始条件时的响应，这两个初始条件为 $x(0)=3$, $\dot{x}(0)=4$ （图中对应于粗实线）和 $x(0)=3.01$, $\dot{x}(0)=4.01$ （图中对应于细实线）。由于 x^5 项存在强非线性，经过一些时间后，这两个响应是大不相同的。

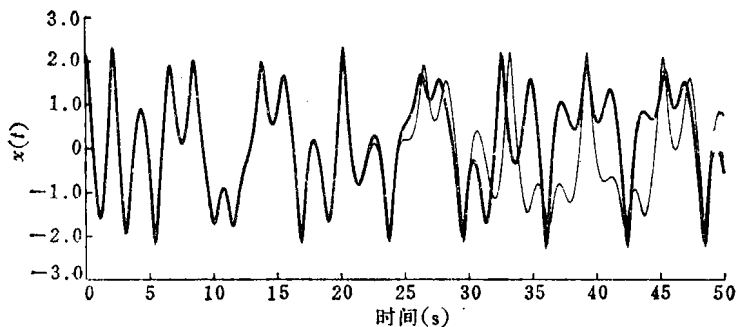


图1-6 某非线性系统的混沌特性

许多物理系统都能观察到混沌现象。最常见的实际问题是流体力学中的紊流 (turbulence), 正如我们前面谈到的一柱香的旋流一样。大气动力学也明显地表现出混沌特性, 因而不可能进行长期天气预报。一些具有混沌振动的机械和电气系统包括弹性箍形结构、含有齿隙的机械系统、含有气动弹性动态特性的系统、铁路系统中的轮子-钢轨动态特性以及反馈控制装置等。

大多数混沌出现在强非线性系统中。这意味着, 对于一个给定的系统, 如果其初始条件或外部输入引起系统运行于高度非线性区域, 那么, 产生混沌的可能性就会增大。线性系统不可能出现混沌。对于某个任意幅度的正弦输入, 其线性系统响应总是同频正弦曲线。与此相反, 随着初始条件和输入信号幅度的不同, 一个给定非线性系统的输出可能表现出正弦的、周期的或者混沌的特性。

在反馈控制方面, 知道非线性系统何时将变为混沌模式 (以便防止它) 以及当转为混沌模式时如何退出混沌, 自然是令人感兴趣的问题。这些问题是正在研究的热门课题。

5. 其它特性

其它感兴趣的特性, 诸如跳跃共振、次谐波振荡、异步抑制和自由振动的频-幅相关特性等, 在研究某些系统时也可能出现, 而且变得很重要。因此, 上面所述足以提供充分的证据, 说明非线性系统可能比线性系统具有丰富得多和更为复杂的特性。

1.3 本书概述

由于非线性系统可能具有比线性系统丰富和复杂得多的特性, 所以对非线性系统的分析要困难得多。在数学上, 这反映两个方面的问题。首先, 与线性方程不同, 非线性方程一般不能通过解析求解, 因而很难对非线性系统的特性有个全面的理解。其次, 象拉普拉斯变换和傅里叶变换这类强有力的数学工具, 不适用于非线性系统。

鉴于这些原因, 既没有预测非线性系统特性的系统工具, 也没有设计非线性控制系统的系统方法。代之的是, 可以列出包括许多强有力的分析和设计工具的清单, 但是其中每一工具仅适用于某些具体类型的非线性控制问题。本书的目的在于介绍这些不同的工具, 并且特别强调它们的功能和局限性, 以及如何把它们有效地结合起来。

本书分为两大部分。第一部分 (第二章~第五章) 介绍用于研究非线性系统的主要解析工具。第二部分 (第六章~第九章) 讨论非线性控制器的主要设计方法。每一部分都以一个简短的引言开始, 提供所讨论的主要问题和方法的基础。

第二章借助于相平面分析提供的简单图形工具来研究二阶系统, 使我们进一步熟悉非线性系统的某些特性。第三章介绍本书要用到的最重要的分析工具, 即李雅普诺夫函数的概念及其在非线性和稳定分析中的应用。第四章研究精选的有关稳定性分析的现代论题。第五章讨论一种近似的非线性系统分析方法——描述函数法, 这种方法的目的在于把线性频率响应分析的某些合乎需要的和直观的特性, 扩展至非线性系统。

第六章的基本思想是研究在什么条件下非线性系统的动态特性能够通过代数变换为线性系统的动态特性, 以及能够采用哪些线性控制方法。第七章和第八章研究如何采用鲁棒和自适应方法, 来减少或者在实际上消除模型不确定性对线性或非线性系统稳定性和反馈控制器性能的影响。最后, 第九章广泛地讨论把已知的物理特性用于简化和改进

复杂的多输入非线性系统控制器的设计。

本书着重研究以连续时间形式表示的非线性系统。即使大多数控制系统是由数字装置实现的，但是非线性物理系统在性质上却是连续的，而且难于进行有意义的离散化工作；如果采用高采样速率，那么在对数字控制系统进行分析和设计时，可以作为连续时间系统来处理。已知存在较低的计算费用的情况下，最常见的实际问题即什么时候考虑采样会是有益的，显然就是测量次数较稀疏的时候。例如，应用声音导航的水下车就属于这种情况。一些由连续时间公式设计的控制器，它的数学实现的实际问题，将在本书第二部分的引言中加以讨论。

1.4 注释和参考文献

参考文献，如[Guckenheimer and Holmes, 1983]和[Thompson and Stewart, 1986]等，对分歧和混沌问题进行了详细的讨论，图1-6所示的例子，便是摘自这些参考文献。