

無線電測量

B. Ю. 羅金斯基講

成都電訊工程學院譯

人民教育出版社



无 綫 電 測 量

B. IO. 罗 金 斯 基 講

成都电訊工程学院譯



人 民 教 育 出 版 社

本書系根據蘇聯專家羅金斯基 (В. Ю. Рогинский) 在成都電訊工程學院為研究生和進修教師講課時所用的講義“無線電測量” (Радиотехнические измерения) 譯出的。

本書討論與現代無線電儀器及設備中所用各波段的無線電測量有關的諸問題。除了闡明測量的物理過程、必需的數學運算以及線路圖的分析以外，本書還簡單地敘述了最常用的無線電測量儀器。

本書可作無線電工程高等學校的教材，同時也可供無線電工程方面的工程技術人員作參考。

本書由成都電訊工程學院錢含光、陸梁韵、黃順吉擔任翻譯工作，由徐秉鐸校訂第一、二、三章，張世英校訂第四、八、十一、十二、十三章，彭康強校訂第六、七、九章，彭日知校訂第五、十、十四章，最後由徐秉鐸總校一遍。本講稿校訂工作得到研究生和進修教師的協助。

無 線 電 測 量

В. Ю. 羅金斯基講
成都電訊工程學院譯
北京市書刊出版業營業許可證出字第2號
人民教育出版社出版 (北京景山東街)
中央民族印刷廠印裝
新華書店北京發行所發行
各地新華書店經售

統一書號15010·687 開本787×1092 1/16 印張23 2/8 插頁7

字數503,000 印數3,201—7,200 定價(7) 2.50

1958年10月第1版 1961年12月北京第3次印刷

序

本課程是在 1956—1957 學年在成都電訊工程學院為中華人民共和國的研究生和其他高等學校的進修教師講授的。這一課程的主要任務如下：

1. 給聽講者以現代的無線電技術中測量技術方面的必需知識，同時考慮到大多數的聽講者對這一技術領域還不夠熟悉；

2. 編寫本講稿的另一任務是為了使那些準備講授無線電測量課程的聽講者能利用它作為主要教材；

3. 培養聽講者，使他們能鑽研“無線電測量儀表的計算和設計”這一課程，以及能獨立設計和指導學生的畢業設計。

按照這些任務，在課程中所包括的若干問題已超出普通課程的範圍，尤其是在講稿中介紹了一部分具體型號的儀表，而這些儀表主要是在蘇聯製造的。這樣引述教材是恰當的，因為實際儀表的敘述是為了說明所提出的理論性問題。很遺憾，由於講稿的容量和講課時數的限制，不可能充分地這樣作，因而在講稿的許多章節中，沒有相應的敘述材料。

除了本教材外，在最近期間將出版相應的敘述無線電測量儀表的專門書籍以及完整的無線電測量實驗指導書。

目前關於無線電測量問題方面還沒有足夠的書籍，特別是中文的書籍。已有的某些蘇聯書的翻譯本的缺點在於對中國青年學生的特點估計不足。

編寫本講稿時，考慮到了已有的材料和已出版的書籍。因此本講稿的作者並不強求材料敘述的獨創性，而且毫無疑問地認為可以繼續改善敘述法，以及可以繼續改善對無線電測量課程的教學法。

本講稿的譯者錢含光、成都電訊工程學院無線電基礎教研組主任徐秉鈺副教授、張世箕講師和哈爾濱工業大學進修教師彭康強積極地參加了把本講稿譯成中文的工作，對全部講稿進行系統的研究，並參加原稿印成中文的準備工作。作者深深地感謝這些同志為了更好地教育中國人民的青年而不吝惜自己的精力。

對本書的任何意見請寄成都電訊工程學院。

B. Ю. 羅金斯基

目 录

序	iv	§1. 直接测量法	184
緒論	1	§2. 电桥测量法	188
第一章 無線电測量概論	2	§3. 諧振測量法	201
§1. 测量的任务、性質和方法	2	第八章 具有分布参数的电路参数的測量	222
§2. 测量的誤差	3	§1. 傳輸綫参数的測量法	222
§3. 測量交变电流的特点	11	§2. 短路同軸綫及开路同軸綫輸入阻抗的測量	226
第二章 声頻和高頻电流的測量	16	§3. 利用測量綫測量傳輸綫的各参数	230
§1. 測量仪表和測量方法	16	§4. 圖圖及其應用	235
§2. 热綫式仪表	17	§5. 超高频电路的电桥測量法	239
§3. 热电式仪表	20	第九章 电子射綫示波器	241
§4. 电流量程的扩大	24	§1. 概論	241
§5. 电流表的校准	27	§2. 电子射綫管	242
第三章 电压的測量	29	§3. 电子射綫的扫描	251
§1. 静电式仪表	29	§4. 扫描电压發生器	256
§2. 热电式电压測量仪表	30	§5. 脉冲及瞬变过程的示波法	264
§3. 具有半导体整流元件的电压測量仪表	32	§6. 示波器的放大器和輸入电路	275
§4. 电子管伏特計	36	§7. 同时观测几个波形圖	279
§5. 伏特計測量范围的扩大	62	§8. 一些示波器的实际的綫路圖	284
§6. 电压測量仪表的校准	63	第十章 示波器測量法	288
第四章 功率的測量	64	§1. 概論	288
§1. 概論	64	§2. 功率的示波器測量法	288
§2. 声頻及低射頻电流的功率的測量	65	§3. 頻率的測量	290
§3. 功率的直接測量法	67	§4. 相位差的示波法測量法	294
§4. 負載阻抗	70	§5. 电路参数的測量	299
§5. 傳輸綫不均匀性的补偿	72	§6. 电子管特性曲綫的取得	308
§6. 阻抗变换	73	第十一章 已調波参数的測量	308
§7. 測量功率的光度計法	75	§1. 概論	308
§8. 測量功率的热量計法	77	§2. 調幅波参数的測量	312
§9. 測量功率的測热电阻法和热变电阻法	81	§3. 調頻波参数的測量	318
§10. 傳送功率的測量	90	第十二章 振盪的頻率分析和非綫性畸变的測量	324
§11. 功率分配器	93	§1. 概論	324
§12. 衰減器	95	§2. 諧波分析儀	325
§13. 功率指示器	98	§3. 非綫性畸变的測量	331
第五章 頻率的測量	100	§4. 各測量儀的实际綫路圖	336
§1. 概論	100	第十三章 場強度及干扰的測量	341
§2. 音頻的測量	101	§1. 概論	341
§3. 射頻及超高频的測量	110	§2. 場強度的測量	344
§4. 标准頻率振盪源	133	§3. 無線电干扰的測量	349
§5. 低頻發生器	142	第十四章 無線电測量儀器的电源	351
§6. 高頻标准訊号發生器	154	§1. 概論	351
第六章 相移的測量	173	§2. 电流和电压的稳定	352
§1. 概論	173	§3. 高压电源	362
§2. 相位差的測量方法	173	參考書目	363
§3. 移相器	179		
第七章 电路参数的測量	184		

緒 論

現代無線電技術各部門(無線電定位、無線電廣播、電視等等)的一般情況的特征是在各種無線電測量的發展和應用方面,已有很高的水平。許多無線電技術部門與精確可靠的測量方法及測量設備的研究有着不可分割的聯系。雖然無線電測量是一般無線電技術中的獨立部門,但是無線電測量技術的發展與無線電技術的總的發展是分不開的。隨着無線電技術的發展,無線電測量的方法亦愈益完善,製造出許多新的測量儀器和設備。例如:無線電發明者 А. С. 波波夫(Попов)研究船用無線電台時,他不得不研究用來測量小電容量的差接電橋電路。借助於這個儀器,波波夫確定了船上金屬索具對天線電容量的影響,這樣就使他有可能選擇最好的船用天線,這種天線保證無線電通訊達到最遠的距離。無線電技術和無線電測量同時發展的類似事例可以從許多無線電技術部門中看出來。例如:蘇聯最巨大的無線電台的建設者——蘇聯科學通訊院士 А. А. 明茨(Минц)教授在建設電台時,同時研究出了調制計,可利用它來監察調制度。還可以舉出 Л. И. 孟捷爾士達姆(Мандельштам)、Д. Н. 巴巴列克西(Панафевси)、М. В. 舒列依金(Шулейкин)、М. А. 邦奇-伯魯耶維奇(Бонч-Бруевич)及其他許多最重要的國內(蘇聯)及世界的科技工作者的例子。

以下所講的無線電測量課程並不完整地包括所有可能有的無線電測量,而僅僅是基本的無線電測量。特種無線電測量通常在相應的專門課程中講授。

第一章 無線電測量概論

§ 1. 測量的任務、性質和方法

A. 無線電測量的任務

無線電測量的任務包括下列幾點：

- (1) 確定和檢查無線電設備的線路和個別元件的參數，其中包括電阻(R)、電容(C)、電感(L)、互感(M)、品質因數(Q)、放大系數及衰減及其他許多類似的量的測量。
- (2) 確定表征無線電設備的工作狀態的數值，其中包括電流、電壓、功率、頻率、調制系數及其他許多類似的量的測量。
- (3) 確定無線電設備的質量指標，如效率、非線性畸變系數和其他許多類似的指標。
- (4) 確定干擾的特性，測取發射和接收的方向特性曲線，測量場強等等。

B. 測量的性質

測量的性質決定於測量的目的，測量所需的儀表，以及測量是在何種情況下進行的。可以將差不多所有的無線電測量分成三類：運轉的、生產的和研究的。

運轉的測量的特征，通常是在測量的精確度方面要求較低，可是要求在測量的方法上須簡單而可靠，以保證無線電設備不斷地工作。

生產上的測量與利用該無線電設備的生產特點有關，對這種測量的較高的要求為測量過程簡單，不需要熟練人員來操作。

研究的測量可能是各種各樣的。在測量的精確度方面有很高的要求。

所有無線電測量，或是以直流電，或是以交流電來進行，量程極廣，頻率範圍很寬。這也就是測量儀表和測量方法式樣繁多的原因。例如：電阻可以用直流電測量，同樣也可以用頻率達幾百兆赫的交流電測量。被測電阻的大小通常也可以在很大範圍內變動，例如，從百分之幾歐到幾十兆歐。

B. 測量的方法

所有無線電測量的方法可以分為下列幾種：

- (1) 直讀法：其特征是應用直接指示的儀表（例如：安培計、伏特計、瓦特計等等）。
- (2) 間接法：其特征是用測量輔助值的方法來求出未知值，輔助值與未知值之間有着已知的關係。例如：測量場強之目的是為了確定發生器發射的功率。
- (3) 比較法：其實質在於將待測值所產生的效果和已知值所產生的效果相比較。一般在用比較法測量時，利用各種輔助電路（如補償線路、電橋電路等）。

上述每一种测量方法又可以按测量仪表及测量电路的作用原理进一步分成若干相应的方法。从这个观点来说,谐振的、热量计的、光电的、示波器的及补偿的方法是在无线电测量中应用的最重要的方法。

§2. 测量的误差

在无线电设备的装配和调整中,要求高度的测量的精确度。同样,研究上的测量亦要求很高的精确度。这也就是为什么有时为了要得到必要的测量精确度(特别是在高频时),必须采用在一般情况下所不用的特殊的测量方法。

测量的精确度由误差来决定,允许的误差愈小,则测量精确度愈高。

通常测量的误差可以分为绝对的与相对的两种。

测量的绝对误差值为:

$$\Delta X = A - X,$$

这里 A ——被测量的物理量的真实值;

X ——该物理量的测量值。

取相反符号的绝对误差一般称为修正值。

测量的相对误差可有三种形式:

A. 测量的真正相对误差

$$\gamma_{\text{真}} = \frac{\Delta X}{X} \quad \text{或} \quad \gamma_{\text{真}} = \frac{\Delta X}{X} 100\%;$$

B. 测量的标称误差

$$\gamma_{\text{标}} = \frac{\Delta X}{A} \quad \text{或} \quad \gamma_{\text{标}} = \frac{\Delta X}{A} 100\%;$$

B. 测量的折合误差

$$\gamma_{\text{折}} = \frac{\Delta X}{A_{\text{np}}} \quad \text{或} \quad \gamma_{\text{折}} = \frac{\Delta X}{A_{\text{np}}} 100\%,$$

其中 A_{np} ——借助于该仪表所测得的被测值的上限。

在上述各关系式中,所采用的被测数量的真正值 X 是未知的,因而测量误差的精确值亦难于确定。为了估计测量的精确度起见,可以只定出误差值 ΔX 的范围。这一任务一般根据测量时所使用的仪表的说明书中的数据来解决,或者由多次测量同一值的方法来解决。

A. 按仪表说明书上的数据确定测量误差

众所周知,电的测量仪表按其精确度可分为5级,并且级别是由表1-1所示的折合相对误差的极限值来决定的。

除上述的基本测量误差以外,还规定电气仪表依赖于频率及周围介质温度变化的误差定额。此外,也应计及被测电流或电压的频率的影响,以及外界磁场及电场的影响。

在无线电测量电路内使用电气测量仪表时,不但必须正确地选择仪表的精确度的级别,

并且要正确地選擇其量程。否則會發現誤差超過儀表級別所規定的最大誤差值好幾倍，茲

表 1-1

儀 器 的 級 別	0.2	0.5	1.0	1.5	2.5
基本的相對誤差 (折合 誤差)(%)	±0.2	±0.5	±1.0	±1.5	±2.5

舉例說明上述的情況：

假定要測量電壓 $U=10$ 伏。
若選用一只測量上限為 $U_{np}=75$
伏、0.5 級的伏特計 [參閱 Г. Л. 希
古林 (Шкурин) 著：“電氣測量儀
表手冊” Справочник по Электри-

ческий Измерительным Приборам, 53 頁, М106 型伏特計] 則測量的絕對誤差為：

$$\Delta X = \pm \frac{0.5 \times 75}{100} = \pm 0.375 \text{ 伏}$$

於是測量的真正相對誤差等於：

$$\frac{\Delta X}{X} 100\% = \pm \frac{0.375}{10} \times 100\% = \pm 3.75\%$$

若選用測量上限 $U_{np}=15$ 伏的同樣的儀表，則其測量的絕對誤差和真正的相對誤差將分別
等於：

$$\Delta X = \pm \frac{0.5 \times 15}{100} = \pm 0.075 \text{ 伏；}$$

$$\frac{\Delta X}{X} 100\% = \pm 0.75\%$$

亦即比第一種情況要小得多。

無綫電儀表的精確度通常由其最大的相對誤差來決定，這個誤差值與被測值的最大值
無關。例如，若指出測量的精確度為 $\pm K\%$ ，則被測值為 $X(1 \pm K\%)$ 。無綫電儀表的第二
個特點是：當測量很小的數量時，不但指出相對誤差，而且同時還有絕對誤差。後者可用下
列例子來說明。

實驗室用的 YM-2 型通用電橋可以測量 5 到 10 毫亨的電感，其精確度為 $\pm 2\%$ ，而測量
小于 5 毫亨的電感時，其精確度為 $\pm 3\%$ 、 ± 5 微亨。若需測量 2 毫亨及 200 微亨的電感，則
在第一種情況下，電感

$$L = 2 \text{ 毫亨} \pm 0.03 \times 2 \pm 5 \text{ 微亨} = 2 \pm 0.065 \text{ 毫亨；}$$

這時測量誤差為

$$\Delta L = \pm 0.065 \text{ 毫亨。}$$

在第二種情況下，電感及測量誤差將分別為：

$$L = 200 \text{ 微亨} \pm 0.03 \times 200 \pm 5 = 200 \pm 11 \text{ 微亨；}$$

$$\Delta L = \pm 11 \text{ 微亨。}$$

顯然，在測量很小的數量時，絕對誤差值具有重要的意義，它可以變成比相對誤差值大。
在測量大的數量時，相對誤差值具有重要的意義，而絕對誤差可以忽略不計。

5. 誤差的正態分布律

測量誤差出現的概率取決於許多原因。在概率理論內有誤差的概率分布律，該規律使

我們可以建立誤差值和出現誤差的概率間的关系。圖 1-1 所示为誤差的概率分布律的曲線 $Y(\Delta X)$ 。从誤差概率分布律 $Y(\Delta X)$ 中可見, 其值介于 ΔX_1 及 ΔX_2 範圍內的誤差, 其出現的概率等于圖 1-1 中所示的画有斜綫的面积。上述情形可解析地表示如下列方程式:

$$P(\Delta X_1 \leq \Delta X \leq \Delta X_2) = \int_{\Delta X_1}^{\Delta X_2} Y d(\Delta X).$$

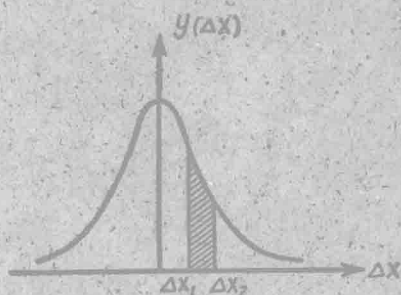


圖 1-1. 誤差分布律的曲綫(高斯曲綫)。

曲綫 $Y(\Delta X)$ 和橫軸所包的全部面积等于从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 範圍內誤差出現的概率。因这一概率等于 1, 故曲綫 $Y(\Delta X)$ 所限的总面积也就等于 1, 亦即,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} Y d(\Delta X) = 1.$$

用同一只仪表进行多次測量时發生的誤差是由大量的各种各样因素影响的結果, 这些因素往往很难估計到。但是大多数測量的誤差值服从于下列三条規律:

- (1) 小的誤差比大的誤差遇到的次数多;
- (2) 正誤差的数目与負誤差的数目差不多相等;
- (3) 多次測量的誤差的算术平均值随測量次数的增加而减小。

在大多数情况中, 誤差分布律就是随机量的正态分布律(高斯律)。該規律的解析表示式有如下列形式:

$$Y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta X)^2}{2\sigma^2}},$$

而随机量的正态分布律的圖解如圖 1-1 所示。曲綫愈尖銳, 則誤差愈小, 測量的精确度也愈高。由正态分布律的解析表示式可見, 曲綫的形狀和測量的精确度由参数 σ 来决定, σ 就是所謂均方根誤差, 其值由下式决定

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - A)^2}{n}},$$

式中, X_i ——多次單獨測量的数值,

n ——測量的次数,

A ——被測量的真实值。后者可根据一系列的測量而定出(見下文)。

B. 測量誤差的定义

除上述几种关于誤差的定义外, 还有下列定义:

(1) 均方根誤差 σ , 上面已經給出定義;

(2) 平均誤差 α , 定義為多次單獨測量結果與其平均值間的偏差的絕對值的算術平均值。平均誤差為均方根誤差的 $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ 倍, 即

$$\alpha = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma = 0.779 \sigma;$$

(3) 或然誤差 ρ , 它滿足下列條件: 大於或小於或然誤差值的誤差, 出現的機會相等。或然誤差等於均方根誤差的 0.67 倍, 即

$$\rho = 0.67 \sigma;$$

(4) 最大誤差 $\Delta X_{\max}$, 它滿足下列條件: 等於或大於最大誤差的誤差, 其出現的概率等於 0.003。最大誤差為均方根誤差的 3 倍, 即

$$\Delta X_{\max} = 3\sigma. \textcircled{3}$$

Γ. 誤差的來源

通常誤差的來源可以分為經常的、隨機的和錯誤。

經常的誤差是指在每次測量中誤差值是不變的, 或者是按照完全確定的規律變化的。在恆溫情況下進行測量時, 儀表刻度的誤差, 以及由於外界電場和磁場的恒定影響及其他相類似的測量條件所引起的誤差都是經常的誤差的例子。消除經常誤差是一個極複雜的任務。消除經常誤差的方法之一是用各種不同儀表以各種方法來測量同一物理量。

隨機的誤差, 它的值和符號不恒定, 且它的變化規律是未知的, 不固定的。由於隨機誤差的結果, 在同樣的條件下, 用同一個儀表來測量同一個物理量, 會得出不同的結果。通常, 測量結果只是最後幾位數不同。假如測量儀表的分辨能力不能察別多次單獨測量結果的差別, 則可以認為測量的最大隨機誤差等於儀表的分辨能力。

利用反復測量和在概率理論的基礎上最後整理所得結果, 可以減小測量的隨機誤差。

錯誤, 過分大的測量誤差、顯然不對的測量結果都稱為錯誤(例如讀錯了儀表的刻度)。若測量結果與算術平均值相差大於 3σ , 則可認為是錯誤。顯然, 以注意的態度對待測量, 就可以消除錯誤。在整理測量結果時錯誤不應予以考慮, 應當把它去掉。

Δ. 誤差的累積定律

可以把所有的無線電測量分為直接測量和間接測量兩類。在直接測量的情況下, 用相應的儀表量出該物理量, 亦即可以把直讀法(例如: 用伏特計測量電壓)列入此類。在間接測量的情況下, 先量出一些輔助物理量, 然後被測量作為量得的輔助量的函數計算出來。用來測量頻率的諧振迴路是間接測量的一個例子。在這種情況下, 頻率作為電容 C 和電感 L 的函數而計算出來, L 和 C 是當迴路調到諧振時量出的。

③ 這些表示式的來源可參看 П. И. 希洛夫著“最小二乘法”第 410 至 423 頁——譯者。

在直接测量的情况下,可能有两种误差的来源:经常的($\Delta_{cc}X_{\text{накк}}$)和随机的($\Delta_{cx}X_{\text{накк}}$)。经常误差和随机误差是互不相关的两随机量,都服从于随机量的正态分布律。在概率理论中证明了随机量应当按均方根相加。由此可见,在直接测量的情况下,总的最大误差等于:

$$\Delta X_{\text{накк}} = \sqrt{(\Delta_{cc}X_{\text{накк}})^2 + (\Delta_{cx}X_{\text{накк}})^2}.$$

在间接测量的情况下,当未知量是某些被测量的函数时,误差累积起来了。例如令未知量以解析法表示如下列形式:

$$X = \varphi(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n).$$

且在测量 a_i 值时,容许的误差为 Δa_i ,而所有其余的值的测量皆精确。这时

$$X + \Delta X_i = \varphi[a_1, a_2, \dots, (a_i + \Delta a_i) + \dots, a_n].$$

上面两式相减,得到部分误差值为

$$\Delta X_i = \varphi[a_1, a_2, \dots, (a_i + \Delta a_i), \dots, a_n] - \varphi(a_1, a_2, \dots, a_n).$$

将上面得到的表示式展开成 Δa_i 的戴劳级数,得到

$$\Delta X_i = \frac{\partial \varphi}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial a_i^2} (\Delta a_i)^2 + \dots.$$

考虑到误差 Δa_i 是一很小的数值,我们只取级数的第一项。此时

$$\Delta X_i = \frac{\partial \varphi}{\partial a_i} \Delta a_i.$$

例 如果用谐振波长计测量波长,在测量过程中波长计的电感量不变,则可以计算如下:

$$\varphi(X) = 2\pi c_0 \sqrt{LC} = \lambda,$$

其中 c_0 —光速。波长 λ 的测量绝对误差将为:

$$\Delta \lambda = \Delta \varphi(X) = \varphi'(X) \Delta X,$$

或

$$\Delta \lambda = \frac{\partial \lambda}{\partial C} \Delta C = \pi c_0 \Delta C \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

波长的相对测量误差为:

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi(X)}{\varphi(X)} = \frac{\Delta C}{2C},$$

其中 ΔC —波长计的电容量读数的绝对误差。 C —测量时波长计的电容器的电容量。

在确定 X 值时,由于在测量 $a_1, a_2, \dots$ 各量中的误差 $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots$ 而引起的部分误差 $\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_i, \dots, \Delta X_n$ 是一些互不相关的随机量。因此,要确定未知量 X 的误差,就应将各部分误差均方根相加,亦即

$$\Delta X = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta X_i^2}.$$

以 ΔX_i 的值代入,得到

$$\Delta X = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial a_i} \Delta a_i \right)^2}.$$

最后的表示式称为誤差的累积定律。

在下列一些特殊情况下,誤差的累积定律可以简化。

(1) 被測量 X 是 a_1 和 a_2 两个量的直线性函数,如:

$$X = K_1 a_1 \pm K_2 a_2.$$

在这个情况下,其偏导数等于:

$$\frac{\partial X}{\partial a_1} = K_1 \text{ 及 } \frac{\partial X}{\partial a_2} = K_2.$$

測量的绝对誤差將为:

$$\Delta X = \sqrt{(K_1 \Delta a_1)^2 + (K_2 \Delta a_2)^2}.$$

(2) 被測量 X 是下列形式的函数

$$X = K a_1 a_2.$$

在这个情况下,其偏导数和測量的相对誤差將分别等于:

$$\frac{\partial X}{\partial a_1} = K a_2; \quad \frac{\partial X}{\partial a_2} = K a_1;$$

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{1}{K a_1 a_2} \sqrt{(K a_2 \Delta a_1)^2 + (K a_1 \Delta a_2)^2},$$

或

$$\frac{\Delta X}{X} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_2}{a_2}\right)^2}.$$

(3) 被測量 X 与 a_1/a_2 值成正比 ($X = K \frac{a_1}{a_2}$)。在这种情况下,其偏导数和測量的相对誤差分别等于:

$$\frac{\partial X}{\partial a_1} = \frac{K}{a_2}; \quad \frac{\partial X}{\partial a_2} = -\frac{K a_1}{a_2^2};$$

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{1}{K \frac{a_1}{a_2}} \sqrt{\left(\frac{K}{a_2} \Delta a_1\right)^2 + \left(\frac{K a_1}{a_2^2} \Delta a_2\right)^2}$$

或

$$\frac{\Delta X}{X} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_1}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_2}{a_2}\right)^2}.$$

E. 减小随机誤差的方法

减小随机誤差的主要的和有效的方法之一是对同一个量进行多次的測量。此时,应取各讀数的算术平均值作为被測量的最可能的数值。这时可以認為經常誤差不存在 ($\Delta_{\text{常}} X = 0$)。

假使在多次測量的情况下,得到的值为 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 这些值是按照随机量的正态分布律分布在被測量 X 的周围,則算术平均值 X_0 將接近于被測量 X 。于是被測量的算术平均值等于:

$$X_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

这里, n —测量次数。

多次单独测量的均方根误差等于:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2}{n-1}}$$

如果进行了几组的测量, 则在每一组测量中可以找到被测量的算术平均值。所得到的每一个被测量的算术平均值的均方根误差等于:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

σ —每次测量的均方根误差。

这样一来, 每次测量的最大可能误差为:

$$\Delta_{\text{с.л.}} X_{\text{макс}} = 3\sigma = 3 \frac{\Delta X}{X}$$

我们可以得到被测量的平均值的最大可能误差为:

$$\Delta_{\text{с.л.}} X_{0\text{макс}} = 3\sigma_0 = 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\Delta_{\text{с.л.}} X_{\text{макс}}}{\sqrt{n}}$$

也就是当作了 n 次测量时, 随机误差减小到 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 。

经过适当的变换后, 我们可以找到在多次测量时的最大随机误差如下:

$$\Delta_{\text{с.л.}} X_{0\text{макс}} = 3 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X}_i - X_0)^2}{n(n-1)}}$$

如果测量的次数比 1 大得多, 因而可以认为 $n-1 \approx n$, 则在多次测量的情况下, 最大随机误差的表示式将如下式所示:

$$\Delta_{\text{с.л.}} X_{0\text{макс}} = \frac{3}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2}$$

III. 测量有限次数时误差的确定

如果量 X 经过了 n 次的测量, 得到的结果为

$$X_1, X_2, \dots, X_n,$$

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

则其平均值为:

$$X_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

此时用计算尺来计算平均值会招致很大的误差。用下列方法, 可以使计算精确度提高,

并且使計算簡化:

(1) 選擇任何一個和假定的算術平均值 X_0 相接近的方便的數字 X_{cp} 。

(2) 計算每一個測得的值 x_i 與所選擇的數字 X_{cp} 之間的差 $(X_i - X_{cp})$ 并計算這些差值之和

$$\left[\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp}) \right]$$

(3) 以下列形式來計算多次測量的算術平均值

$$X_0 = X_{cp} + \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp})}{n}$$

表 1-2

編 號	X_i	$X_i - X_{cp}$	$X_i - X_0$	$(X_i - X_0)^2$
1	2	3	4	5
1	223.4	-0.6	-0.33	0.11
2	222.8	-1.2	-0.96	0.92
3	224.0	0	+0.24	0.06
4	223.1	-0.9	-0.66	0.43
5	224.2	+0.2	+0.44	0.19
6	224.1	+0.1	+0.34	0.15
7	223.9	-0.1	+0.14	0.02
8	224.1	+0.1	+0.34	0.12
9	223.8	-0.2	+0.04	0.00
10	223.9	-0.1	+0.14	0.12
11	224.1	+0.1	+0.34	0.12
12	223.7	-0.3	-0.06	0.00
總 和		-2.9	+1.98	2.26
			-2.04	

計算被測量的算術平均值如下:

$$X_0 = X_{cp} + \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_{cp})}{n} = 224.0 - \frac{2.9}{12} = 223.76$$

計算每次測量的結果與算術平均值之差。結果列于表中第四欄。此時，如果算術平均值求得正確的，則其差值之和應等于零。在目前的情況下，其和不等于零，這就說明算術平均值不夠準確，也就是應該取一精確到小數點后第三位的值。

把得到的差值 $(X_i - X_0)$ 平方，并將其結果列于表中第五欄。然后求每次測量結果與算術平均值之差的平方值的總和（該值記入表中第五欄），并計算算術平均值的最大隨機誤差，

(4) 檢查結果的正確性，為此：

A) 計算每一個測量結果和求得的算術平均值之間的差

$$X_i - X_0$$

B) 每一個測量結果和其算術平均值之間的差值之和應為零。

$$\sum_{i=1}^n (X_i - X_0) = 0$$

現舉一例說明所介紹的計算方法。假設作了 12 次測量，其結果列于表 1-2 的第二欄中。

選擇近似的平均值 $X_{cp} = 224.0$ ，并且計算每一次測量的結果與所選擇的平均值 X_{cp} 之差。結果列于表中第三欄。

它等于:

$$\Delta_{ca} \bar{X}_{max} = \frac{3}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_0)^2} = \frac{3}{12} \sqrt{2.26} = 0.376.$$

最后把结果写成

$$\bar{X} = \bar{X}_0 \pm \Delta_{ca} \bar{X}_{max} = 223.76 \pm 0.376.$$

§3. 测量交变电流的特点

A. 被测电路的电容和电感的影响

测量电流时,通常将其能量变为另一种形式的能量(如机械能、热能、光能或化学能),这能量由指示器记录下来,作为被测电流强度的量度。显而易见,为了能正确地确定被测电流的强度,能量的全部变换和指示器的正确作用是很重要的。

当测量频率足够低的电流时,可以忽略连接电路和仪表的阻抗的电抗分量,把测量的等效线路图画成如图 1-2a 所示。在这一线路图中,所有的电路元件都是串联的;因而同一电流在这些元件中通过,其值为:

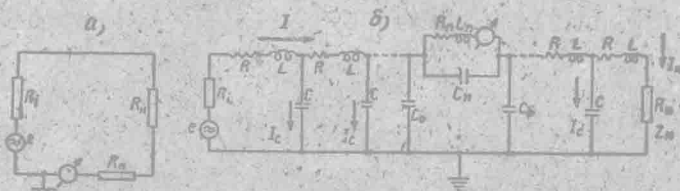


图 1-2. 测量电路的等效线路图:

a) 在低频时; b) 在高频时。

$$I = \frac{e}{R_i + R_n + R_A},$$

其中 e ——电流源的电动势, R_i ——电流源的内阻, R_n ——测量仪表电路中的电阻, R_A ——负载电阻(计及接线电阻)。在这种情况下,不管测量仪表接在电路的那一部分中都是一样的。通过负载的电流和通过仪表的电流是相等的。以整个设备的结构来考虑,把仪表的一个接线柱接地是比较恰当的,但在测量特性方面并无影响。

在测量频率相当高的电流时,连接电路和仪表的阻抗的电抗分量不能忽略。测量电流的等效线路图大概可如图 1-2b 所示。这时测量电路的分布的和集中的电容和电感开始产生影响,通过负载的电流不再等于通过仪表的电流。这时,仪表接得离负载愈近,则负载中和仪表中的电流的差别也愈小。

在图 1-2b 所示的线路图中,测量电流的条件有许多限制。显而易见,被测电流的频率愈高,则连接电路的分布参数(C 、 L 和 R)的影响将愈大。事实上,当频率相当高时(大约 100 兆赫)应用这样的线路图来测量电流就成为不可能了。

我们对图 1-2b 的线路图中所用的测量仪表提出许多要求。从这个线路图中可以看出,测量仪表本身是一谐振系统,其固有频率为:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_n\left(C_n + \frac{1}{2}C_0\right)}}$$

如果被測電流的頻率與儀表的固有頻率很相近，則由於發生諧振現象，以致負載電流和經過儀表的電流相差過大，而使測量成為不可能。如果希望擴大被測電流的頻率範圍，就必須要求測量儀表系統的固有振蕩頻率尽可能地高。當電感 L_n 和電容 C_n 的值最小時，就可以滿足這一要求。但是，並不是所有的測量儀表都能按照所需要的小的電感和電容值製造出來。這就限制了應用許多測量儀表系統的可能性。

電流測量器的電容和電感的最小值的要求還與對電流源的反作用有關係，這反作用在接入測量儀表時產生。接入時測量儀表應使電流源受到最小的負載，亦即測量儀表本身的損耗最小，這一點是很重要的。

5. 被測電流波形的影響

任何形狀的交變電流均由其有效值來測量，此有效值由下列關係式來決定：

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 d(\omega t) = RI_{\text{eff}}^2$$

我們可以用諧波級數的表示式來代替被測電流的瞬時值，這時功率由下式決定：

$$P = R \frac{1}{T} \int_0^T [I_0 + I_{m1} \sin(\omega t + \varphi_1) + \dots + I_{mn} \sin(n\omega t + \varphi_n)]^2 d(\omega t),$$

這裡 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ， T ——被測電流的週期， I_0 ——電流的直流分量， $I_{m1}, I_{m2}, \dots, I_{mn}$ ——電流的交變分量的振幅。

如果考慮到每一個諧波分量都按正弦律變化着，則每一個諧波電流分量的有效值可以用這些諧波的振幅表示如下：

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 d(\omega t)} = 0.707 I_m$$

或

$$I_{\text{eff}}^2 = 0.5 I_m^2$$

經過簡單的變換後，得到：

$$P = R [I_0^2 + I_{\text{eff}1}^2 + I_{\text{eff}2}^2 + \dots + I_{\text{eff}n}^2],$$

或

$$P = R \left[I_0^2 + \frac{1}{2} I_{m1}^2 + \frac{1}{2} I_{m2}^2 + \dots + \frac{1}{2} I_{mn}^2 \right] = RI_{\text{eff}}^2$$

由此可得：

$$I_{\text{eff}}^2 = I_0^2 + \frac{1}{2} I_{m1}^2 + \frac{1}{2} I_{m2}^2 + \dots + \frac{1}{2} I_{mn}^2$$

因為電流的諧波分量的數目與交變電流的波形有關，所以有效值和各諧波的振幅之間的關係將是各種各樣的。由此可得出結論，即測量電流的儀表的讀數會隨着交變電流的波