

# 约束

# 绳系力学

● 工程吊装力学分析与实践



陈祥都著

华中理工大学出版社

陈祥都著

# 约束 绳系力学

●工程吊装力学分析与实践

封面设计：Lige

ISBN7-5609-0678-8/O·93

定价：3.75元



v ~

# 约束绳系力学

——工程吊装力学分析与实践

陈 祥 都 著

华中理工大学出版社

**约 束 绳 系 力 学**  
——工程吊装力学分析与实践  
**陈祥都 著**  
**责任编辑 湛柏琼**

\*

华中理工大学出版社出版发行  
(武昌喻家山)

新华书店湖北发行所经销  
华中理工大学出版社印刷厂印刷

\*

开本:787×1092 1/16 印张:14.25 字数:327 000

1992年9月第1版 1992年9月第1次印刷  
印数:1—2 500

ISBN 7-5609-0678-8/O · 93

定价:3.75元

**(鄂)新登字第10号**

## 内 容 提 要

大中型工业民用建筑、大中型土木工程与高大型设备的安装施工中，常遇到细长构件、大型组合件、大型预制件及异型预制作（如钢筋混凝土长柱，大型预制屋架、桥梁拱架、T型柱、深梁；大型锅炉水冷壁，细长钢柱，钢质构架组合体；输电杆塔，火炬塔等等）的吊装问题。本书为解决这些困难课题提供了理论依据及设计计算方法。全书共十二章，前八章讲述约束绳系的数学力学性质及约束绳系引出的一些力学理论问题，后四章侧重工程应用与设计计算。书中有较多的算例、案例。本书主要面向实际技术工作者，是工业民用建筑、铁路交通、水利水电等大中型土木工程及火电厂、送变电、冶金、化工高大型设备安装等施工技术人员应备之书；还可供上述专业设计人员、大中专院校师生参考，并可作选修课教材。

## 序　　言

作者是在解决火电厂锅炉大型水冷壁吊装的困难课题时才涉足这个领域的。从实践开始(1982年)到“试论约束绳系力学”一文刊出(1989年),断续经历了七年的时间。

作者解决实践中的疑难问题时,发现了约束绳系的某些数学力学性质,及约束绳系引出的一些力学理论问题。这些内容在力学上明显地表现出独立倾向,并意识到实践中很需要它,作者便萌发了把它写成书的愿望。在有关领导、编辑、专家的支持、帮助下,经过作者的努力,终于成书出版,如愿以偿。

约束绳系力学初稿完成于1987年末,是作为工业民用建筑专业本科生选修课教材匆匆写成的。1989年11月完成的本书第二稿,突出了与工程实际相结合,内容有较大的扩充,主要面向广大的实际技术工作者。经两次修改形成了本书。这期间,作为选修课,给工业民用建筑等专业的本科生讲授了五次,还给有关专业的研究生讲授了一次。初步使用表明,这本书的内容基本构架大体是合理的,效果也是较好的。

本书在计算、理论上是有一定难度的,这就可能会给各专业领域的实际技术工作者应用带来一定的困难。为此,作者作了某种努力。书中有较多的算例、案例,在后四章中提出了逆法设计及因变量、自变量优化逼近算法,以便能较简单地获取有关必要数据。并力求通俗易懂,便于自学。其实,这对力学知识较多的实际技术工作者同样是有益的。此外,经过舍取,本书还可作为大专院校有关专业的选修课教材。

当然,本书的形成是与前期的实践有关系的,作者首先要感谢这些实践者、创造者。这里,要向研究、成书期间提供原始资料的程亚孙副总工程师、张贵臣工程师致谢!要向对本书作了全面审阅的华中理工大学李惠强副教授致谢!还要向作了部分底图描图工作的张泽英助理工程师致谢!

今后如何普及,尚须做很多工作,诚望得到各专业领域同行的支持和帮助。本书只是开了个头,它的完善和发展同样要靠同行们的共同努力。

鉴于本书的内容是新的,兼受作者水平的限制,书中不妥与错误之处在所难免,恳切希望学者、专家、同行、读者指正。对于本书的内容、算例案例的取舍、增补也希望同行们提出宝贵意见,以便有机会再版时得以完善、更正。

东北电力学院有关部门为本书出版所尽的努力,出版单位有关人员为出版本书所付的艰辛,都令作者感激,难于忘怀!

不论现在,还是将来,作者都真诚地感谢那些为约束绳系力学的形成、完善提供过帮助的同行、专家、学者!

作者 1989年11月写  
1991年12月改写 于吉林市

# 目 录

<b>第一章 绪 论</b> .....	(1)
§ 1-1 约束绳系力学的工程背景 .....	(1)
§ 1-2 封闭滑动约束绳系的构成与基本特性 .....	(2)
§ 1-3 封闭滑动约束绳系引出的力学理论问题简述 .....	(6)
§ 1-4 约束绳系力学的产生及工程意义 .....	(8)
<b>第二章 平面简单封闭滑动约束绳系与第三类卵线</b> .....	(12)
§ 2-1 第三类卵线的引出与定义 .....	(12)
§ 2-2 第三类卵线两种常见形式的极坐标方程 .....	(15)
一、两定点问题的极坐标方程 .....	(15)
二、三定点问题的极坐标方程 .....	(16)
§ 2-3 封闭滑动约束绳系在卵线轨迹水平切点的稳衡性质 .....	(18)
§ 2-4 封闭滑动约束绳系的张力系数与反力分配系数 .....	(22)
§ 2-5 封闭滑动约束绳系轨迹水平切点位置的计算方法与算例 .....	(23)
<b>第三章 平面复合封闭滑动约束绳系与组合卵线 第四类卵线</b> .....	(31)
§ 3-1 平面复合封闭滑动约束绳系的构成与特征 .....	(31)
§ 3-2 定和线系与第四类卵线的定义 .....	(33)
§ 3-3 组合卵线诸种情况存在的条件 .....	(34)
§ 3-4 复合封闭滑动约束绳系的数学力学性质 .....	(35)
§ 3-5 两种常用平面复合系统的计算公式与程序算例 .....	(40)
一、双层双系统问题 .....	(40)
二、简单的双层三系统问题 .....	(42)
§ 3-6 复杂系统的计算方法与程序 .....	(45)
<b>第四章 封闭滑动约束绳系的反力强制分配效应</b> .....	(50)
§ 4-1 封闭滑动约束绳系控制变形的协调条件 .....	(50)
一、被约束体为刚体的情形 .....	(50)
二、被约束体为变形体的情形 .....	(51)
§ 4-2 封闭滑动约束绳系的约束功能与约束度 .....	(52)
一、不完全约束度 .....	(52)
二、约束绳系的约束功能与约束度 .....	(52)
§ 4-3 封闭滑动约束绳系约束多跨梁的相对位移与绝对位移 .....	(54)
§ 4-4 封闭滑动约束绳系的反力强制分配效应 .....	(57)
一、封闭滑动约束绳系的反力强制分配 .....	(59)
二、封闭滑动约束绳系的反力强制分配效应 .....	(59)
§ 4-5 封闭滑动约束绳系反力强制分配效应的大几何尺寸条件及不完全约束次数的概念 .....	(60)

一、反力强制分配效应的大几何尺寸条件	(60)
二、不完全约束次数的概念	(61)
§ 4-6 封闭滑动约束绳系约束多跨梁约束点的位移方向	(62)
<b>第五章 双性梁问题及理想约束位置</b>	(65)
§ 5-1 反力强制分配机制的独立自锁性	(65)
§ 5-2 双系统约束多跨梁的静定、超静定特性	(66)
§ 5-3 封闭滑动约束绳系约束多跨梁的第一类理想约束位置	(69)
§ 5-4 第二类理想约束位置	(72)
§ 5-5 一个较典型问题的两类理想约束位置的讨论	(76)
<b>第六章 多封闭滑动约束绳系约束的多跨梁</b>	(79)
§ 6-1 完全约束-不完全约束超静定问题	(79)
§ 6-2 混合系统约束多跨梁的超静定问题解算	(81)
§ 6-3 多约束绳系系统约束多跨梁的超静定问题解算	(82)
<b>第七章 空间封闭滑动约束绳系</b>	(94)
§ 7-1 空间封闭滑动约束绳系的分类	(94)
§ 7-2 空间简单封闭滑动约束绳系系统的稳衡性质	(95)
§ 7-3 空间复合封闭滑动约束绳系的数学力学性质	(98)
<b>第八章 封闭滑动约束绳系约束多跨梁的纵横弯曲问题</b>	(102)
§ 8-1 纵横弯曲的基本概念	(102)
§ 8-2 一个纵横弯曲典型问题的理论解和近似解	(104)
<b>第九章 自由约束绳系旋转体系(一)——钢筋混凝土构件吊装技术理论</b>	(109)
§ 9-1 钢筋混凝土构件吊装的一些基本问题	(109)
一、吊装方案拟定的基本影响因素	(109)
二、吊装方案设计计算的一般原则	(110)
三、钢筋混凝土柱的一般吊装方法	(111)
四、封闭滑动约束绳系的走绳方法	(113)
§ 9-2 单机吊装钢筋混凝土柱	(114)
一、钢筋混凝土柱的单机两点吊	(114)
二、钢筋混凝土柱的单机三点吊	(117)
§ 9-3 等截面钢筋混凝土柱的双机三、四点吊	(119)
一、等截面钢筋混凝土柱的双机三点吊	(120)
二、等截面钢筋混凝土柱的双机四点吊	(122)
§ 9-4 不等截面钢筋混凝土柱的双机三、四点吊	(125)
一、最优吊点位置的确定及举例	(125)
二、因变量优化逼近算法	(129)
§ 9-5 不等截面钢筋混凝土柱的单机三点吊	(132)
§ 9-6 钢筋混凝土预制屋架的吊装	(135)
一、预制屋架的较优吊装方案	(135)
二、约束绳系的逆法设计	(136)
三、预制屋架吊装方案的两个典型算例	(137)

§ 9-7	钢筋混凝土预制屋架的翻身扶直	(142)
一、自变量优化逼近算法		(142)
二、两个较适用扶直屋架的空间约束绳系算例		(144)
§ 9-8	钢筋混凝土长柱的双机六点吊	(148)
一、旋转态的逆法控制设计计算		(148)
二、双机六点吊的一个算例		(149)
<b>第十章</b>	<b>自由约束绳系旋转体系(二)——钢构件与组合件吊装技术理论</b>	(152)
§ 10-1	钢构件吊装方案拟定的原则与注意点	(152)
§ 10-2	火电厂锅炉膜式水冷壁的双机多点吊装法	(153)
一、锅炉膜式水冷壁及吊具设计简介		(153)
二、双机双系统吊装水冷壁的一个实例		(154)
三、关于上述实例的总结讨论		(157)
§ 10-3	较复杂旋转体系危险位置的讨论	(159)
一、影响旋转约束体受力状态的诸种因素		(159)
二、二元非线性方程组的优化算法及算例		(160)
三、较复杂旋转体系危险位置的算例与分析		(162)
§ 10-4	简单旋转体系的危险位置	(166)
一、单机三点吊的第二类较优理想约束位置		(167)
二、单机三点吊的两种第二类理想约束位置的比较		(168)
三、双机三点吊的第二类较优理想约束位置		(171)
四、简单旋转体系危险位置的确定		(172)
§ 10-5	细长钢质组合件的三机三系统吊装法	(173)
一、三机三系统吊装方案和双机双系统吊装方案的简单比较		(174)
二、三机三系统吊装大型膜式水冷壁实例计算		(175)
<b>第十一章</b>	<b>强制约束绳系旋转体系(一)——单机强制约束绳系旋转体系</b>	(180)
§ 11-1	两种强制封闭滑动约束绳系	(180)
§ 11-2	强制约束绳系非旋转体系的应用实例	(182)
§ 11-3	单机强制约束绳系旋转体系案例	(184)
§ 11-4	单机开式约束绳系旋转体系案例	(188)
<b>第十二章</b>	<b>强制约束绳系旋转体系(二)——抱杆扳立杆塔强制约束绳系旋转体系</b>	(192)
§ 12-1	基本概念	(192)
§ 12-2	体系相对坐标系运动的分析计算法	(192)
§ 12-3	地面相对体系旋转的分析计算法	(196)
§ 12-4	抱杆扳立杆塔三点吊方案	(198)
§ 12-5	抱杆扳立杆塔四点吊方案程序计算	(202)
一、计算公式与计算方法		(202)
二、程序说明与算例		(204)

# 第一章 绪 论

约束绳系力学的内容是新的。那么，什么是约束绳系力学？它是怎样产生的？理论内容及工程意义又如何？本章将就这些问题作简要介绍，以便读者在深入学习本书的理论内容与实践内容之前，对约束绳系力学有一个基本了解；同时也为那些只需了解本书内容梗概的读者提供方便。

## § 1-1 约束绳系力学的工程背景

约束绳系力学像工程力学其他分支一样，也是来自于工程实践。在大中型工程的施工吊装中，总有一些细长比( $EJ/l$ )较小的构件、设备件、组合件或侧向刚度较小的大型钢筋混凝土预制件（如钢筋混凝土桁架）较难处理。因为很明显，这些特种构件承受自重荷载的能力与抵抗变形的能力都很差。因此采用一套或两套甚至三套封闭滑轮系统，多栓吊些点就可以改善构件的整体与局部的受力状态，因而就能安全地把这些特种构件吊装就位。由于这种封闭滑轮系统是一种可动机构，因而也就可用于构件需要旋转的吊装。实践表明，解决这一类困难课题，选择封闭滑轮系统作约束系统是一种最可取的方法。

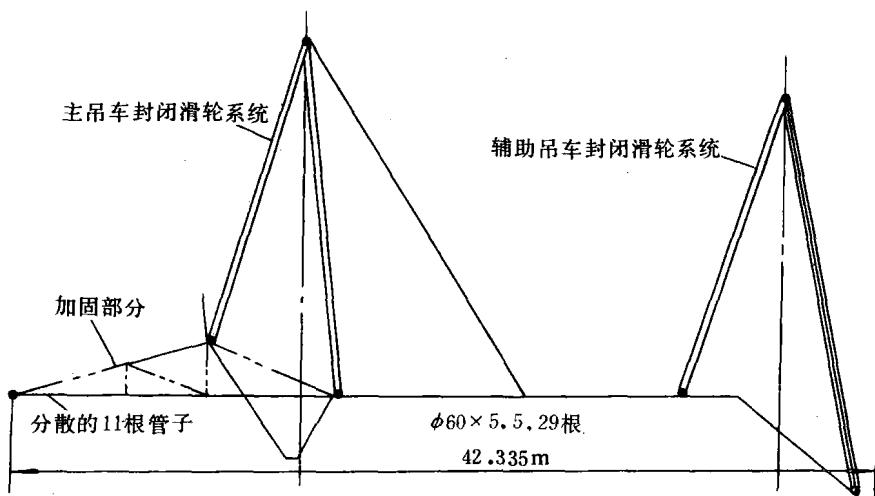


图 1-1

这种方法可从工程实例图 1-1、图 1-2 看出。图 1-1、图 1-2 是某火电厂 20 万 kW 机组锅炉房膜式水冷壁采用两套封闭滑轮约束系统吊装的情形。图 1-1 是后侧水冷壁水平位置时的示意简图，图 1-2 是一片右侧水冷壁旋转将要立直时的全景图。图 1-1 左，是主吊车封闭滑轮系统。主吊车封闭滑轮系统是由一条铁扁担两端联结两套对称布置的封闭滑轮系统构成的，每一套系统有三个定点与水冷壁联结（可用铁横担实现定点（定滑轮）与水冷壁的联结，见图 1-2 的上部）。而图 1-1 右，即图 1-2 下部是辅助吊车封闭滑轮系统，只有一套两定点（定滑轮）的封闭滑轮系统，布置在纵向对称轴线上。



图 1-2

图 1-1、图 1-2 中所示的这种膜式水冷壁，管径仅为  $\phi 60 \times 5.5\text{mm}$ ，而却有  $42.335\text{m}$  长，是一种线刚度很小的典型细长组合件。所谓膜式水冷壁，是带鳍片的钢管在鳍片间焊接密封的管排。

其实这种吊装方法用途较广，如大型土木工程中的钢筋混凝土长柱、大型预制屋架、薄板、大跨度墙板、大跨度桥梁等；又如高大型设备中的一些设备件，像火电厂大型锅炉的细长钢柱、构架组合件、火室水冷壁组合件、烟风管道以及送变电工程的塔杆，石油化工厂的火炬塔等都可以采用这种方法吊装。实际上有的单位早已采用了这种吊装方法。但可能受实践深度等因素的影响，理论上却没有什么进展，仍停留在用现有力学理论直接认识它、解释它，忽视了封闭滑轮系统这一特殊约束形式的特殊性。

实质上，封闭滑轮这种约束系统除了其运动轨迹自身有一系列数学力学特征与性质外，还会在被约束体中引出一系列的理论问题，因而在力学上显示出明显的独立倾向。由于封闭滑轮系统可简化成封闭滑动约束绳系，于是我们把这一类力学问题的理论内容与实践内容称为封闭滑动约束绳系力学，简称约束绳系力学。鉴于目前主要用在构件、设备件的施工吊装中，故又俗称吊装力学。

## § 1-2 封闭滑动约束绳系的构成与基本特性

上节特别提到了封闭滑轮系统，其实封闭滑轮系统不止一种。本节重点介绍平面简单封闭滑轮系统与平面复合封闭滑轮系统，主要是通过这两种封闭滑轮系统的介绍了解封闭约束绳系的基本知识和基本特性。

### 1. 平面简单封闭滑轮系统与平面简单约束绳系

图 1-3 是一个平面简单封闭滑轮系统的示意图，与图 1-1 左，主吊车封闭滑轮系统类似。所谓封闭滑轮系统，它是由钢丝绳、动滑轮组与定滑轮（或定滑轮组）组成的。钢丝绳（通称绳索）在动滑轮组与定滑轮之间按一定要求、一定顺序缠绕。图 1-3 中动滑轮组 M 可以是一套三轮滑车，A、B、C 为定滑轮，是系在或固定在被吊件上的单轮滑车，与动滑轮组 M 基本在一个平面内，C 处可视为绳索的终端，可插成绳套套在滑轮 C 上，也可以不用滑轮而直接绑扎在被吊件上。

长度为 L 的绳索缠绕顺序可从图 1-3 的箭头指向与编号清楚地看出。首先将绳索的始端绳套套在动滑车的第 1 个滑轮上，绕过定滑轮 A，再绕过动滑车的第 2 个滑轮及定滑轮 B，在绕过动滑车的第 3 个滑轮后，最终将绳索终端绳套套在定滑轮 C 上或绑扎在 C 点位置。这样，一

套封闭滑轮系统就组成了。可以看出，动滑轮  $M$  和定滑轮  $A$  及动滑轮  $M$  与定滑轮  $B$  之间的绳索都是两股，而动滑轮  $M$  与定滑轮  $C$  之间绳索只有一股。这是为了调整约束反力的大小，从而改善构件的弯曲应力状态而设计的，绳索的缠绕应按设计要求进行。

还有一点需要指出的是，若按图 1-3 构成封闭滑轮系统而不采取任何措施，当系统受力即绳索张紧时，动滑车  $M$  会发生扭转，使系统的绳索扭在一起，妨碍绳索在系统内顺利地窜移。因为动滑车的三个滑轮在垂直系统平面的轴线上，作用在动滑车的力是不对称的，因此必然会引起动滑车扭转。但实际上，图 1-3 中封闭滑轮系统的动滑车或动滑轮组是固定在铁扁担两端的，因此动滑轮组就不会旋转。

图 1-3 所示的这种封闭滑轮系统在构成上明显有如下特点：

- (1) 诸动滑轮同轴，即轴向投影是同心的。而定滑轮都固定在同一被吊件上。
- (2) 动滑轮、定滑轮可简化在同一平面内。
- (3) 一根绳索按一定顺序缠绕，而且无抽出端，即绳索的两端都是固定在同一系统的动滑轮、定滑轮上的，绳索总长也不会变。

根据特点(3)，我们称绳索在系统内是封闭的，于是把这种滑轮系统称为平面封闭滑轮系统。

显然，这样的平面封闭滑轮系统有如下重要功能：

- (1) 它构成了一个运动机构，动滑车运动时会形成某种曲线轨迹，而这种曲线轨迹在数学上是一个新问题。
- (2) 系统受力，即绳索张紧，若不计摩阻而视为一个理想系统，那么系统内各段绳索中受的拉力都相等。这样的封闭滑轮系统用作构件的约束时，会引出一系列的力学理论问题，而这一点是许多实践者忽视了的。
- (3) 改变这种约束系统的参数，如改变系统的约束点数即定点数、动滑轮与定滑轮之间绳索的股数、约束点之间的距离、绳索总长等，会明显地改变约束反力的大小，从而改善构件的受力状态。

这种封闭滑轮系统的特性和功能表明，它可以用来做构件的约束，既可作静止构件的约束，也可作旋转运动构件的约束。

为了认识这种约束系统的特性，需要进行抽象简化。图 1-4 就是图 1-3 所示的封闭滑轮系统的抽象简化图。由于绳索的长度较之于滑轮的直径及绳索的直径尺寸大很多，因此可以把动滑轮、定滑轮抽象成几何点，称之为动滑点、定滑点，或更简单，称动点、定点。也将绳索抽象成几何线，这样动滑轮与定滑轮之间的绳索股数就称之为动点与定点间距离的倍数或程数。

于是把封闭滑轮约束系统称做封闭滑动约束绳系，简称约束绳系。于是从纯数学上看，图 1-3 最终演变成一个三定点到一动点多程距离之和为常数的解析几何问题。但是今后当我们提到“约束绳系”这一术语，或研究这类问题的数学力学性质时，不要忘记它的物理属性，即这种系统是从封闭滑轮系统简化过来的，是一根绳索按一定顺序缠绕，无摩阻地在定滑轮和动滑

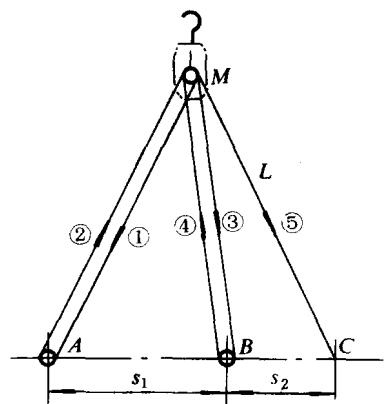


图 1-3

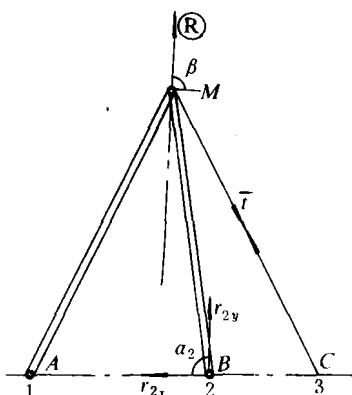


图 1-4

的根本区别. 图 1-5 中的被控系统  $B$  和图 1-3 的系统是基本相似的, 定滑轮都固定在被吊件上, 而图 1-5 中的控制系统  $A$  就不同了,  $A$  系统绳索一端固定在被吊件上, 而另一端却与  $B$  系统的动滑轮  $B$  连接. 即是说滑轮  $B$  的作用是双重的: 既是被控系统  $B$  的动滑轮, 又是联系控制系统  $A$  的一个滑轮. 对于控制系统  $A$  来说, 滑轮  $B$  不再是固定不动的定滑轮, 而是被限制在  $B$  系统轨迹上运动的可动滑轮.

显然, 复合系统中的  $A$  系统动滑轮  $A$  的轨迹曲线类型不同于简单系统的轨迹曲线类型.

同样, 需要也可以把复合系统中的动滑轮、定滑轮简化抽象成动滑点(动点)、定滑点(定点), 绳索抽象成几何线. 于是, 这样的平面复合封闭滑轮系统就可称之为平面复合封闭滑动约束绳系, 或简称平面复合约束绳系. 以后我们常提及“约束绳系”这一术语, 它是泛指各种封闭滑轮系统简化抽象后的约束系统.

显然, 可由若干个平面简单封闭滑轮系统组成复杂的平面复合封闭滑轮系统.

### 3. 定和线系 组合卵线 第三类卵线 第四类卵线

图 1-6 中, 不论是  $M_1$  系统, 还是  $M_2, M_3$  系统, 都可称之为定和线系. 因为每个系统都是从多个点出发到一动点的多程距离之和为不变的定常数.

主动点  $M_1$  带动子动点  $M_2, M_3$  一起运动, 会形成一组轨迹曲线, 每条轨迹曲线都是封闭的凸曲线, 因此称卵线. 复合系统形成的一组卵线称为组合卵线. 每条卵线轨迹又称为定和线系的卵线轨迹.

对照图 1-3、图 1-6 所示的系统, 其轨迹完全不同于卡希尼卵线(Oval of Cassini)的定义, 也不完全同于笛卡儿卵线(Cartesian oval)的定义(只有当定点为 2 时才与笛卡儿卵线定义的第一种情况相同).

为此, 把与图 1-6 中  $M_2, M_3$  系统相类似的定和线系卵线轨迹称为第三类卵线, 显然, 它是指多个定点到一动点多程距离之和为常数时动点的轨迹. 如图 1-3、图 1-5 的  $B$  系统都是第三类卵线. 把与  $M_1$  系统相类似的定和线系卵线轨迹称为第四类卵线. 它和第三类卵线的根本区

轮之间窜移(实际上是滑轮在滑轮轴上转动实现的), 各段绳索受的拉力都相等.

### 2. 平面复合封闭滑轮系统与平面复合约束绳系

上述的简单平面封闭滑轮系统, 不论定点有多少, 定点位置如何不同, 它只有一个系统, 就称简单平面封闭滑动约束绳系. 这种叫法是相对复合系统而言的. 复合系统是由两套或两套以上的封闭滑轮系统构成的. 图 1-5 是一套最简单的复合封闭滑轮系统. 即使这样, 仍然可以看出图 1-5 这套最简单的复合系统

与图 1-3  
简单系统

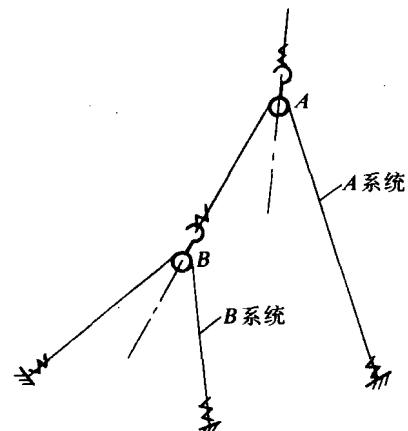


图 1-5

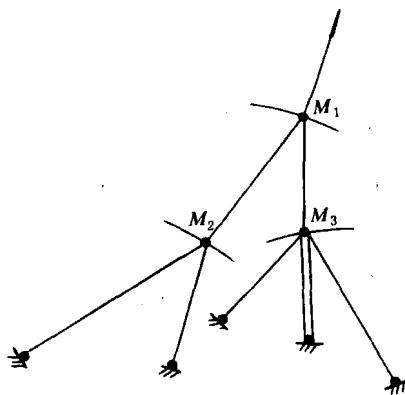


图 1-6

别，在于这样的定和线系全部或部分与子系统的子动点相连接。因此，第四类卵线不能独立存在，只能在复合系统中出现。

#### 4. 定和线系卵线轨迹的数学力学性质

研究约束绳系卵线轨迹的主要目的是为了研究这种卵线轨迹的数学力学性质。

平面复合约束绳系组合卵线的数学力学性质具有典型意义，这里仅简述平面复合约束绳系卵线轨迹的数学力学性质。

(1) 平面定和线系卵线轨迹上任意点  $M_k$  的法线与汇交于该点  $M_k$  的合力  $\bar{R}$  重合。

(2) 平面复合约束绳系中，控制系统  $M_1$  与被控制系统  $M_2$  两卵线轨迹间的最短联系线段  $\overline{M_1 M_2}$  与过被控系统卵线轨迹上点  $M_2$  的法线重合。这里  $\overline{M_1 M_2}$  又称为  $M_2$  系统的引导绳。

这两条性质表明，定和线系轨迹的法线与该系统的合力重合，与该系统的引导绳重合。这一特性有时称它为约束绳系卵线轨迹的法线性质。

(3) 整个平面复合约束绳系在主系统卵线轨迹水平切点位置具有稳衡性质。

当主系统(如图 1-6 中的  $M_1$ )的主动点处在卵线轨迹水平切点位置时，主系统各子动点、各定点的水平分力与竖向分力满足如下关系

$$\sum_{i=1}^k r_{iz} \bar{R} = R_z = 0 \quad (1-1)$$

$$\sum_{i=1}^k r_{iy} \bar{R} = R_y = \bar{R} \quad (1-2)$$

$$\sum_{i=1}^k M(O_u) = 0 \quad (1-3)$$

这时整个复合系统就具有稳衡性质。 $O_u$  是水平切点法线上的任意点。

自由约束绳系总是以此来进行控制计算的。因此，约束绳系的稳衡性质是一条很重要的性质。

#### 5. 平面约束绳系的张力系数与反力分配系数

若把图 1-4 中定点推广到  $k$  个的一般情形，可有

$$T \sum_{i=1}^k m_i \sin \alpha_i = \sum_{i=1}^k r_{iy} \bar{R} = \bar{R}_y = \bar{R} \sin \beta \quad (1-4)$$

若令约束绳系合反力  $\bar{R}$  等于 1，记为  $\bar{R}=1$  或  $(\bar{R})$ ，则此时绳索中的拉力  $T$ (记为  $\bar{t}$ )就称为张力系数，各约束点的反力  $r_{iy}$  或  $r_{iz}$  就称为反力强制分配系数或反力分配系数。

显然，张力系数、反力分配系数各为

$$\bar{t} = \frac{\sin \beta}{\sum_{i=1}^k m_i \sin \alpha_i} (\bar{R}), \quad r_{iy} = \bar{t} m_i \sin \alpha_i \quad (1-5)$$

它们仅和约束绳系诸参数有关，而与约束绳系系统之外的被约束平衡体的各种影响因素无关。

#### 6. 离散约束绳系 空间约束绳系 自由约束绳系与强制约束绳系

还有一种所谓平面离散封闭滑轮系统，其特点是诸动滑轮不同轴，分散开并予以固定，图

1-7 右系统就是一种离散封闭滑轮系统。其优点是各定点的水平分力小，竖向分力大，能改善约束体的受力状态，但不能用于旋转吊装作业。

工程中，有时还采用较简单的空间封闭滑轮系统。如果简单约束绳系的动点和定点不在同一平面内，那就构成了空间简单约束绳系；只要复合系统中有一个系统是空间的，就构成了空间复合约束绳系。

所有的约束绳系可分为自由约束绳系和强制约束绳系两大类：动点轨迹可自由调节的就称为自由约束绳系，前面诸图中的约束绳系都属于自由约束绳系；动点轨迹被强制不能运动或按规定的曲线运动的约束绳系称为强制约束绳系，如图 1-11 抱杆扳立杆塔采用的约束绳系就是强制约束绳系。

### 7. 约束绳系的逆法设计与优化算法

约束绳系的设计计算通常是给定各系统的绳索长度、各约束点的位置，然后求各动点的坐标，这给手工计算带来了困难。因此，我们提出了给定某些参数或部分动点坐标（如竖坐标  $y$ ）的所谓逆法设计。这样，将常用而又较简单的约束绳系计算，简化为解一元非线性方程，从而大大减少了计算工作量。

这样，如何较快、较简单地解出一元非线性方程就较重要，我们又提出了因变量优化逼近算法与自变量优化逼近算法，这将结合解算实际问题穿插在第九章里介绍。

## § 1-3 封闭滑动约束绳系引出的力学理论问题简述

在 § 1-2 中，我们简要介绍了封闭滑动约束绳系自身的某些数学力学性质。那么，约束绳系作为约束系统，在被约束平衡体中会引出一些什么力学问题呢？这是本节要介绍的内容。

### 1. 封闭滑动约束绳系引出的一个奇异力学现象

我们以常见的双系统约束多跨梁为例（见图 1-7）来分析讨论约束绳系引出的，显静定超静定特性的奇异力学现象。

#### (1) 显静定特性的证据

我们很容易由静定平衡方程

$$\begin{cases} \sum R_{iy} = 0 \\ \sum M(B) = 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} T_1 + 3T_2 = 2ql \\ T_1l - \frac{q l^2}{2} = T_2l - \frac{q l^2}{2} \end{cases} \quad (1-6)$$

求得  $T_1, T_2$  及各约束点的反力

$$R_A = T_1 = \frac{q l}{2}, \quad R_B = 2T_2 = q l, \quad R_C = \frac{q l}{2}$$

两约束系统产生相对位移，例如左系统提升位移  $\delta$ ，因右系统是一个机构，不能阻止约束点  $B, C$  发生位移，故不会产生附加反力。这表明双系统约束多跨梁显静定特性的典型特征。

#### (2) 显超静定特性的证据

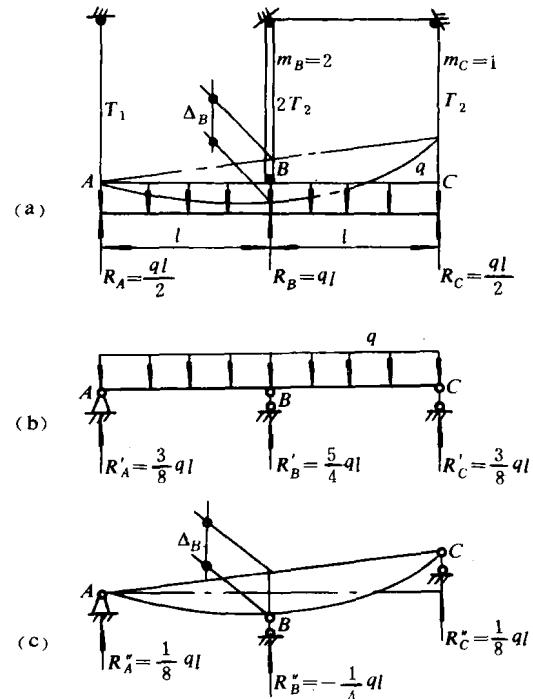


图 1-7

将图 1-7(a)分解为荷载相应连续梁[见图 1-7(b)]与位移相应连续梁[见图 1-7(c), 仅约束点的位移与图 1-7(a)相同]. 荷载相应连续梁支承反力  $R_i^*$ , 位移相应连续梁的反力为  $R_i = R_i - R_i^*$ .

于是可用单位载荷法求出约束点  $B$  的相对位移  $\Delta_B$  为

$$\Delta_B = 2 \int_0^l \frac{1}{EJ} R_A^* x \cdot \frac{1}{2} x dx = \frac{ql^4}{24EJ} \quad (1-7)$$

这就表明, 约束点间产生了相对位移, 并产生了附加反力  $R_i^*$ . 约束点产生位移并产生附加反力, 这显然是超静定的典型特征之一.

这就揭示了双系统约束多跨梁同显静定超静定特性的奇异力学现象.

## 2. 封闭滑动约束绳系的反力强制分配与反力强制分配效应

只要求出了约束绳系绳索中的拉力  $T$ , 约束绳系各约束点的反力立即可以得到. 把封闭滑动约束绳系强制分配约束体各约束点反力的这一特性, 称之为封闭滑动约束绳系的反力强制分配.

封闭滑动约束绳系的反力强制分配, 会在约束体中引出一些力学现象.

- (1) 会使约束点产生相对位移或绝对位移, 并会在约束点产生附加反力;
- (2) 会使双系统约束多跨梁同时显静定超静定特性;
- (3) 会使约束绳系合力作用点位置与零位移位置分离等.

于是, 我们把这些称之为封闭滑动约束绳系的反力强制分配效应.

## 3. 反力强制分配的独立自锁性与反力强制分配效应的大几何尺寸条件

已经知道约束绳系各约束点的反力

$$R_{ij} = r_{ij} \cdot \bar{R}$$

是由互不干扰的两类影响因素决定的.  $r_{ij}$  只与约束绳系系统的诸参数有关, 反力强制分配及反力强制分配效应就是由  $r_{ij}$  决定的;  $\bar{R}$  的大小和  $r_{ij}$  无关, 由约束体荷载形式、大小、作用位置及约束形式、约束度、约束位置等因素决定. 把这一特性称作反力强制分配的独立自锁性. 正是这一特性, 使双系统约束多跨梁(或结构)的静定特性与超静定特性得以同时并存, 且互不干扰.

反力强制分配效应是以大几何尺寸为条件的. 一套约束绳系各约束点的距离若同时趋近于零, 那么这套约束绳系反力强制分配还是存在的, 但不会引起反力强制分配效应, 可简化为普通传统约束. 约束体的所有约束绳系, 只要其中一套约束绳系中的两个约束点的距离较大, 就会产生反力强制分配效应, 并且要波及全梁.

## 4. 约束绳系 控制变形的协调条件 约束度 完全约束 不完全约束

在约束体发生变形时, 一套约束绳系的一些约束点要上升, 为维持绳索张力不变, 即为维持绳索总长不变, 这套约束绳系的另外一些约束点必须下降. 约束体的变形曲线与约束体原轴线必然有个交点, 即零位移. 这就是约束绳系控制变形的协调条件.

一套约束绳系绳索中的拉力  $T$  都相等, 其合反力  $\bar{R}(T)$  仅是  $T$  的函数, 即一套约束绳系只提供了一个未知联系力  $R(T)$ , 即一套约束绳系只提供了一个约束度. 且在约束绳系的约束范围内有零位.

能把能提供一个联系力, 但不能限制位移的约束定义为不完全约束; 反之把能提供一个联系力, 又能限制位移的约束定义为完全约束, 传统约束都是完全约束.

一套约束绳系的诸约束点确实提供了一个联系力  $M, T$ , 但却不能限制位移, 故只能是不完全约束; 一套约束绳系就整体约束功能而言, 它提供一个联系力  $R(T)$ , 并且在约束范围内有零

位移,因此,一套约束绳系提供了一个完全约束.

### 5. 两种理想约束位置

封闭滑动约束绳系约束的多跨梁(或结构)的约束点间要产生相对位移  $\Delta_i$ ,应用中,如果约束位置选择不当, $\Delta_i$  会增大.而这种约束系统通常又会不可避免地在约束点位置产生轴向分力,即在纵横弯曲的作用下,又会加剧这种位移,甚至当  $EJ/l$  很小时,会使  $\Delta_i \rightarrow \infty$ .因此,如何选择约束位置(吊点位置)就很重要.

#### (1) 第一类理想约束位置

$$\Delta_i = \sum \int_l \frac{M_{F,R}(x) \bar{M}_i(x)}{EJ} dx = \sum \int_l \frac{M_{R''}(x) \bar{M}_i(x)}{EJ} dx = 0 \quad (1-8)$$

的约束位置称为第一类理想约束位置.就是说,约束间不会产生相对位移,附加反力  $R'_i$  自然为零.封闭滑动约束绳系约束的多跨梁就是荷载相应连续梁.

#### (2) 第二类理想约束位置

使全梁各控制截面或部分控制截面弯矩绝对值  $|M_{max}|$  尽可能相等的约束位置,称为第二类理想约束位置.但实际上,未知跨数通常少于弯矩控制方程式个数,故有控制截面的弯矩得不到控制,不可能使所有控制截面的  $|M_{max}|$  相等,但仍有最优较优约束位置存在.

第二类理想约束位置通常在第一类理想约束位置附近,不会出现极不合理或很不合理的情形.

### 6. 完全约束-不完全约束超静定问题

一套约束绳系提供了一个完全约束,完全约束超过三次就构成了完全约束超静定问题,这和传统的超静定概念是基本相同的.如果我们要问,各约束点产生了多大的附加反力  $R'_{ij}$ ?这就必须与荷载相应连续梁发生关系,需要计算荷载相应连续梁不完全约束超静定次数.正因为不完全约束超静定次数是由荷载相应连续梁确定的,因此,不完全约束次数就必须把荷载相应连续梁中的完全约束统计在内.

用力法解算完全约束-不完全约束超静定问题,与传统做法的主要区别在于:必须求出所有竖向不完全约束的绝对位移  $\delta_j$ ,其计算工作量要显著增加;控制变形的协调方程的概念是约束绳系绳索总长变化的代数和为零,而不是约束点绝对位移代数和为零.

### 7. 自由约束绳系旋转体系的危险位置

由约束绳系栓吊约束体旋转立直,通常是把约束体水平状态作为危险位置进行控制设计计算的.理由很简单,认为约束间的跨距最大,故  $|M_{max}|$  最大.

但实际上并非如此,约束体旋转过程中,约束绳系靠上部约束点的绳索,与约束体轴线的夹角是随着旋转一直增加的,因此,该约束点在约束体正截面方向的反力分配系数在某个范围内是不断增加的,因而提供的正截面弯矩在某个范围内也是不断增加的,从而构成新的危险位置.

## § 1-4 约束绳系力学的产生及工程意义

应当说,施工采用封闭滑轮系统吊装构件由来已久,例如图 1-8 中的案例就最为常见,但何时开始采用,已无从考查.近代大型工程施工中有关这方面的例子有所增多,如图 1-9、图 1-10、图 1-11.图 1-9 是采用两套平面简单封闭滑动约束绳系平抬吊装 36m 钢筋混凝土预制屋