

QQ教辅

QQJIAOFU



根据新课标编写 适合各种版本教材

新课标

JIETIFANGFADAGUAN

解题方法

大全

主编：金英兰

九年级数学

题题精彩★解题无忧

例题详解◎方法多样

延边大学出版社

QQ教辅

QQJIAOFU



根据新课标编写 适合各种版本教材

新课标

JIETIFANGFADAGUAN

解题方法

万题库

九年级数学

本册主编：赵颖

编委：赵颖 梁秀琴 郑敏
金英兰 李英淑 具雪梅
单洁 徐凤杰 任延龙
王晓秋 郭丽萍

延边大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

解题方法大全·九年级数学/金英兰主编.
—延吉:延边大学出版社,2007.11
ISBN 978-7-5634-2397-2

I.解… II.金… III.数学课—初中—解题 IV.G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第170713号

解题方法大全·九年级数学

主编:金英兰

责任编辑:秀 豪

出版发行:延边大学出版社

社址:吉林省延吉市公园路977号 邮编:133002

网址:<http://www.ydcbs.com>

E-mail:ydcbs@ydcbs.com

电话:0433-2133001 传真:0433-2733266

印刷:北京世纪雨田印刷有限公司

开本:787×1092 1/16

印张:48.75 字数:1143千字

印数:1—10000

版次:2008年1月第1版

印次:2008年1月第1次印刷

ISBN 978-7-5634-2397-2

定价:68.00元(共3册)



前言

本书集传统例题与现代开放性习题于一身,立足于基础知识,在此基础上重点培养学生分析和解决实际问题的能力,真正做到“源于教材,高于教材”,使学生通过使用本书提高数学解题能力,实现应试教育与素质教育相结合的目的。

本书的作者都是具有多年教学经验的一线骨干教师和资深专家学者,他们积累了丰富的、宝贵的经验。本书中的例题和习题都是经过精心挑选、具有代表性以及历年中考中出现的经典试题,有较强的实用性和实战性。建议广大读者在使用过程中能举一反三,循序渐进。

下面介绍本书各栏目及其特点

一、中考及新课标要求

众所周知,近年来由于素质教育及“新课标”的要求,现行初中教材也在不断的改版中,并出现了“人教版”、“北师大版”等诸多不同的版本,本栏目的设立就是为说明在新的形势下,中考及新课标对本章节做了哪些明确的要求。通过对各要求的解读,使读者明确学习本章节的目的。

二、考点透析

本栏目是我们通过对近几年来各地中考试题内容和形式上的分析,就本章节中考重点考查的知识点、题型分布、难易程度及考生容易疏忽、失分之处进行深入剖析,做到有的放矢。

三、经典及拓展例题详解

本栏目中的经典例题是我们从数以万计的试题及近几年各地中考的典型题目中精心提炼而成的,具有很强的代表性和针对性。按由浅入深、



逐一击破的思想,对每道例题做出深入浅出的分析和解答,配以“重点分析过程”和“点评解题关键”的环节,多角度、多途径解题,帮助读者更灵活地运用初中数学中的知识点解决问题。

四、经典及拓展题训练

本栏目紧随“经典及拓展例题详解”之后,就其讲解的经典题型配以典型习题,达到边讲边练、及时巩固的目的。另外我们还精选了部分历年来各地中考试题穿插其中,增强了本栏目的全面性。

五、经典及拓展题训练参考答案

本栏目对部分重点、难点习题做了较为细致的分析和解答,对填空、选择等部分题目在给出参考答案后做出了重点提示,以便读者及时参考,达到查缺补漏的目的。

由于编者能力所限,在编辑成书过程中难免存在一些缺陷和遗漏,恳请广大读者提出宝贵意见,以便再版时修订。



目 录

目 录

目 录

目 录

第二十一章 二次根式	1
21.1 二次根式	1
21.2 二次根式的乘除	13
21.2.1 二次根式的乘法	13
21.2.2 二次根式的除法	16
21.2.3 最简二次根式	19
21.3 二次根式的加减法	33
第二十二章 一元二次方程	48
22.1 一元二次方程	48
22.2 降次——解一元二次方程	59
22.2.1 配方法	59
22.2.2 公式法	63
22.2.3 因式分解法	67
22.2.4 一元二次方程的根与系数的关系	76
22.3 实际问题与一元二次方程	91
第二十三章 旋 转	111
23.1 图形的旋转	111
23.2 中心对称	140
第二十四章 圆	165
24.1 圆	166
24.2 与圆有关的位置关系	190
24.3 正多边形和圆	220
24.4 弧长和扇形面积	232



九年级数学

目 录

目 录

第二十五章 概率初步	257
25.1 概率	257
25.2 用列举法求概率	272
25.3 利用频率估计概率	292
第二十六章 二次函数	301
26.1 二次函数	301
26.1.1 二次函数的概念	301
26.1.2 二次函数 $y = ax^2$ 的图象与性质	306
26.1.3 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与性质	311
26.1.4 二次函数解析式的求法	320
26.2 用函数观点看一元二次方程	343
26.3 利用频率估计概率	357
第二十七章 相 似	381
27.1 图形的相似	381
27.2 相似三角形	387
27.3 位 似	420
第二十八章 锐角三角形	432
28.1 锐角三角函数	432
28.2 解直角三角形	448
第二十九章 投影与视图	472
29.1 投 影	472
29.2 三视图	483



第二十一章 二次根式

一、中考及新课标要求

1. 理解二次根式的概念,了解被开方数必须是非负数的理由.
2. 了解最简二次根式的概念.
3. 理解并掌握下列结论:
 - (1) $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 是非负数;
 - (2) $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;
 - (3) $\sqrt{a^2} = a (a \geq 0)$.
4. 掌握二次根式的加、减、乘、除运算法则,会用它们进行有关实数的简单四则运算.
5. 了解代数式的概念,进一步体会代数式在表示数量关系方面的作用.

二、考点透析

中考主要考查二次根式的意义,二次根式的乘除法法则及最简二次根式的概念,二次根式的加减法法则运用能力,以考查化简求值为主,题型为选择题、填空题、解答题.

21.1 二次根式

举例分析

例1 判断下列根式是否是二次根式.

(1) $\sqrt{-2}$; (2) $\sqrt{1-21}$; (3) $\sqrt{(-2)^2}$; (4) $\sqrt[3]{2}$; (5) $\sqrt{-a}$.

解: (1) $\because -2 < 0, \therefore \sqrt{-2}$ 不是二次根式;

(2) $\because 1-21 < 0, \therefore \sqrt{1-21}$ 不是二次根式;

(3) $\because (-2)^2 = 4 > 0, \therefore \sqrt{(-2)^2}$ 是二次根式;



九年级数学

(4) $\because \sqrt[3]{2}$ 是三次根式, $\therefore \sqrt[3]{2}$ 不是二次根式;

(5) $\because -a$ 的符号不能确定, $\therefore$ 应分情况讨论, 当 $a > 0$ 时, $-a < 0$, $\sqrt{-a}$ 不是二次根式; 当 $a \leq 0$ 时, $-a \geq 0$, $\sqrt{-a}$ 是二次根式.

点评: 判断一个式子是不是二次根式, 就是根据二次根式的定义: ①是不是二次根式; ②被开方数是不是一定为非负实数.

例2 x 取何值时, 下列各式在实数范围内有意义:

(1) $\sqrt{x-3}$; (2) $\sqrt{-\frac{1}{2x-5}}$; (3) $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x}$;

(4) $\frac{\sqrt{x-1}}{2-x}$; (5) $\sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}$; (6) $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$

解: (1) 由 $x-3 \geq 0$ 得 $x \geq 3$,

$\therefore$ 当 $x \geq 3$ 时, 式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义.

(2) 由 $-\frac{1}{2x-5} > 0$, $2x-5 \neq 0$ 得 $x < \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 当 $x < \frac{5}{2}$ 时, 式子 $\sqrt{-\frac{1}{2x-5}}$ 在实数范围内有意义.

(3) 由 $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases}$ 得 $-3 \leq x \leq 6$,

$\therefore$ 当 $-3 \leq x \leq 6$ 时, 式子 $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x}$ 在实数范围内有意义.

(4) 由 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases}$ 得 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$,

$\therefore$ 当 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ 时, 式子 $\frac{\sqrt{x-1}}{2-x}$ 在实数范围内有意义.

(5) 由 $\begin{cases} x-4 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases}$ 得 $x=4$,

$\therefore$ 当 $x=4$ 时, 式子 $\sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}$ 在实数范围内有意义.

(6) 由 $\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \end{cases}$ 得 $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$,

$\therefore$ 当 $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$ 时, 式子 $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ 在实数范围内有意义.

点评: 求式子有意义的取值范围, 对于单个的二次根式来说只需满足被开方数为非负实数; 对于多个二次根式的代数和, 则是多个被开方数同时为非负实数; 对于含有分母的, 则还需考虑分母不能为 0.

例3 计算: (1) $(\sqrt{2.4})^2$; (2) $(2\sqrt{3})^2$



解: (1) $(\sqrt{2.4})^2 = 2.4$; (2) $(2\sqrt{3})^2 = 2^2 \times (\sqrt{3})^2 = 12$.

点评: 在(2)中用到了 $(ab)^2 = a^2b^2$ 这一结论, 幂的运算法则在二次根式中仍然适用.

例4 当 x 满足什么条件时, $(\sqrt{1-2x})^2 = \sqrt{(2x-1)^2}$ 成立.

解: $\because 1-2x \geq 0, \therefore x \leq \frac{1}{2}$,

当 $x \leq \frac{1}{2}$ 时, $(\sqrt{1-2x})^2 = 1-2x$,

$\sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1| = 1-2x$,

$\therefore$ 当 $x \leq \frac{1}{2}$ 时, $(\sqrt{1-2x})^2 = \sqrt{(2x-1)^2}$.

例5 若实数 a, b 在数轴上的位置如图 1.1-1 所示, 则化简 $\sqrt{(a+b)^2} - \frac{a(a-b)}{|a-b|}$ 所得结果是()

A. $-b$

B. b

C. $-2a-b$

D. $2a+b$

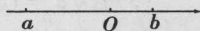


图 21.1-1

分析

从数轴上我们不难发现 $a < 0, b > 0$, 且 $|a| > |b|$, 即 $a+b < 0$,

$\therefore$ 原式 $= |a+b| - \frac{a(a-b)}{|a-b|} = -(a+b) - \frac{a(a-b)}{-(a-b)} = -a-b+a = -b$,

故选 A.

例6 化简 $\sqrt{a^2+6a+9} - \sqrt{a^2-10a+25}$.

解: $\sqrt{a^2+6a+9} - \sqrt{a^2-10a+25} = \sqrt{(a+3)^2} - \sqrt{(a-5)^2} = |a+3| - |a-5|$

当 $a \geq 5$ 时, 原式 $= a+3 - (a-5) = 8$.

当 $-3 < a < 5$ 时, 原式 $= a+3 - (5-a) = 2a-2$.

当 $a \leq -3$ 时, 原式 $= -(a+3) - (5-a) = -8$.

点评: 首先将被开方数化成一个代数式的平方的形式, 然后去根号, 最后利用分类思想去掉绝对值.

例7 已知实数 a 满足 $|1992-a| + \sqrt{a-1993} = a$, 那么 $a-1992^2$ 的值是

()

A. 1991

B. 1992

C. 1993

D. 1994



分析

由二次根式的意义可知 $a - 1993 \geq 0$ 即 $a \geq 1993$, $\therefore a > 1992$, $\therefore |1992 - a| = a - 1992$. $\therefore |1992 - a| + \sqrt{a - 1993} = a$, $\therefore a - 1992 + \sqrt{a - 1993} = a$, $\therefore \sqrt{a - 1993} = 1992$, $\therefore a - 1993 = 1992^2$, 即 $a - 1992^2 = 1993$. 故答案为 C.

说明: 本题考查了对非负数的理解及平方根的意义, 培养学生的逆向思维.

例 8 (1) 若 $y = \sqrt{(x^2 + 4)^4}$, 则 $\sqrt{y}$ 等于 ()

- A. $x^2 + 4$ B. $x^2 + 2$ C. $(x^2 + 2)^2$ D. $(x^2 + 4)^2$

(2) 若 a, b 是实数, 下列各式中一定成立的等式是 ()

- A. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b$ B. $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$
C. $\sqrt{(a^2 + b^2)^2} = a^2 + b^2$ D. $\sqrt{(a + b)^2} = a + b$.

(3) 若 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$, 则 a 必须满足条件 ()

- A. $a > 0$ B. $a \geq 0$ C. $a \leq 0$ D. a 为任意有理数.

分析

(1) 因为 $y = \sqrt{(x^2 + 4)^4} = \sqrt{[(x^2 + 4)^2]^2} = (x^2 + 4)^2$, 所以 $\sqrt{y} = \sqrt{(x^2 + 4)^2} = x^2 + 4$. 故选 A.

(2) a, b 为实数, 则 $a^2 \geq 0, b^2 \geq 0, a^2 + b^2 \geq 0$, 所以 $\sqrt{(a^2 + b^2)^2} = a^2 + b^2$, 故选 C.

(3) $\because \sqrt{a^2} = |a|, (\sqrt{a})^2 = a, \therefore a \geq 0$. 故选 B.

例 9 使 $\sqrt{-(a+1)^2}$ 为实数的实数 a ()

- A. 不存在 B. 只有 1 个 C. 只有两个 D. 有无数个

分析

$\because -(a+1)^2 \geq 0, \therefore (a+1)^2 \leq 0, \therefore a+1=0, \therefore a=-1$, 故选 B.

例 10 若 $\sqrt{(3-x)^2} + \sqrt{(x-1)^2} = 2$, 求 x 的取值范围.

解: $\sqrt{(3-x)^2} + \sqrt{(x-1)^2} = |3-x| + |x-1|$.

$\therefore$ 原式的右边为 2, 只有 $|3-x| = 3-x, |x-1| = x-1$ 时才能成立,

$\therefore x \leq 3$, 且 $x \geq 1$,



$\therefore x$ 的取值范围是 $1 \leq x \leq 3$.

点评: 先利用二次根式的性质进行开方, 再讨论确定 x 的值.

例 11 实数 a, b 在数轴上的对应点分别为 A, B , 且 A 在原点左侧, B 在原点右侧, 如果 $|a| > |b|$, 那么 $|a - b| - \sqrt{a^2} =$ _____.

解: $\because A$ 在原点左侧, $\therefore a < 0$, $\because B$ 在原点右侧, $\therefore b > 0$.

又 $\because |a| > |b|$, $\therefore |a - b| - \sqrt{a^2} = b - a + a = b$.

例 12 若 $\sqrt{m^2} + m = 0$, 则 $|\sqrt{4m^2} + m| =$ _____.

解: $\because \sqrt{m^2} + m = 0$, $\therefore \sqrt{m^2} = -m$, $\therefore m \leq 0$.

$\therefore |\sqrt{4m^2} + m| = |-2m + m| = |-m| = -m$.

例 13 已知: $\sqrt{a+1} + |b+1| = 0$, a, b 为实数, 则 $a^{100} + b^{101} =$ _____.

解: $\because \sqrt{a+1} + |b+1| = 0$, 而 $\sqrt{a+1} \geq 0, |b+1| \geq 0$.

$\therefore a+1=0$ 且 $b+1=0$, $\therefore a=-1, b=-1$, $\therefore a^{100} + b^{101} = (-1)^{100} + (-1)^{101} = 1 - 1 = 0$.

例 14 已知 x, y 为实数, 且实数 m 满足关系式

$$\sqrt{3x+5y-2-m} + \sqrt{2x+3y-m} = \sqrt{x-199+y} \cdot \sqrt{199-x-y},$$

试确定 m 的值.

分析

$\because x-199+y$ 与 $199-x-y$ 互为相反数, 且 $x-199+y \geq 0, 199-x-y \geq 0$ 同时成立, $\therefore x-199+y=0$, 即 $x+y=199$. 又由算术平方根是非负数, 可得到关于 x, y, m 的方程组, 从而求出 m 的值.

解: 由题意, 知 $\begin{cases} x-199+y \geq 0, \\ 199-x-y \geq 0. \end{cases} \therefore x+y=199.$

将其代入已知等式得 $\sqrt{3x+5y-2-m} + \sqrt{2x+3y-m} = 0$,

由算术平方根的非负性有

$$\begin{cases} 3x+5y-2-m=0, & ① \\ 2x+3y-m=0, & ② \\ x+y=199. & ③ \end{cases}$$

② $\times 2 -$ ① 得 $x+y-m+2=0$ 又代入 ③ 得 $m=201$.

例 15 在实数范围内分解因式

$$(1)x^2-2, (2)a^2-2\sqrt{5}a+5, (3)a^4-4a^2-21$$



解: (1) $x^2 - 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$

(2) $a^2 - 2\sqrt{5}a + 5 = (a - \sqrt{5})^2$

(3) $a^4 - 4a^2 - 21 = (a^2 - 7)(a^2 + 3) = (a - \sqrt{7})(a + \sqrt{7})(a^2 + 3)$

点评: 运用 $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$, 把一个非负数变成一个数的平方的形式.

拓展训练题

一、选择题

1. 下列各式一定是二次根式的是()

A. $\sqrt{-2}$

B. $\sqrt{3a}$

C. $\sqrt{m^2 + 1}$

D. $\sqrt[3]{6}$

2. 如果 a 是任意数, 下列各式一定有意义的是()

A. $\sqrt{a}$

B. $\sqrt{\frac{1}{a^2}}$

C. $\sqrt{-a^2}$

D. $\sqrt[3]{-a}$

3. 如果 $\sqrt{3-x}$ 是二次根式, 那么 x 应满足的条件是()

A. $x \neq 3$

B. $x \leq 3$

C. $x > 3$

D. $x \geq 3$

4. (2006, 大连) 如图 21.1-2 所示, 数轴上点 N 表示的数可能是()

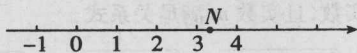


图 21.1-2

A. $\sqrt{10}$

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{2}$

5. 如果 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 是二次根式, 那么 a, b 应满足()

A. $a > 0, b > 0$

B. a, b 同号

C. $a > 0, b \geq 0$

D. $\frac{b}{a} \geq 0$ 且 $a \neq 0$

6. 若式子 $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是()

A. $x = 2$ 或 $x = 1$

B. $x \leq 2$

C. $1 \leq x \leq 2$

D. $x \geq 1$

7. 已知 $x < 2$, 则化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ 的结果是()

A. $x - 2$

B. $x + 2$

C. $-x - 2$

D. $2 - x$

8. 若化简 $|1-x| - \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ 的结果为 $2x - 5$, 则 x 的取值范围是()

A. x 为任意实数

B. $1 \leq x \leq 4$

C. $x \geq 1$

D. $x \leq 4$

9. 若实数 a 使 $\sqrt{-(a-3)^2}$ 成立, 则 a 的取值有()

A. 0 个

B. 1 个

C. 3 个

D. 无数个

10. 已知等式 $\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2} + (x - 2)^2 = 0$, 则 $x =$ ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 1 或 3



11. 若 $\sqrt{a^2} = -a$, 则实数 a 在数轴上的对应点一定在()
 A. 原点左侧 B. 原点右侧
 C. 原点或原点左侧 D. 原点或原点右侧
12. 若代数式 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$ 的值是常数 2, 则 a 的取值范围是()
 A. $a \geq 4$ B. $a \leq 2$ C. $2 \leq a \leq 4$ D. $a = 2$ 或 $a = 4$
13. 如果 $a + \sqrt{a^2 - 2a + 1} = 1$, 那么 a 的取值范围是()
 A. $a = 0$ B. $a = 1$ C. $a \leq 1$ D. $a = 0$ 或 $a = 1$
14. 若 $x < -3$, 则 $|1 - \sqrt{(1+x)^2}|$ 的值等于()
 A. $2+x$ B. $-x$ C. $-2-x$ D. x
15. 若实数 x 满足方程 $|1-x| = 1+|x|$, 那么 $\sqrt{(x-1)^2} = ()$
 A. $x-1$ B. $1-x$ C. $\pm(x-1)$ D. ± 1
16. 设 a 是小于 1 的正数, 且 $b = \sqrt{a}$, 那么 a 与 b 之间的大小关系是()
 A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 不能确定
17. 下列式子中, 不论 x 取何值都有意义的是()
 A. $\sqrt{x+1}$ B. $\sqrt{(x-1)^2}$ C. $\frac{1}{\sqrt{(x-1)^2}}$ D. $\sqrt{x^2-1}$
18. 使 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ 有意义的 x 的值是()
 A. $x \geq -1$ B. $x > 1$
 C. $x \geq -1$ 且 $x \neq 1$ D. $x \neq 1$
19. 当 $x < -1$ 时, $|x - \sqrt{(2-x)^2} - 2|x-1||$ 的值为()
 A. 0 B. $4x-4$ C. $4-4x$ D. $4x+4$

二、填空题

- $(-\sqrt{5})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 式子 $(\sqrt{a})^2 = a$ 成立条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2007, 福州) 当 x $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, 二次根式 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义.
- $\sqrt{-x^2}$ 是二次根式, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 当 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\sqrt{5-x}$ 是二次根式. 当 $\underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 是二次根式.
- 若 $\sqrt{(3-a)^2} = a-3$, 则 a $\underline{\hspace{2cm}}$ 3; 若 $\sqrt{(3-a)^2} = 3-a$, 则 a $\underline{\hspace{2cm}}$ 3.
- 若 $\sqrt{x-y+3} + (x+y-1)^2 = 0$, 则 $\sqrt{x^2+y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 $\sqrt{(2m-n)^2} = n-2m$ 成立, 则 m 与 n 的关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



9. 当 $1 < x < 3$ 时, 化简 $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-1)^2}$ 的结果为 ____.

10. 使等式 $\sqrt{(a+1)^2} = (\sqrt{a+1})^2$ 成立的条件是 ____.

11. 已知 $0 < a < 1$, 则 $\sqrt{(a+1)^2(a-1)^2} =$ ____.

12. 函数 $y = \frac{x}{x-2} + \sqrt{2x+1}$ 的自变量 x 的取值范围是 ____.

13. 实数 P 在数轴上的位置如图 21.1-3 所示, 化简 $\sqrt{(P-1)^2} + \sqrt{(P-2)^2} =$ ____.

图 21.1-3

14. 当 a ____ 时, $\sqrt{a^2} = (\sqrt{-a})^2$

15. 已知 $a \neq 0$, 化简 $\sqrt{4 - (a + \frac{1}{a})^2} - \sqrt{4 + (a - \frac{1}{a})^2} =$ ____.

16. 若表示 $\frac{1}{\sqrt{4-3x}}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ____.

17. 当 x ____ 时, $\sqrt{\frac{-1}{x-1}}$ 在实数范围内有意义.

18. 如果 $a^2 + b^2 - 4a - 2b + 5 = 0$, 则 $\frac{\sqrt{a+b}}{3\sqrt{b} - \sqrt{2a}}$ 的值是 ____.

19. 若 $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2y} = 0$, 则 $xy =$ ____.

20. $\sqrt{x^2+1}$ 的相反数一定是 ____ 数

三、 x 为何值下列各式有意义

1. $\sqrt{3x+2}$ 2. $\sqrt{5-2x}$ 3. $\sqrt{-x^2}$ 4. $\sqrt{\frac{3}{2x-1}}$

5. $\frac{2}{1-\sqrt{x}}$ 6. $\sqrt{2x+3} + \sqrt{1-3x}$ 7. $\sqrt{x} + \sqrt{-x}$

8. $\sqrt{1+x^2}$ 9. $\sqrt{(x-3)^2}$ 10. $\frac{\sqrt{x+4}}{x-3}$ 11. $\frac{\sqrt{1-x}}{2-|x|}$

12. $\sqrt{2x+6} + \frac{1}{\sqrt{-2x}}$ 13. $\sqrt{1+4x} + \sqrt{-1-4x}$ 14. $\sqrt{\frac{x}{x-2}}$

四、计算题

1. $(\sqrt{5})^2$ 2. $(3\sqrt{2})^2$ 3. $(-\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ 4. $(\sqrt{0})^2$

5. $-\sqrt{25}$ 6. $\sqrt{(-6)^2}$ 7. $\sqrt{0.3^2}$ 8. $\sqrt{(-\frac{1}{4})^2}$

9. $\sqrt{100}$ 10. $-\sqrt{(-\frac{1}{\pi})^2}$ 11. $(\sqrt{12})^2 - (\sqrt{3})^2$



12. $\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}$ 13. $\sqrt{7^2+3^2}$ 14. $(3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{3})^2$

五、解答题

1. 求 $\sqrt{a+4} - \sqrt{9-2a} + \sqrt{1-3a} + \sqrt{-a^2}$ 的值.

2. 化简: (1) $\sqrt{a^2+6a+9}$ ($a < -3$) (2) $\sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2}} - 2$ ($0 < a < 1$)

(3) $\sqrt{(x-2)^2(9x^2-6x+1)}$ ($\frac{1}{3} < x < 2$)

3. 已知 $a+b = \sqrt{\sqrt{2002} + \sqrt{2001}}$, $a-b = \sqrt{\sqrt{2002} - \sqrt{2001}}$, 则 $ab =$ _____.

4. 化简 $(\sqrt{1-2x})^2 + \sqrt{x^2-6x+9}$.

5. 化简 $\sqrt{1-8x+16x^2}$.

6. 已知 $\sqrt{a + \frac{1}{2}} + |b - \frac{1}{3}| = 0$, 求 $ab + \frac{b}{a}$ 的值.

7. 若 $a < -8$, 化简 $|\sqrt{(a+4)^2} - 4|$.

8. 已知 $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = y+4$, 求 x^y 的平方根.

9. 已知 $\sqrt{x-2} + y^2 = y - \frac{1}{4}$, 求证: $xy = 1$.

10. 若 $\sqrt{x+2y} + \sqrt{9-x^2} = 0$, 求代数式 $x-2y$ 的值.

11. 若 $a > 0$, $\frac{a}{b} < 0$, 化简 $\sqrt{(b-a-4)^2} - \sqrt{(a-b+1)^2}$.

12. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三条边, 化简 $\sqrt{(a-b+c)^2} + \sqrt{(a-b-c)^2}$.

13. 阅读下列材料, 回答问题.

对于题目“化简并求值: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2$, 其中 $a = \frac{1}{5}$ ”, 甲、乙两人的解答不同,

甲的解答: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{(\frac{1}{a} - a)^2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - a = \frac{2}{a} - a = \frac{49}{5}$;

乙的解答: $\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + a^2} - 2 = \frac{1}{a} + \sqrt{(\frac{1}{a} + a)^2} = \frac{1}{a} + a - \frac{1}{a} = a = \frac{1}{5}$.

谁的解答是错误的? 为什么?

14. 已知 $\sqrt{16-x^2} - \sqrt{4+x^2} = 2$, 求 $\sqrt{16-x^2} + \sqrt{4+x^2}$ 的值.

参考答案

一、选择题

1. C 2. D 3. B 4. A 5. D 6. C 7. D 8. B 9. B 10. A 11. C 12. C



13. C 14. C 15. B 16. B 17. B 18. C 19. C

二、填空题

1. 5 2. $a \geq 0$ 3. ≥ 3 4. 0 5. $x \leq 5$ $x < 0$ 6. $\geq \leq$ 7. $\sqrt{5}$ 8. $2m < n$

9. 2 10. $a \geq -1$ 11. $1 - a^2$ 12. $x \geq -\frac{1}{2}$, 且 $x \neq 2$ 13. 1 14. ≤ 0

15. -2 16. $x < \frac{4}{3}$ 17. $x < 1$ 18. $\sqrt{2} + 1$ 19. $-\frac{1}{2}$ 20. 负

三、 x 为何值时下列各式有意义

1. $x \geq -\frac{2}{3}$ 2. $x \leq \frac{5}{2}$ 3. $x = 0$ 4. $x > \frac{1}{2}$ 5. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$

6. $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{1}{3}$ 7. $x = 0$ 8. x 为任意实数 9. x 为任意实数

10. $x \geq -4$ 且 $x \neq 3$ 11. $x \leq 1$ 且 $x \neq -2$ 12. $-3 \leq x < 0$

13. $x = -\frac{1}{4}$ 14. $x > 2$ 或 $x \leq 0$

四、计算题

1. 5 2. 18 3. $\frac{2}{5}$ 4. 0 5. -5 6. 6 7. 0.3 8. $\frac{1}{4}$

9. 10 10. $-\frac{1}{\pi}$ 11. 9 12. $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 13. $\sqrt{58}$ 14. 33

五、解答题

1. 解: 当 $a = 0$ 时, $\sqrt{-a^2}$ 才有意义, $\therefore$ 原式 $= \sqrt{0+4} - \sqrt{9-2 \times 0} + \sqrt{1-3 \times 0} + \sqrt{0} = \sqrt{4} - \sqrt{9} + \sqrt{1} + 0 = 2 - 3 + 1 = 0$.

2. 解: (1) $\because a < -3, \therefore a + 3 < 0, \therefore \sqrt{a^2 + 6a + 9} = \sqrt{(a+3)^2} = |a+3| = -(a+3) = -a-3$.

(2) $\because 0 < a < 1, \therefore a < \frac{1}{a}, \therefore a - \frac{1}{a} < 0, \sqrt{a^2 + \frac{1}{a} - 2} = \sqrt{(a - \frac{1}{a})^2} = |a - \frac{1}{a}| = \frac{1}{a} - a = \frac{1-a^2}{a}$.

(3) $\because \frac{1}{3} < x < 2, \therefore x > \frac{1}{3}$ 且 $x < 2, \therefore 3x - 1 > 0, x - 2 < 0, \therefore (3x - 1)(x - 2) < 0, \therefore$ 原式 $= -(3x - 1)(x - 2) = -(3x^2 - 7x + 2) = -3x^2 + 7x - 2$.

3. 解: 由已知有 $(a+b)^2 = \sqrt{2002} + \sqrt{2001}$ ①

$(a-b)^2 = \sqrt{2002} - \sqrt{2001}$ ②

① - ②, 有 $4ab = 2\sqrt{2001}$,