

國立中央研究院社會科學研究所叢刊第二種

生命表編製法

羅志如著

商務印書館發行

國立中央研究院社會科學研究所叢刊第二種

生命表編製法

羅志如著

商務印書館發行

中華民國二十三年八月初版

國立中央研究院社會科學研究所叢刊第二種 生命表編製法 一冊

每冊定價大洋柒角伍分

外埠酌加運費匯費

著 者 羅 志 如

發行人 王 雲 五
上海河南路

印刷所 商 務 印 書 館
上海河南路

發行所 商 務 印 書 館
上海及各埠

版 翻
權 印
所 必 有
究 究

(本書校對者係乘全)

海

序

編製生命表自 E. Halley 以來，在西洋至少已有二百年以上之歷史，其有影響於衛生行政與人壽保險事業，至深且鉅。返觀吾國，對此問題，迄今既無專書討論，且據作者所知，即有關此題之雜誌文章，亦付缺如。其主因自以我國既乏人口及生命統計，而壽險事業又不發達，故注意人壽問題之研究者，雖有宏願，亦無從着手，本書主要目的乃在介紹生命表之編製方法，並探溯其原理，至所列生命表不過聊示一例而已。

書中所引用各公式，皆一一追求其來源，或述於本文，或載於附錄，要使讀者能了悉其底蘊。凡已習高等代數並粗通微積分者讀之當無困難，惟若不顧數理上之推演，而但求方法之應用，亦有明白例示，俾一般衛生行政人員，得據已有之材料，依法編製，於最短期內，雖不敢謂即能產生可靠之生命表，然因此而促進辦理人口及生命統計之推廣與改良，是書或亦不無小補。

本書內容分三大部分，最初三章說明生命表之意義，分析各函數間之關係。其次三章專論編製方法，注意其原理，第七章乃以北平市及廣州市之材料，實際計算，藉以說明各種步驟。第八章仍用北平材料，敘述簡略生命表之原理及編法，最後略及各國編製生命表之歷史。附錄中除公式之推演外，更附袁貽瑾先生之家譜生命表，並略述其編

製方法，以資比較。

本書編製伊始，承朱景文先生之鼓勵，稿成，經陶孟和先生，袁貽瑾先生，梁慶椿先生及楊西孟先生閱讀一過，諸多指正，謹此致謝。

羅志如

民國二十三年五月

目 錄

第一章	生命表之意義	1
第二章	生命表人口與實際人口	9
第三章	死亡率之公式	14
第四章	人口材料之初步整理	25
第五章	求中年段年齡之死亡率	39
第六章	求生命兩端之死亡率	49
第七章	計算實例	60
第八章	簡略生命表	78
第九章	生命表編製史略	87
附錄 A	差數法之原理	94
附錄 B	含接內插法	100
附錄 C	修勻	113
附錄 D	拉格蘭氏(Lagrange) 內插法	123
附錄 E	袁貽瑾氏之家譜生命表	125

生命表編製法

第一章 生命表之意義

今設我國內於民國元年一月一日，同時出生嬰孩 10,000 人，若每人之先天秉賦及以後一生之環境，彼此完全相似，則若干年後，此 10,000 人，必同時死亡。然天之生人，體性本不齊一，而各人之物質及社會環境又千變萬化，極盡差別之能事；故此 10,000 人中，有幼而夭折者，有中年喪命者，有老而逝世者，死亡幾於無歲無之。若設生後一年中死去 1,200 人，則在第二歲開始時尚餘 8,800 人；在此第二年中，又死 300 人，則在第三歲開始時尚餘 8,500 人，以後每歲皆有死亡，人數多寡不等，迄至第十歲開始時，尚存 8,000 人，二十歲時尚存 7,700 人，四十歲時尚存 6,500 人，六十歲時尚存 5,000 人，八十歲時尚存 1,500 人，至一百歲時，則完全死盡，由是此一代人歷世壽命之經過，以數字表出，是為生命表。

故生命表即係由一定同年之人數內（即一代人），記其每歲中死亡之人數，與每歲首時尚存之人數，及與此種人數有關之他種數字（如按歲死亡率，希望壽命等）所成之表。生命表亦稱死亡表，即以數

學方式敘述一羣人中死亡年齡之分佈。^①

由此定義，可知生命表中，無論何項數字，皆與年齡有關，即皆依年齡而變化，在數學上即稱為年齡之函數，通稱為生命表函數。令 x 代表年齡，以 l 代表尚存人數， d 代表死亡人數，則

$$l = f(x), \quad d = \phi(x),$$

此種函數簡寫為 l_x , d_x , 等。由上設之例，可知 l_x 為一遞降函數。即尚存人數依年齡而遞減， d_x 及他種生命表函數如 p_x , q_x , e_x 等，其變化皆有一定規則可循。如繪於坐標圖上，皆顯有一定形式（見後列各圖），此蓋由大數觀察而得之結果。故生命表非以斷定某人之壽命尚有幾何，乃以測度一代人中至某歲時尚可存若干 (l_x)，或今後平均尚可活若干歲 (e_x)，而此種測度之精確程度當視一基本假定之真實與否為定，即過去之經驗是否合於將來之情形。在短時期中，此項假定似無問題，故藉新製生命表以為測度工具，其精確常有出人意料以外者，伐爾 (W. Farr) 稱生命表為生命測量器 (biometer)，藉此以作人壽及衛生之研究，其重要不亞於自然科學中之晴雨表及溫度表，而人壽保險之有科學根據，亦以此故。茲將生命表中通常表列之各項，分述其意義如後。

一 年齡分組， x 至 $x+1$

生命表之第一行必為年齡分組，即 x 至 $x+1$ ，蓋其他各行數字既皆為年齡之函數，自必首先列出年齡，以為各行各數之指歸。年齡分組之組距大半為 1，即 x 至 $x+1$ ；此在完全生命表與簡略生命表

① R. Pearl: The Rate of Living, p. 36.

皆有同一意義，惟前者爲連續而後者有間斷。至於組距之兩限皆以確切年齡(exact age)論，^①如 10-11 歲，即指確切 10 歲至確切 11 歲之間的一段壽命，故年齡組與年齡不同，前者爲一段期間，後者乃須臾之一刻，一人僅有一煞那之時爲確實 10 歲，過此則有零數，此點於了解各函數之意義，至關緊要。

嬰孩生後之死亡率變化最大，故生命表中，常有將 0-1 歲分爲月組，亦有以第一月再分爲週組，或日組者，要以顯示在此期內各函數變化之迅速。^②

二 尚存人數， l_x

l_x 爲假定之一代人，專以年齡論（不以時間論），在每歲開始時尚存之人數，故 l_x 之 x 乃代表確切年齡，即以年齡之起限爲標準，如謂 0-1 歲有 100,000，即指確切 0 歲時（即初生後，流產不計入）有此數目，在 1-2 歲有 90,000，即指確切一歲時有此數目，以後類推。

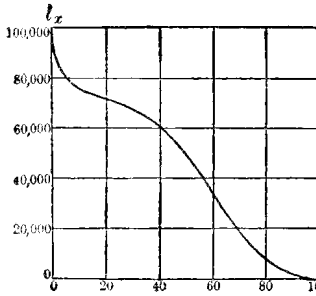
又生命表開始年齡之 l_x ，稱爲基數(radix)，如開始年齡爲 0 歲，則 l_0 爲基數，如開始爲 10 歲，則 l_{10} 爲基數。基數之作用，見下章。

尚存人數，依年齡而遞減，其變化頗顯一定之常軌，如至二十歲時尚約存基數(l_0)之四分之三，至六十歲時，約存一半，至八十歲約存十分之一，能達百歲以外者，殊屬寥寥。今以底線代表年齡，縱線代表人數， l_x 函數變化所成曲線之一般形狀，有如第一圖。

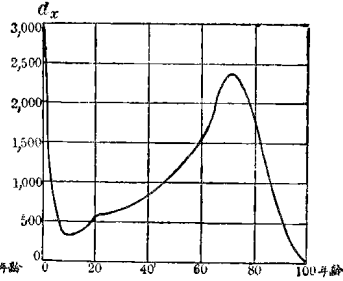
① 請參閱第 11 面註。

② 用人壽保險材料編製生命表，其年齡多自十歲起。用人口材料，則自 0 歲起，惟若無嬰孩期之材料，亦有自較大年齡開始編製者。

第一圖(100,000 爲基數)



第二圖(100,000 爲基數)



三 死亡人數, d_x

所設基數中,在某一年齡組內之死亡人數爲 d_x 。如在 1-2 歲死 2000 人,即 d_{1-2} 爲 2000 (亦可以 d_1 代表之,惟須知 1 乃代表 1-2 之年齡組)即 d_x 之 x 乃代表 x 至 $x+1$ 之一段年齡。實則自 l_x 一行中,前後兩年齡尚存人數相減,即得 d_x 。如設 l_1 爲 90,000, l_2 爲 88,000 兩數相減,則得 d_{1-2} 爲 2000,即

$$d_x = l_x - l_{x+1} \dots \dots \dots (1)$$

l_x 爲任何生命表不可缺之一行, d_x 則不一定表出,蓋既知 l_x 則由 (1) 式不難推得 d_x 。

第二圖所示爲死亡人數依年齡變化之一般情形,其曲線首端降下最速,即死亡在人生初期最多,稍長則死亡人數立即減少,至十一二歲達一最低限度,自此以後,死亡人數又漸漸增多,至七十歲左右,每歲之死亡又漸減少,至約百歲時完結。

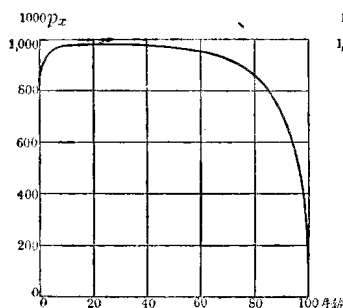
四 生存率, p_x

生存率爲任兩歲之 l_x 的比較，普通皆指連續之兩歲者。生存人數既依年齡而遞減，則 l_{x+1} 必較 l_x 爲小，即 l_x 人數在一年內必有 d_x 人數死亡，而於次一歲之開始時，尚餘 l_{x+1} 人。 p_x 即此 l_{x+1} 尚存人數對原來人數 l_x 之比例數，實即 l_x 人尚能生存一年之機率，即 ${}_1p_x$ 通常簡書爲 p_x ，故

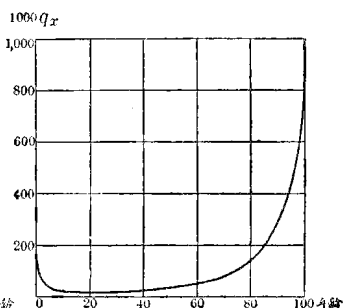
$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \dots \dots \dots (2)$$

同理 l_x 人過兩年尚餘 l_{x+2} 人， $l_{x+2} / l_x = {}_2p_x$ ，即 l_x 人尚能生存兩年之機率，而 $l_{x+n} / l_x = {}_np_x$ 爲 l_x 人尚能生存 n 年之機率。一般 p_x 之變化如第三圖所示。

第三圖



第四圖



五 死亡率，^① q_x

死亡率爲某歲尚存人數 l_x 與在 x 至 $x+1$ 歲之間死亡數 d_x 的比

- ① 在生命統計學中，全體人口之死亡率稱爲粗死亡率(Crude death rate)，或簡稱死亡率。若按年齡或性別之死亡率，稱爲特定死亡率 (specific death rate)， q_x 實特定死亡率之一種。然在生命表中不用粗死亡率，必爲按年齡（且多按性別）計算者，故以後即簡稱死亡率，當不致混淆。

例數。各年齡之死亡數，實不能互相比較，蓋 d_x 既由一遞降人口 l_x 而來，各歲之基源，自不相同，故必須以 l_x 除之，使立於共同標準上，以作比較。即

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x \dots \dots (3)$$

l_x 為 x 歲開始時之人口， d_x 代表 x 至 $x+1$ 一歲中之死亡數，故 d_x 全出於 l_x 之中，即 d_x 原為 l_x 之一部分，其關係至為密切，故 d_x / l_x 在理想為最準確之一種死亡情形的測量，亦即代表 x 歲開始時之一年的死亡機率，^① 與 p_x 相對立。

q_x 之變化成一 U 形，如第四圖所示，由 p_x 與 q_x 之數理關係（即 (3) 式），亦可知第三圖當為一倒 U 形。

六 希望壽命， e_x

希望壽命(expectation of life)，^② 即已活至確切 x 歲之人，平均尚可活之年數，初生後之希望壽命（即 e_0 ）即普通所謂平均壽數是也。

欲明希望壽命之意義，須先知如何由尚存人數解作生活年數 (years of life)。此點至為重要，蓋將來計算上亦有藉助之處。今自

① 又 ${}_nq_x = 1 - {}_np_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$ 此為 l_x 人不能生存 n 年之機率，即是在 n 年間死亡之機率。

${}_nq_x = \frac{d_{x+n}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x} \times \frac{d_{x+n}}{l_{x+n}} = {}_np_x \cdot q_{x+n}$ 此為 l_x 人在 $x+n$ 至 $x+n+1$

歲間死亡之機率。

② 原名尚有 mean after time, mean duration of life, Vie moyenne 等。日人譯為生命餘年 (e_x 日人又譯為完全平均餘命)。

老年之一端算起，較易說明。按美國經驗生命表，^① l_{92} 爲 216 人， l_{93} 爲 79 人， l_{94} 爲 21 人， l_{95} 爲 3 人。生命表至此完結。由是可知在 216 人中，79 人可再活一年，共活 79 年；79 人中又有 21 人，可再活一年，共活 21 年；而此 21 人中，又有 3 人可再活一年，共活 3 年。如是 $79+21+3=103$ 年，是爲此 216 人共可生活之年數。或以另一種方式解釋之亦可，在此 216 人中有 3 人各活 3 年，有 18 人（即 $21-3$ ）各活 2 年，有 58 人（即 $79-21$ ）各活一年，如是 $3 \times 3 + 18 \times 2 + 58 = 103$ ，結果與前相同，要爲已達 92 歲之 216 人，其後共可活之總年數。若以 216 除之，得 .48，爲平均尚可活之年數，即希望壽命，由是可知

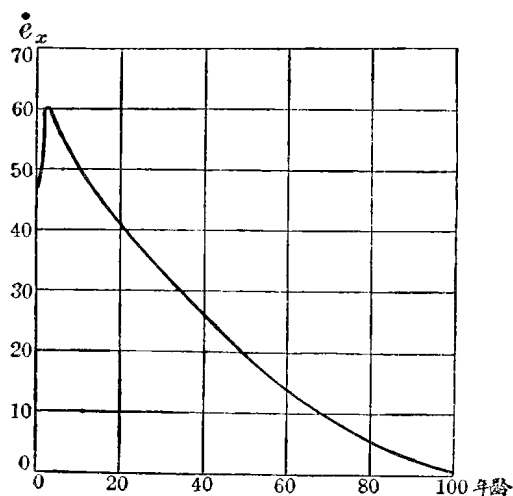
$$e_x = \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + l_{x+3} + \dots \text{至生命表最後一年爲止} \dots}{l_x} \dots (4)$$

e_x 又名希望壽命簡數 (Curtate expectation of life)。蓋在前例中， l_{92} 爲 216 人， l_{93} 爲 79 人，其間已死 137 人，皆假定其爲在 92 歲開始時即死，故生活年數中，此等人全無影響。然按之實際，當不如此，似以假定此 137 人之死亡，其發現係平均分佈於 92-93 歲之一年中較爲合理。換言之，此 137 人在死亡之年，平均實皆生活半歲，其他各年齡之死亡情形亦相同（嬰孩期例外，詳後），即平均在死亡之年皆以活 .5 歲論，以此加於希望壽命簡數之上，即得希望壽命整數 (Complete expectation of life)，以 $\hat{e}_x$ 代之，故 $\hat{e}_x = e_x + \frac{1}{2}$ 。^② 茲舉 $\hat{e}_x$ 一般變化之圖形如下。

① 此處舉保險生命表較易說明，因不牽涉 L_x 及 T_x 之問題（此兩種函數之意義詳下章）。

② 實際計算係由 $\hat{e}_x = T_x / l_x$ 之關係求出，詳下章。

第 五 圖



七 生命表之名稱

編製生命表之材料，其主要來源有兩方面，一為人口調查與人事登記，一為人壽保險及與此相類似之組織。由前種材料編成者通稱為生命表(Life Table)，由後種材料編成者常稱為經驗表(Experience Table) 或公司表(Office Table)，名稱雖不同而內容則一，實則生命表一詞，可概括一切。生命表中至少列有 l_x ， q_x ，及 e_x 三函數，如僅有 q_x 者，則稱為死亡表 (mortality table)，本書專論根據人口材料以編製生命表之方法。

第二章 生命表人口與實際人口

一 關於死亡之假定

前章論生命表，乃設在兩種臆想情形之下，藉以說明其意義。即（1）須取用同時出生之大量人數，（2）繼續觀察此一代人至一世之久。實則不必有第（1）假定，即所取之一代人 l_0 ，不必為同時出生，分佈於一年之任何時皆可。惟須自生後起即觀察其至死為止，以記錄其恰活到一歲者若干，十歲者若干等。然對大量人數繼續觀察其一生，實際絕難辦到，即可能時，恐亦須百年之久，俟表成，早已失其效用，蓋死亡情形已因時間而有變化也。

故生命表中之 l_x 行，並非實際調查所得，乃由計算而來。 l_0 （或其他歲之基數）乃為假定之一數目（通常為 100,000，設為 10,000 或 1,000,000 者亦有），根據現時各年齡之死亡經驗，視其至各歲時，尚可存若干，故生命表中之死亡率，即實際人口之死亡率，即生命表人口乃按照實際人口之死亡率以顯示其各年齡之變化。若現時之死亡情形不因時而變，則據此以測將來人口各年齡之生死相對的變化，自能可靠。

然死亡不僅依年齡而有差別，且因時間而亦有變化。近五十年來，因衛生狀況之改良，醫藥科學之進步，以及社會情形之影響，死亡率

減低爲不可否認之事實，故有所謂死亡之長期趨勢。而此種趨勢既爲時間之函數，亦爲年齡之函數。蓋各年齡組死亡減低之趨勢，各有不同，如嬰孩期之死亡進步特多，大約年齡愈高，此種趨勢愈弱。惟在60歲以下之死亡，皆有減低趨勢，故舊時之生命表，年久失效，即此故也。

但編製生命表之一根本假定即爲在觀察期內（即所取死亡人數之時限）死亡情形不因時間而變化，此點似與事實相反，惟若所取之觀察期不甚長久，變化自小，可不顧及。若爲精密計，可求得一死亡之長期趨勢，以校正生命表之各函數。^①

二 L_x 及 T_x

l_0 既不必爲同時出生，今假定其平均分佈於一年之中，而年年皆有 l_0 人數出生，死亡悉按現時實得之死亡率進行，且無遷徙之影響（縱有亦認其對於每一年齡之影響，出入可以相抵）。由是於任一時調查此種人口，則得所謂生命表之人口。又稱靜態人口。^② 此種人口，雖有生死之流動，然每年各年齡所死人數之總和等於該年出生之人數，即隨時保持一定之數目。

實際人口自難爲靜態人口，其死亡率因時而變，其出生率亦按年

① 經過此項校正者，G. H. Knibbs 稱爲流動生命表（fluent life table）。校正之法，即（1）按實際經驗決定死亡之長期趨勢，（2）求一每年之變化係數（因非直線式之進行），（3）以此係數乘生命表之函數（詳見 G. H. Knibbs: *Mathematical theory of Population*, etc. pp. 380-1.）。

② 原文有 life table population, actuarial population, constant population, stationary population 等名稱。（見前書 p. 407. 及 J. W. Glover: *United States Life Tables. 1890, 1901, 1910, and 1901-1910.* p. 27.）。

或有不同。惟在短時期中，變化當不甚大。至於遷徙亦非毫無影響，蓋出入之數目及年齡分配，實難恰相抵銷。若能據遷徙之登記（載有年齡者）以作修正，而免除此種影響，固屬妥善，然一般移民登記，即難可靠，而對於在國內之遷移，尤少記錄。故移動甚大之地方，而又無從修正者。據此以編之生命表，即難可靠。

由是所得之生命表人口，任何年齡皆有，不拘於整歲者。今以 L_x 代表由 x 至 $x+1$ 間之人數，此與 l_x 自有差別，蓋後者為恰滿 x 歲之人數，而前者乃靜態人口中一段年齡（一歲）內之總人數。又以 T_x 代表此項人口中由 x 歲至生命表極高年齡內之總人數，即 $\sum_{t=0}^{t=\infty} L_{x+t}$ 。

通常調查人口自為各種年齡（整數及零數）皆有，而所發表者為整數年齡（在一歲以下者例外）。蓋以已過年齡計算，^①如謂 30 歲之人口有若干人，實則係 30 以至 31 歲之人口皆包括在內，故頗相當於生命表中之 L_x ，而自 x 歲以上之共有人口，亦頗相當於生命表之 T_x 。惟二者不可相混，蓋實際人口非可即認為靜態人口也。故常以 L'_x 及 T'_x 代表實際人口之數，以示與生命表之 L_x 及 T_x 有別。

三 L_x 及 T_x 與其他生命表函數之數理關係

今設於臆想之情境中，繼續觀察一年，視 l_x 變為 l_{x+1} ， l_{x+2} ……

- ① 記整數年齡之法有三種：(1) 已過年齡 (age last birthday)，即凡已實滿 x 歲，而未滿 $x+1$ 歲者，皆稱之為 x 歲；(2) 將及年齡 (age next birthday) 即凡已實滿 x 歲，而未滿 $x+1$ 歲者，皆稱之為 $x+1$ 歲；(3) 最近年齡 (age nearest birthday)，即按生日之前後六個月計算，凡在 $x - \frac{1}{2}$ 至 $x + \frac{1}{2}$ 之內者，皆稱之為 x 歲，在人口材料中，通用已過年齡，在保險材料中，則有用及他兩種年齡。所用年齡與求死亡率至有關係。