

切换系统的 H_{∞} 控制

付主木 费树岷 高爱云 著

切换系统的 H_∞ 控制

付主木 费树岷 高爱云 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书根据工程应用的实际需要,全面系统地介绍了切换系统的 H_∞ 控制的基础理论、各种设计方法、主要实现技术、计算机模拟验证技术及其在控制工程中的应用等问题。主要内容包括:切换线性系统、不确定切换线性系统、不确定切换奇异系统、切换时滞系统、切换非线性系统以及非线性切换脉冲系统的 H_∞ 控制和鲁棒 H_∞ 控制器设计。最后给出了这些理论方法在集装箱岸边桥吊防摇控制、锅炉过热汽温控制和混合动力汽车能量管理策略设计中的应用示例。

本书概念清晰、内容新颖、理论基础深厚,具有较强的系统性、可读性和可操作性等特点,可供控制理论与控制工程、交通信息工程及控制、工业自动化、电气自动化、机械工程等专业的研究人员、研究生及高年级学生参考,也可供控制系统设计工程师等相关工程技术人员阅读和参考。

图书在版编目(CIP)数据

切换系统的 H_∞ 控制/付主木,费树岷,高爱云著. —北京:科学出版社,2009

ISBN 978-7-03-025705-5

I. 切… II. ①付…②费…③高… III. 开关控制 IV. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 175911 号

责任编辑:张海娜/责任校对:钟 洋

责任印制:赵 博/封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 9 月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2009 年 9 月第一次印刷 印张:13 1/4

印数:1—2 500 字数:252 000

定价:45.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前　　言

在自然界和工程实际中,许多被控对象在不同工况下,系统的参数或结构会产生变化,实际系统往往具有“非线性”、“多层次”、“强耦合”、“无穷维”、“随机性”、“不确定性”等多种复杂特性的组合,传统的控制算法无能为力,复杂性科学因此应运而生。而混杂系统是很多实际系统的抽象,主要用于对复杂大系统的描述、分析及控制。切换系统是一类特殊而又重要的混杂系统,是从系统控制科学的角度来研究混杂系统的一类重要模型,是目前混杂系统理论研究的一个国际前沿方向。近年来切换系统已受到国内外许多科学领域内众多科学工作者的高度重视,并在学术界掀起了切换控制系统理论及应用研究的高潮。近年在国际上发表这方面的论文越来越多,所涉及的领域也越来越广泛。

作者近年来一直从事该领域的研究工作,深感有必要结合该领域的研究成果、新进展和新趋势撰写一本学术著作,对切换系统 H_{∞} 控制理论与方法及其应用进行系统的介绍,并希望本书的出版能够对该领域的研究和应用起到一定的推动作用。

本书全面系统地介绍了切换系统的 H_{∞} 控制的基础理论、各种设计方法、主要实现技术、计算机模拟验证技术及其在控制工程中的应用等问题。主要内容包括:切换线性系统、不确定切换线性系统、不确定切换奇异系统、切换时滞系统、切换非线性系统以及非线性切换脉冲系统的 H_{∞} 控制和鲁棒 H_{∞} 控制器设计。最后给出了这些理论方法在集装箱岸边桥吊防摇控制、锅炉过热汽温控制和混合动力汽车能量管理策略设计中的应用示例。

全书共 11 章。其中,第 1、10 章由费树岷撰写,第 3~6、8、9 章由付主木撰写,第 2、7、11 章由高爱云撰写,最后由付主木和高爱云统稿。

本书编写过程中主要参考作者在东南大学攻读博士期间的研究成果和博士论文以及东南大学费树岷教授及其科研团队多年的研究成果,同时参考了贵州大学龙飞博士、东南大学翟军勇博士的博士论文,在此对他们表示诚挚的谢意!

本书的出版得到了国家自然科学基金(60574006,60904023)、高等学校博士学科点科研基金(20030286013)、江苏省自然科学基金(BK2006564,BK20034)、河南省自然科学基金(2008B510003,2007580002)以及河南科技大学学术著作出版基金和河南科技大学博士科研启动基金的资助,并在撰写过程中参考了国内外许多同行的论著、应用成果和先进技术,作者在此深表谢意。

由于水平有限,书中难免会有不妥之处,恳请广大读者批评指正。

目 录

前言

第1章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 切换系统的现状研究	3
1.2.1 切换系统的建模	6
1.2.2 切换系统的性能分析	6
1.2.3 切换系统的综合	8
1.2.4 切换系统理论的应用	9
参考文献	10
第2章 数学基础	14
2.1 向量和矩阵的范数	14
2.1.1 向量范数	14
2.1.2 矩阵范数	15
2.2 矩阵奇异值	18
2.3 函数的范数	22
2.4 Lyapunov 方程	26
2.4.1 Lyapunov 方程的一般解	26
2.4.2 Lyapunov 方程的非负解	28
2.5 Riccati 方程	30
2.5.1 Riccati 方程解的一般形式	31
2.5.2 Riccati 方程的非负解	33
2.6 其他引理	37
参考文献	38
第3章 H_∞ 控制	39
3.1 H_∞ 控制理论的起源与发展	39
3.2 线性矩阵不等式	42
3.3 线性系统的 H_∞ 性能指标	43
3.4 切换线性系统的 H_∞ 干扰抑制问题	45
3.5 切换非线性系统的 H_∞ 干扰抑制问题	48
参考文献	52

第 4 章 切换线性系统的 H_∞ 控制	55
4.1 切换系统基本概念	55
4.1.1 切换信号分类	55
4.1.2 切换信号的良定性和切换系统的适定性	57
4.1.3 切换序列	58
4.1.4 Lyapunov 稳定性	60
4.2 切换线性系统描述	61
4.3 状态反馈 H_∞ 控制	63
4.3.1 矩阵不等式方法	63
4.3.2 线性矩阵不等式方法	64
4.4 动态输出反馈 H_∞ 控制	66
4.4.1 矩阵不等式方法	67
4.4.2 线性矩阵不等式方法	67
4.5 仿真算例	70
4.6 小结	73
参考文献	73
第 5 章 不确定性切换线性系统的鲁棒 H_∞ 控制	75
5.1 系统描述	76
5.2 状态反馈鲁棒 H_∞ 控制	77
5.2.1 矩阵不等式方法	77
5.2.2 线性矩阵不等式方法	79
5.3 动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制	81
5.3.1 矩阵不等式方法	82
5.3.2 线性矩阵不等式方法	83
5.4 仿真算例	86
5.5 小结	88
参考文献	89
第 6 章 不确定切换奇异系统的鲁棒 H_∞ 控制	90
6.1 系统描述	91
6.2 状态反馈鲁棒 H_∞ 控制	92
6.2.1 矩阵不等式方法	93
6.2.2 线性矩阵不等式方法	95
6.3 动态输出反馈鲁棒 H_∞ 控制	96
6.3.1 矩阵不等式方法	97
6.3.2 线性矩阵不等式方法	98

6.4 仿真算例	104
6.5 小结	104
参考文献	105
第7章 切换时滞系统的 H_∞ 控制	106
7.1 系统描述	107
7.2 切换时滞线性系统的 H_∞ 干扰抑制问题	108
7.3 切换时滞线性系统的状态反馈 H_∞ 控制	110
7.4 不确定切换时滞线性系统的状态反馈鲁棒 H_∞ 控制	111
7.5 切换时滞奇异系统状态反馈 H_∞ 控制	115
7.6 不确定切换时滞奇异系统的状态反馈鲁棒 H_∞ 控制	116
7.7 仿真算例	117
7.8 小结	119
参考文献	119
第8章 切换非线性系统的 H_∞ 控制	121
8.1 微分几何基本知识	121
8.1.1 微分流形	122
8.1.2 切空间和对偶切空间	123
8.1.3 向量场和对偶向量场	126
8.1.4 分布和积分流形	130
8.2 切换非线性系统的 H_∞ 干扰抑制问题	135
8.3 不确定切换非线性系统的 H_∞ 状态反馈控制	139
8.4 小结	146
参考文献	146
第9章 切换非线性系统的 H_∞ 神经网络控制	148
9.1 切换非线性系统的神经网络控制	149
9.1.1 输入-输出模型的切换非线性系统	149
9.1.2 具有三角结构的切换非线性系统	152
9.2 切换非线性系统的神经网络 H_∞ 控制	156
9.2.1 系统描述	156
9.2.2 单输入单输出的情形	157
9.2.3 多输入多输出的情形	160
9.3 数值例子	163
9.4 小结	164
参考文献	165

第 10 章 一类非线性切换脉冲系统的 H_{∞} 神经网络控制	167
10.1 系统描述与准备	167
10.2 跟踪镇定问题	169
10.3 H_{∞} 干扰抑制问题	171
10.4 小结	174
参考文献	174
第 11 章 切换系统 H_{∞} 控制设计实例	175
11.1 集装箱岸边桥吊防摇控制	175
11.1.1 集装箱岸边桥吊系统的动态模型	176
11.1.2 切换模型参考防摇控制系统设计	179
11.1.3 仿真研究	182
11.2 锅炉过热汽温控制	185
11.2.1 多模型过热汽温控制系统设计	186
11.2.2 仿真研究	193
11.3 混合动力汽车能量管理策略	195
11.3.1 建立基于切换动态系统理论的混合动力汽车动态模型	197
11.3.2 优化混合动力汽车系统效率	197
11.3.3 设计混合动力汽车能量管理策略	198
11.3.4 仿真研究	198
参考文献	198

第1章 绪 论

1.1 引 言

经过科研工作人员的不懈努力,自动控制理论已经取得了令人瞩目的成果。但是,随着社会生产的不断发展和进步,自动控制科学也不断遇到新的问题与挑战,很多新的问题往往无法使用已有的理论来解决,单纯地采用针对连续系统的控制方法或针对离散事件系统的控制方法都无法获得良好的控制效果。基于此复杂性科学应运而生,并且已成为自动化及其相关领域中一个新的研究方向。复杂系统的建模、控制与优化是当前控制理论界的一个研究热点。混杂系统(hybrid systems)作为一类数学模型描述不太繁杂的复杂系统,是当前在理论上探索复杂系统的一个重要研究方向。

混杂系统是指同时包含连续时间动态系统(continuous-time dynamic systems)和离散事件动态系统(discrete event dynamic systems)及其相互作用的复杂系统,主要用于对复杂大系统的描述、分析及控制。

事实上,混杂系统的例子在日常生活中随处可见,下面略举二例。

例 1.1 室内温控系统^[1]。该系统有两个离散模态:开和关,而且相应于这两个离散模态的连续动态是各不相同的。若室内的温度低于设定温度,则合上开关,从而升温动态被激活。另一方面,若室内的温度高于设定温度,则断开开关,此时降温动态被激活。显然,当装置处于两个不同的状态时(加热或者降温),系统自然就对应了两个不同的子系统,从而整个系统也就在两个不同的子系统之间来回发生切换。

例 1.2 三罐系统,如图 1.1 所示。

液体经一个控制口流入 tank1,再从 tank1 中流出,经一个切换开关选择流向 tank2 或 tank3 后再流出。

设 tank1 的注入速率为 λ , tank1、tank2、tank3 的液面高度分别为 x_1 、 x_2 、 x_3 , 流出速率分别为 k_1 、 k_2 、 k_3 , 液体的流入或流出速率与液面高度均成线性关系。则当开关指向 tank2 的时候,液面高度的变化可由下式描述:

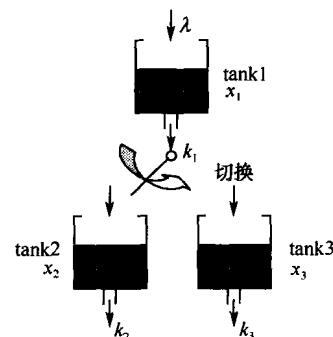


图 1.1 三罐系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ k_1 & -k_2 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

当开关指向 tank3 的时候,液面高度的变化可由下式描述:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 \\ k_1 & 0 & -k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

上述例子是化工过程中常见的液面控制的简化。其特点是根据切换开关的不同,整个系统的结构参数和模式将会变化,因此必须分情况用两个运动方程来描述。对这样的系统进行液面控制,仅仅调节 tank1 的注入速率 λ 是不够的,还必须对注入 tank2 和 tank3 两个罐子之间的切换开关进行控制,才能取得满意的控制效果。

切换系统(switched systems)是从系统与控制科学的角度来研究混杂系统的一类重要模型,是目前混杂系统理论研究的一个国际前沿方向。一般来说,切换系统是由一族子系统和描述它们之间联系的切换规则组成。每个子系统对应着离散变量的一种取值,子系统之间的切换表示离散事件动态。

由于切换的引入,系统的动态发生了很大的变化。先看以下两个示例。

例 1.3^[2] 考虑如下系统: $\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t)$, $x \in \mathbb{R}^2$ 是系统的连续状态, $\sigma(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \{1, 2\}$ 表示分段常值切换信号, σ 的每一次变化对应于一次切换。子系统参数为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 10 \\ -100 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 100 \\ -10 & -1 \end{bmatrix}$$

如果选取系统的切换规则为

$$\sigma = \begin{cases} 1, & x_1 x_2 < 0 \\ 2, & x_1 x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

容易验证, $\dot{x} = A_1 x$ 和 $\dot{x} = A_2 x$ 都是稳定的。但是由于切换规则(1.3)的选取不当,整个系统却是不稳定的。取初始状态 $x(0) = [1 \ 0]^T$, 则其相平面图如图 1.2 所示。

例 1.4 考虑形式与例 1.3 类似的系统 $\dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t)$, $x \in \mathbb{R}^2$ 是系统的连续状态, $\sigma(\cdot): [0, +\infty) \rightarrow \{1, 2\}$ 表示分段常值切换信号。子系统参数为 $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & -10 \\ 100 & 1 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -100 \\ 10 & 1 \end{bmatrix}$ 。如果选取切换规则为

$$\sigma = \begin{cases} 1, & x_1 x_2 < 0 \\ 2, & x_1 x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

容易验证, $\dot{x} = A_1 x$ 和 $\dot{x} = A_2 x$ 都是不稳定的。但是由于切换规则(1.4)选取得当,

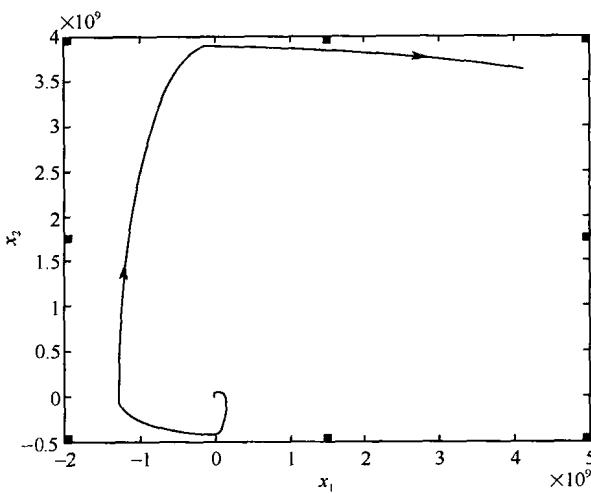


图 1.2 系统相平面图

整个系统就是稳定的。

例 1.3 和例 1.4 考虑的都是子系统具有相同维数的情况,这是因为在许多实际例子当中,切换对应的是系统参数的改变,维数并不发生变化。因此本书只讨论子系统维数相同的情况。对于那些子系统维数不同的情况,可通过扩充维数的方法将子系统都扩充为维数较高的同维数系统进行研究^[3],但是这种方法往往伴随着切换时系统状态的跳变,本书没有对这样的系统进行研究。

从上述两个例子中可以看到:即使是两个稳定的子系统,如果切换规则选取不当,就将导致整个系统的不稳定;而两个不稳定的子系统,如果通过适当的切换规则,也可以构成一个稳定的系统。这表明切换系统与以往研究的单纯的连续系统或离散系统间有很大的不同,切换规则的引入使系统的动态行为大为丰富,使用得不好会对系统产生极其不良的影响,反之,使用得当的话,则会为控制带来很大的方便,因此有必要对其进行深入的研究。

1.2 切换系统的现状研究

从国际、国内的研究动向来看,混杂系统的研究正日益受到广泛的关注。近年来在重大的国际国内学术会议(CDC/IFAC World Congress/ECC/ACC/CCC)上均保持有多个混杂系统的专题。许多国际权威杂志也都相继出了混杂系统专刊^[4~8]。著名的专题会议 HSCC(Hybrid Systems: Computation and Control)截至 2006 年上半年已举办了 9 届。2003 年,IFAC 将原专题会议 ADPM(Automation of Mixed Processes, ADPM 为其德文简写)更名为 ADHS (Analysis and Design

of Hybrid Systems)。2000 年,国际上创办了第一份混杂系统的专业杂志——*International Journal of Hybrid Systems*,并于 2006 年更名为 *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems and Applications*;2004 年又创办了第二份混杂系统的专业杂志——*International Journal of Hybrid Intelligent Systems*。

除此之外,世界上许多国家的大学和科研机构中都成立了关于混杂系统理论与应用的研究小组,并形成自己的研究特色。比较著名的国外大学包括 University of California(Berkeley)Stanford University(Santa Barbara)University of Notre Dame、Delft University of Technology、Hamilton Institute-National University of Ireland 等。这些大学中均开设了有关混杂系统的理论与应用的课题,面向控制理论与工程和计算机科学等专业的研究生和本科生讲授。比较有代表性的科研机构有以下几个:Swiss Federal Institute of Technology 的以 Morari Manfred 为代表的 The Hybrid Systems Group^[9],University of Florence 的以 Alberto Bemporad 为代表的 Control and Optimization of Hybrid and Embedded Systems(COHES) Group^[10],University of Pennsylvania 的以 Rajeev Alur、George Pappas 为代表的 Hybrid Systems Group^[11],University of Notre Dame 的以 Panos Antsaklis 为代表的 The Interdisciplinary Research Group on Intelligent Systems(IRIS)^[12],University of California(Berkeley)的以 Henzinger 为代表的 Center for Hybrid and Embedded Software Systems(CHESS)^[13],Chalmers University of Technology 的以 Bengt Lennartson、Stefan Pettersson 为代表的 Automatic Control Group^[14],Stanford University 的以 Tomlin 为代表的 Hybrid Systems Laboratory^[15]等。

国内对混杂系统的研究比国外相对晚一些,但也取得了很多理论和应用上的成果。国内研究混杂系统的大学和科研机构主要有北京大学^[16]、清华大学^[17]、东北大学^[18,19]、上海交通大学^[20,21]、浙江大学^[22]、东南大学^[23~26]、中国科学院自动化研究所^[27]、华南理工大学等^[28,29]。总体来说,国内对混杂系统的研究主要偏重于控制科学方面。

这说明国际、国内控制界对混杂系统的研究兴趣越来越浓厚。混杂系统的建模、控制与优化已成为当前控制理论界研究的热点。

切换系统是从系统与控制科学的角度来研究混杂系统的一种重要模型,是目前混杂系统理论研究的一个国际前沿方向。近年来在国际、国内受到越来越广泛的关注,如 2004 年的 ACC 会议有四个讨论组均为切换系统,2004 年的 CCC 会议和 2005 年的 CIAC 会议专门开辟了切换系统讨论组,在众多国际权威学术期刊(如 *IEEE Transaction on Automatic Control*,*IEEE Transaction on Circuits and Systems-I*,*Automatica*,*Systems & Control Letters*,*International Journal of Control*,*Journal of the Franklin Institute*,*International Journal of Hybrid Systems*,*International Journal of Hybrid Intelligent Systems*)上更是经常发表

有关切换系统方面的文章。

切换系统一般是由一族子系统和描述它们之间联系的切换规则组成。每个子系统对应着离散变量的一种取值，子系统之间的切换表示离散事件动态，因此切换系统可看成一类将离散变量描述进行合理简化的混杂系统。

“切换”作为一种控制思想，很早就引入到控制理论中。在经典控制理论中，为解决非线性系统出现的周期性振荡，特别是伺服系统的稳定问题，提出了开关伺服系统，即包含有继电器的伺服系统，简称继电系统。这种开关系统的一个最大优点是用非常简单的“开”与“关”操作来完成。这是“切换”作为一种思想最早被引入到控制系统中。

在 20 世纪 50 年代初期，在航空航天领域中，为节省宝贵的燃料，提出了时间最优控制和时间-燃料最优控制问题。著名的 Bang-Bang 控制原理给出的最优解的形式就是一个分段常值型的函数，其特点是控制量在可控输入上下边界值之间跳变。Bang-Bang 控制本质上也可以归类为继电型控制系统，但其中由于提出“切换面”的概念，所包含的“切换”思想更加明显易见。

受继电系统的相平面方法启发而建立发展起来的一种强有力的方法——变结构控制系统，采用了“切换”作为其基本思想。变结构控制理论，本质上是一种控制系统的综合方法，它通过将一个高阶系统分解成若干低阶系统，降低了问题的求解难度，人为制造切换，达到控制的目的。如今，变结构控制理论的研究仍然很活跃。

为了提高系统的可靠性，使得系统能够在某种故障条件下仍能够继续工作，特别是在控制器单元失效的情形，采用了所谓多控制器 (multiple controller) 思想^[30]。在这种理论中，对同一受控对象，需要设计多个控制器备用，受不同条件的限制或发生不同的故障时，选择相应的控制器，使系统仍然保持正常运行。这里“切换”发生在多个控制器之间。

纵观上述，“切换”的思想主要体现在系统的控制与综合上。随着被控对象本身的结构参数和模式不再固定不变，传统方法变得无能为力，必须寻找处理这种对象复杂性的新方法，“切换”成为其中一种有效的工具。以“切换”的观点进行系统建模、分析和综合，就形成了切换系统理论。切换系统中的“切换”实际上不仅仅对应着控制器参数的改变，同时也包含了系统参数的改变。也就是说系统结构与参数的调整和改变也成为控制手段的一种。切换系统理论的提出和建立，一方面是适应生产实践发展的需要，另一方面也是控制理论自身发展的必然。与前面提到的 Bang-Bang 控制、变结构控制和多控制器控制相比，切换系统理论中的“切换”是更为复杂的，它既可体现在系统建模上，又体现在系统的性能分析、综合及控制器设计上。

目前，国际、国内控制界对切换系统的研究内容主要包括以下几个方面：切换

系统的模型描述、切换系统的性能分析和综合以及切换系统的工程应用研究等，下面分别阐述。

1.2.1 切换系统的建模

目前切换系统的建模方法有很多种，以下为其中两种较常用的建模方法。

一种模型可用下面的三元组^[31,32]表示： $S=(D, F, L)$ ，式中参数解释如下。

(1) $D=(I, E)$ 是一个表示切换系统离散结构的有向图。 $I=\{1, 2, \dots, N\}$ 为所有子系统的符号集， E 是有向集 $I \times I = \{(i, i) | i \in I\}$ 的子集，表示所有有效的离散事件。另外，离散事件集 E 是外部事件集 E_E 和内部事件集 E_I 的并， $E = E_E \cup E_I$ ， $E_E \cap E_I = \emptyset$ 。若事件 $e=(i_1, i_2)$ 发生，表示系统从子系统 i_1 切换到子系统 i_2 。

(2) $F=\{f_i : X_i \times U_i \times R \rightarrow \mathbb{R}^n | i \in I\}$ 表示连续子系统的动力学， f_i 表示第 i 个子系统的向量场 $\dot{x}=f_i(x, u, t)$ ，其中 $X_i \subseteq \mathbb{R}^n$ 、 $U_i \subseteq \mathbb{R}^m$ 分别表示第 i 个子系统的状态集和控制约束集合。

(3) $L=\{L_E \cup L_I\}$ 表示连续状态和切换方式间的逻辑约束，其中， $L_E=\{\Lambda_e | \Lambda_e \subseteq \mathbb{R}^n, \emptyset \neq \Lambda_e \subseteq X_{i1} \cap X_{i2}, e=(i_1, i_2) \in E_E\}$ 表示外部事件切换集，只有当 $x \in \Lambda_e, e=(i_1, i_2)$ 时，系统才有可能从子系统 i_1 切换到子系统 i_2 。 $L_I=\{\Lambda_I | \Lambda_I \subseteq \mathbb{R}^n, \emptyset \neq \Lambda_I \subseteq X_{i1} \cap X_{i2}, e=(i_1, i_2) \in E_I\}$ 表示内部事件切换集，当 $x \in \Lambda_I$ 时，系统从子系统 i_1 切换到子系统 i_2 ，事件 $e=(i_1, i_2)$ 被触发。

切换系统的另外一种模型是^[17,33]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_\sigma(x(t), u(t), \omega(t)) \\ y(t) = g_\sigma(x(t), \omega(t)) \end{cases} \quad (1.5)$$

其中， $x(t)$ 为系统的状态； $u(t)$ 为系统的控制输入； $y(t)$ 为系统的输出； $\omega(t)$ 表示系统的外部信号（如外部干扰等）； σ 表示取值于集合 $\bar{N}^{\text{def}}=\{1, 2, \dots, N\}$ ($N < \infty$) 的逐段常数信号； $f_i, g_i (i \in \bar{N})$ 为向量场。

切换系统模型的特点有：对许多的物理系统的建模比较方便，容易应用传统的系统控制理论，但是不能描述所有可能的离散事件行为，如不连续跳变和事件属性等。

无论采用切换系统的哪种建模方法，都要体现出系统中连续变量与离散变量的共存性，同时还要刻画出两者之间的相互作用。

1.2.2 切换系统的性能分析

1. 切换系统的稳定性分析

在系统性能分析中，切换系统稳定性研究开展较早，主要研究途径是借助于

Lyapunov 函数。稳定性结果主要可以分为两类:与切换序列有关的稳定性和任意切换序列下的稳定性。在前一类稳定性研究结果中,具有代表性的有以下三个: Peleties 等^[34]提出的类 Lyapunov 函数方法(Lyapunov-like functions)、Branicky^[2]提出的多 Lyapunov 函数方法(multiple Lyapunov functions)、Hou 和 Ye^[35,36]提出的弱 Lyapunov 函数法(weak Lyapunov-like functions)。这些方法在理论上较以前 Liberzon 等^[37]提出的公共 Lyapunov 函数法降低了保守性,但需要实时比较 Lyapunov 函数大小,实际应用仍有一定局限性。对于任意切换序列下的稳定性,由于切换规则及切换时刻的不确定,这一问题讨论起来非常复杂。Shorten 等^[38]以及 Ooba 等^[39]给出了子系统具有某些特殊性质的切换系统任意切换序列下稳定的充分条件。Agrachev 等^[40]和 Zhai 等^[41]提出的 Lyapunov 代数稳定性准则,分别建立了任意切换和特定切换序列下系统稳定的充分条件。Cheng^[42]则使用 Lyapunov 代数、Lyapunov 群研究了这一问题,给出了二次稳定的充要条件,但由于计算量大,该结果较难应用到高阶切换系统。另外,Sun^[43]提出了切换系统两种特有的稳定性:consistently stabilizable 和 pointwise stabilizable,分别描述了切换序列固定和切换序列可选情况下,初始值在一定范围内变动时,稳定性仍能保持的系统。

切换系统的稳定性分析,特别是线性切换系统的稳定性分析,是目前切换系统理论研究领域中取得成果最多的。

2. 切换系统的能控性、能观性分析

切换系统的能控性、能观性研究是切换系统分析的另外一个重要内容。Ezzine 等^[44]首先定义了周期性切换系统的能观性,给出能观性的充分必要条件,并依据对偶原理,给出周期性切换系统能控性的充分必要条件,进一步证明能控性等价于完全能控性,也等价于一致完全能控性,并推广到非周期性切换系统。同时指出系统完全能控等价于系统可镇定。Li 等^[45]研究参数不确定离散切换线性系统的鲁棒能控性和鲁棒能观性,不仅允许系统在切换时刻演变模式发生跳变,而且允许系统状态重新赋值。Blondel 等^[46]研究了能控性的判定复杂性问题,指出即使只有两种子模式,系统的能控性也是 N-P 难题。杨振宇^[47]给出了一个一般线性切换系统能控性的必要性条件和充分性条件。谢广明等^[48]针对子系统具有相同系统矩阵和不同输入矩阵的切换系统,给出了其能控性、能观性的充要条件,并推广到输入含有时滞和脉冲的切换系统^[49~51]。Stikel 等^[52]则给出了切换线性系统的能控性、能观性代数条件。Sun 等^[53]使用标准形变换法降低了切换系统能控集计算上的复杂度,运用循环不变子空间方法,给出了一类切换线性系统的能控可达性准则。大体上说,在切换系统分析研究中,有关稳定性和能控性、能观性的研究成果较为丰富,并渐成体系。

3. 切换系统的鲁棒性分析

Peterson 等^[54]在给出系统稳定性条件的基础上, 分析了稳定的鲁棒性, 指出在一定切换区域内, 系统的稳定性是鲁棒的, 特别给出了确定正常切换集合周围中的不确定区域的算法。Branicky^[55]提出了一个线性鲁棒性引理(linear robustness lemma), 用于分析切换系统的某些奇异扰动问题。Wang 等^[56]对一类离散状态存在不确定性扰动的切换系统进行了鲁棒稳定分析, 并针对离散状态不确定性扰动对系统的影响给出了切换控制及各个子控制器的设计方案, 保证了整个系统的鲁棒稳定性。谢广明等^[57]利用多项式插值的方法, 将切换线性系统的一般形式模型转换为矩阵系数多项式模型, 然后以矩阵奇异值为分析工具, 针对切换线性系统的切换规则不确定性, 讨论了系统渐近稳定的鲁棒性问题, 并给出了两个系统鲁棒稳定的充分性条件。

1.2.3 切换系统的综合

另外, 有关切换综合方面的研究也取得了一系列成果。Wicks 等^[58]提出了借助于系统凸组合研究切换系统的镇定问题; Skafidas 等^[59]提出了利用矩阵束的严格完备性概念, 得到被控对象已知的切换线性系统二次镇定的充要条件和对象中含有不确定性切换系统的鲁棒镇定性; Sun 等^[60]建立了存在二次可镇定切换策略的充分条件和算法, 文献[6]及其参考文献得到了在平面或仅有两个子系统的情形下的充要条件; Malmborg 等^[61]提出了最小切换策略(min-switch)镇定方法; Petterson 等^[62]给出了最小投影镇定方法。这些研究结果都是通过对子系统镇定并结合各子系统作用空间的合适划分来达到镇定切换系统的目的, 其前提是切换序列可以预先设定。而对于切换序列无法预知或预先设定的切换系统, Li 等^[63]证明了当子系统最小作用时间确定时, 总可以通过状态输出反馈来镇定切换系统; 赵军等^[64]研究了任意切换序列下的鲁棒镇定; 王泽宁等^[65]研究使用输出反馈镇定切换系统。以上两类切换系统镇定方法着重保证系统稳定, 没有考虑切换系统的动态性能。对于低阶切换线性系统, 也有学者采用分析的方法得到了一些结果, 如 Cervantes 等^[66]建立了存在二次可镇定切换策略的充分条件和算法, 特别在平面或仅有两个子系统的情形下, Cheng^[67]给出了二阶切换线性系统可镇定的充要条件。在假设子系统的稳定域(stable domain)覆盖状态空间的条件下, 设计了一类带有参数不确定和切换不确定的切换动态系统的鲁棒控制器^[68,69]。Xu 等^[70,71]讨论了二阶切换系统特征值不同分布下, 系统可稳的充要条件和鲁棒控制问题, 并初步涉及了切换系统动态性能分析问题。Macclamroch 等^[72]提出了利用混杂控制策略提高闭环系统静态及动态性能的一个基本理论框架, 但具体内容尚待充实完善。此外切换系统最优问题研究也取得了一系列的研究结果, 如 Bengea 等^[73]研

究了由两个子系统构成的切换系统最优和次优控制问题, Rantzer 等^[74]研究了切换系统的二次型指标最优控制问题。

1.2.4 切换系统理论的应用

切换系统模型存在于很多生产实践领域, 具有广泛的工程背景, 如汽车引擎控制系统、智能交通控制系统、电力系统、机器人控制系统、化工过程控制系统等。

(1) 汽车引擎控制系统^[75]: 在自动挡汽车中, 每个挡位对应于不同的传动比, 其对应的引擎的运动可视为不同的连续动态系统, 自动变速箱通过对车速、油门等状态信息的检测, 在各个挡位间进行切换, 以保证汽车以最大动力性和最佳经济性平稳舒适的运行。

(2) 智能交通控制系统^[76,77]: 在智能交通系统中, 城市交通模型分为区域性城市交通模型和实用交通路口模型。区域性城市交通模型可分为微观、中观和宏观三个层次, 以机理研究为主建立量化交通模型, 并与控制优化调度和虚拟仿真紧密结合。无论采用哪种层次的模型, 均可以用切换系统的方式建模。

(3) 电力系统^[78]: 大型电力网控制系统中, 有成百上千台机组同时工作, 每一个机组是一个连续动态模型。整个系统的稳定性要求是非常严格的, 系统动力学失稳将导致灾难性的后果。系统监测不同的机组, 对应不同的动态过程, 于是可以看成在多个甚至是大量的动态过程中的切换。这种切换可以是循环的, 也可以是自由选择的, 也可以被某一离散事件系统驱动。

(4) 机器人控制系统^[79]: 拟人机器人有多种基本的动作, 并要求对这些动作进行适当的组合, 以完成目标任务。机器人不同的基本动作对应不同的动态模型, 当机器人要完成一个连续动作的时候, 需经历多个不同的动态阶段, 于是可以用切换系统来描述整个的过程。

(5) 化工过程控制系统^[80]: 在化工和造纸等过程中, 其中的化学变化可视为连续动态过程, 而其控制(如加热、制冷、混合、缓冲等)往往对应于一些二值的开关, 在不同的控制开关组合下, 整个化工过程对应于不同的连续动态过程。

上述应用中有一个共同的特点, 即整个系统的结构参数和模式不固定, 系统的运动往往对应于多个运动模式, 无法用一个简单的运动方程来描述, 因此对它们的控制变得相当复杂, 单纯地采用针对连续系统的控制方法或针对离散事件系统的控制方法都无法得到良好的控制效果。

基于国内外的研究现状, 目前对切换系统研究在以下几个方面尚需深入:

(1) 对切换系统的本质理解有待深入。除了对切换系统的定义较为统一外, 对“切换”本质的研究、系统引入“切换”后对系统性能的影响程度及如何利用“切换”来改善系统性能, 如何建立系统便于控制设计的模型, 都是亟须解决的问题。

(2) 切换系统的 H_∞ 控制研究才刚刚起步, 有待进一步理解和深化。目前 H_∞ 控