

黑博士品牌标志

BLACK DOCTOR
黑博士考研信息工作室
WORKROOM BEIJING

黑博士考研 数学系列

2004年硕士研究生入学考试

数学最后30天冲刺

命题预测试卷——新典型800题

● 组 编 黑博士考研信息工作室

● 主 编 铁军 燕列雅 李强 (著名命题研究专家)

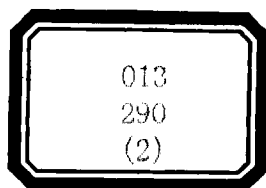


命题规律揭密+综合性典型题+重点预测800题

- 2004年考研数学最后30天冲刺权威经典预测800题
大胆预测2004年数学命题方向、重点、热点和频考点
- 优化精选最具代表典型性预测新试题800道
数学命题重点、典型题及2004年常考知识点之细化操作
- 理工焦点：积分中值定理、微分中值定理的综合性运用
经济焦点：极值的经济应用是2004年的命题新动向
- 大胆预测2004年考研数学命题的新特点、新重点、新难点
北京六大权威考研班核心重点密集强化训练及命题重点揭密

数学
四

黑博士考研数学系列



2004 年硕士研究生入学考试

数学最后 30 天冲刺

命题预测试卷

——新典型 800 题 · 数学四

(经济类 · 经典版)

组 编 黑博士考研信息工作室

主 编 铁 军 燕列雅 李 强 (著名命题预测专家)

世界图书出版公司

西安 · 北京 · 广州 · 上海

图书在版编目 (CIP) 数据

数学最后 30 天冲刺命题预测试卷. 数学四/ 铁军, 燕烈雅, 李强 主编

—西安: 世界图书出版西安公司, 2002.10

(黑博士考研数学系列)

ISBN 7 - 5062 - 5597 - 9

I. 数… II. ① 李… ② 铁… III. 高等数学—研究生—入学考试—试题 IV. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 074462 号

黑博士考研数学系列

数学最后 30 天冲刺命题预测试卷

——新典型 800 题 (数学四)

铁 军 燕烈雅 李 强 主 编

焦 毓 本 责任编辑

黑博士工作室 总 策 划

世界图书出版西安公司 出版发行

(西安市南大街 17 号 邮编: 710001 电话: 7279676)

新世纪印刷厂印刷

各地新华书店经销

开本: 787×1092 (毫米) 1/16 印张: 80.75 字数: 1200 千字

2003 年 9 月第 3 版 2003 年 9 月第 3 次印刷

ISBN 7-5062-5597-9/G · 78

Wx 5597 全套二册定价: 78.00 元

若发现黑博士系列图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题请拨打下面电话联系调换: (029) 4233161 4235409

关于2004年考研数学命题的几点重要说明

黑博士考研信息工作室

2003年9月于北京

1. 2004年考研数学教育部大纲新增考点、最新修订说明

2004年教育部考研大纲明确规定：数学一、二试卷高等数学部分，“函数、极限、连续”的考试要求的第10条作了修改，将“了解闭区间上连续函数的性质”改为“理解闭区间上连续函数的性质”，“一元函数微积分学”的考试要求的第5条作了修改，改为“会求隐函数和由参数方程所确定的函数及反函数的导数”。

数学二试卷高等数学部分增加“多元函数微积分学”内容，对其考试内容和考试要求作了规定。

数学三中概率与数理统计部分，“随机变量的联合概率分布”的第5条改为“求其简单函数的概率分布”。

数学四中概率论部分，“随机变量的数字特征”的第5条改为“了解切比雪夫不等式”。

调整了各卷种主、客观题的比例，选择题与填空题的比例由过去的30%增加到40%，解答题（包括证明题）的比例由过去的70%减少到60%。

根据试卷结构的调整，重新制定了样卷，增加两个选择题，选择题的总分为32分。减少一个解答题，解答题的总分为94分。

每一卷种中，整卷各种类型试题统一排序，序号为（1）～（23）。

2. 2004年数学试卷命题设计的七大关键要求和标准

- 一、**试卷长度**：题量适当，数学题量为23道（其中填空6道，选择8道，解答题、综合题、应用题和证明题9道），即“ $6+8+9=23$ ”型。
- 二、**考试题型**：主、客观性试题在试卷中的占分比例为94:56。主观性试题包括计算题、证明题。主观性试题在试卷中由9道大题考查，共计94分。客观性试题有填空题和选择题，填空题和选择题在试卷中各6道、8道，每题均为4分，共计56分。
- 三、**试题广度**：试题有较大的章节内容覆盖面。由于数学考试内容广泛，而考试时间有限（3个小时），一般要求保证重点章节被考查。作为研究生考试，注重考查能力，试题不追求面面俱到、节节有题。故而一定要突出重点，重点突破！！
- 四、**试题深度**：试题以考查数学的基本概念、基本理论和基本方法为主，在此基础上注重考查考生的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力和综

合运用所学的知识分析和解决问题的能力。

五、**试题难度**：试卷中尽量避免出现过难或过易的试题，试题难度一般在 0.3 至 0.8 之间，区分度在 0.3 以上。试题的排列顺序遵循先易后难、先简后繁的原则，使考生尽可能发挥水平。

六、**填空题**主要用于考查三基以及数学重要性质，一般不出成省去解答过程的大计算题，以中等难度的试题为主。**选择题**主要考查考生对数学概念、数学性质的理解并能进行简单推理、判定和比较，一般不出成纯粹的计算题。

七、**综合题**考查的知识点之间是有机的结合，避免纯粹人为和机械的知识叠加。应用题一般结合与考生专业相关的背景知识。

3. 2004 年考研数学填空题、选择题、解答题和证明题的核心考查目标和高分对策建议

值得一提和特别强调的是，2003 年可称为“考研数学元年”，数学卷面总分增加了 50 分，考试内容和考试要求基本没有太大本质性变化，题数也基本没变（增加了两道客观题，一道填空题，一道选择题），增加的只是每道题的赋分值。从本质上来讲，等于送给每个考生 50 分的分数！对于数学基础中级以上或较好的同学来说，无疑是一个重大利好消息！同时亦暗示出与往年相比数学对所有考生的极端重要性！

填空题考查的目标主要是考查考生在三基以及重要数学性质方面掌握的情况，从认知的角度看，这些题可分为识记、理解、掌握和简单应用三个层次，但从难度上看是以中等难度为主，同时由填空题也可了解同学在简捷、准确运算能力以及简单推理方面的情况。

选择题主要用于考查考生对数学概念、性质、方法的理解与掌握程度，从理论上讲选择题可以考核各层次的知识 and 能力，但现阶段主要考查的是中低层次，了解考生在简单推理、比较以及判别能力方面的情况，同时，也可以了解考生在一些常见的概念性、方法性错误方面的状态。

解答题和证明题是数学考试的主要题型，是对考生三基以及数学能力、水平的一个全面评估。通过解答题可考核考生对数学的基本原理、方法、公式和定理掌握及熟练运用的程度，可考查运算能力、抽象概括能力、数学建模解决实际问题的能力，而通过证明题可了解考生对数学主要原理、定理理解和掌握的程度，考查逻辑推理能力。总之，解答题和证明题有一定综合性，是考研数学拉开分数差距的关键！需高度重视！

根据题型的考核要求，我们知道无论是填空题还是选择题，每个题涉及的知识点不会很多，计算的复杂性不会太高（有的题可能含有简便方法），综合性也不会特别强，推理亦相对简单，这些题应当做好。但另一方面，一份试卷中安排填空题与选择题必然加大了总题量，因而也就增加了考核的知识点，扩

大了考试内容的覆盖面,因此考生在备考阶段一定要全面系统复习,不能有所偏废,要重视三基,防止眼高手低,华而不实,把基础打扎实了。考试时从填空题入手,由于题目难度适中,会有利于缓解考试时紧张的心情,开头顺了更便于发挥水平,但切记要突出重点并做典型题!

4. 2004 年数学一、二、三、四试卷结构、题型及分数比例

		2003 年数学一	2004 年数学一
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 60%	约 90 分 / 150 = 60%
	线性代数	约 20%	约 30 分 / 150 = 20%
	概率论与数理统计	约 20%	约 30 分 / 150 = 20%
题 型 比 例	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道=32 分
	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

		2003 年数学二	2004 年数学二
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 77%	约 80%
	线性代数	约 23%	约 20%
题 型 比 例	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道=32 分
	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

		2003 年数学三	2004 年数学三
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 50%	约 75 分 / 150 = 50%
	线性代数	约 25%	约 37.5 分 / 150 = 25%
	概率论与数理统计	约 25%	约 37.5 分 / 150 = 25%
题 型 比 例	填空题与选择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道=32 分
	解答题(包括证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

		2003 年数学四	2004 年数学四
题分及考试时间		试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟	试卷满分 150 分, 考试时间为 180 分钟
内 容 比 例	高等数学	约 50%	约 75 分 / 150 = 50%
	线性代数	约 25%	约 37.5 分 / 150 = 25%
	概率论	约 25%	约 37.5 分 / 150 = 25%
题 型 比 例	填空题与选 择题	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分	填空题: 6 道 $\times$ 4 分/道=24 分 选择题: 8 道 $\times$ 4 分/道=32 分
	解答题(包括 证明题)	10 道题共 102 分, 占 68%	9 道题共 94 分, 占 60%

5. 考研数学高分总公式、高分经验及经典资料的标准

需要明确的是: 在当前激烈的考研竞争中, 对于数学基础较好或具有中高级以上水平的同学而言, 做一定数量的典型题是成功的关键。也就是说, 数学要想考高分, 除过做典型题, 再没有其它的秘诀或捷径, 这是多年来的高分经验总结, 亦是多数考研辅导专家的共识!

特别推荐《考研数学新典型 1000 题精选》、《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》和《数学考点·重点·难点复习指导及预测》, 以上资料题目具有一定代表性、典型性、预测性、综合性, 谨慎建议, 提醒注意!!

在当前考试辅导用书品种数量众多、优劣并存的情况下, 考生选择考试辅导用书必须客观、冷静、理性、慎重。针对性强、质量过硬的参考书不仅取决于作者是否具有丰富的教学经验和辅导经验, 而且取决于作者能否准确把握考试方向、高度凝炼考试重点、精辟透彻考试难点、巧妙攻破考生弱点, 同时取决于作者能不能精编出一定量高效度、高信度的练习题目等诸多方面的能力以及对广大读者的高度责任心。

6. 关于《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》的主要内容简介问题

这本《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》主要包括:

- 权威的资料+科学的研究=鲜为人知的可靠结论
[独家揭密] 最新·常考知识点统计·分析·预测及命题规律
- 2004 年考研数学最后 30 天冲刺权威经典预测 800 题
大胆预测 2004 年数学命题方向、重点、热点和频考点
- 2004 年数学大纲新增核心内容及高分对策与技巧

优化精选最具代表性典型性预测新试题 800 道

- 数学命题重点、典型题及 2004 年常考知识点之细化操作
2004 年考试大纲核心重点密集强化训练及命题重点揭秘
- 数学命题重点、难点、热点预测及典型 200 题
北京六大权威考研班特别推荐之核心模拟及讲稿
- 精选考研数学高分密集强化专项练习典型题 100+100 道；
理工焦点：积分中值定理、微分中值定理的综合运用；
- 大胆预测 2004 年考研数学命题的新特点、新重点、新难点；
经济焦点：极值的经济应用是 2004 年的命题新动向；
- 浓缩提供 2004 年快速击破考研数学之弱点及障碍的高分技巧；
有重点有针对性地精解精析答题技巧、思路和方法。

7. 关于本书作者和本书在考研数学研究独创方面的问题

值得一提的是，本书的几位作者具有多年的考研辅导经验，具有多年的高等数学、线性代数、概率论的教学经验和考研数学辅导实践，理论功底深厚，教学经验丰富，研究水平高，辅导效果比较显著，是全国闻名的考研数学方面的少数“实力派专家”之一，亦是全国少有的几位命题预测专家之一。

作者全面深入地研究了近年来考研命题的规律及新特点，分析了历年考研试题的常考知识点分布及难易程度，并结合作者多年来考研数学阅卷的经验以及 8 年来全国各大城市“考研班辅导的经验”，根据 2004 年最新考试大纲的考试内容、考试要求及试卷结构精心编写了这本实战训练复习指导——《数学最后 30 天冲刺命题预测试卷—新典型 800 题》（其中含有命题预测及重点题）。

本书注解详尽细腻透彻，关键考点注解分析到位；题目提问方式灵活，迷惑性强，题型考点新颖广泛；选题难度较高，题目难度高于真实考题；书中的典型题分析针对性非常强，技巧方法讲解有理有据；高分对策分析透彻全面，典型练习选编紧扣考试大纲要求。因而，完全有理由相信一定会成为数学学习者提高考研数学成绩的必备工具，成为考研应试者和数学爱好者不可多得的良好良师益友。我们深信此书是一本极具参考价值的考研数学命题预测复习用书！

“苦干加巧干，方法加实践”，这就是成功的秘诀。衷心祝愿大家在 2004 年的研究生入学考试中取得优异成绩，顺利跨入 21 世纪研究生的行列！

黑博士考研信息工作室

2003 年 9 月于北京

特 别 声 明

●本套丛书作者多数为北京大学、清华大学、中国人民大学、北京航空航天大学、北京师范大学、首都经贸大学、北京工商大学、西安交通大学、西北工业大学、复旦大学、同济大学、上海交通大学、华南理工大学、南京大学、浙江大学、武汉大学、四川大学、西北农林科技大学的“中青年实力派”考研辅导重量级权威教师。

●本套丛书在整体编写、选题策划、体例制定、编创队伍建设、市场推广等诸多方面得到了北京大学考研班、清华大学考研班、中国人民大学考研班、黑博士培训学校、北京导航考研、北京海文考研、上海精英考研、济南高联考研、长沙博闻考研、西安交大 10 教授考研等全国著名大型权威考研班的大力支持，特此鸣谢！

●本套丛书著者均属“考研实力派”，多数直接参加过多年研究生入学考试的命题工作、题库建设和主持过多年考研阅卷工作，洞察和深谙命题规律，教考经验独特，著作难度高于考题；本套丛书汇集著者多年考研辅导经验和考研辅导实践之最新成果，针对性强、信息量大、方向感强、预测命中率高！

●该套丛书自出版以来，以其出人意料的独特效果受到全国广大考生的热烈欢迎与强烈拥戴，产生强烈反响。在此对为我们提供资料和信息辅导老师表示衷心的感谢和最崇高的敬意！

●最后，诚祝考生复习顺利，考研成功！“从绝望中寻找希望，人生终将辉煌”！

黑博士考研信息工作室
2003 年 9 月于北京

此表适合报考本专业的考生，跨专业考生可根据具体情况变动。此表还可时刻提醒你按时完成复习内容，不致由于内容准备不足或复习不完而导致考研失利。

考研四轮复习高分方案（往届考生 420 分高分经验，特别推荐）

进度阶段（轮）	月份安排	时间比例	主要目的和任务	主攻课程方向
第一轮	3~6月	10%	明确命题重点，针对命题规律	数、英、政
第二轮	4~9月	70%	重点深入复习，奠定高分基础	数、英、政
第三轮	9~11月	10%	重温重点难点，总结拔高整理	开始专业课
第四轮	11~1月	10%	最后强化冲刺，预测模拟押题	做题押题训练

●高分经验关键之三：高分战略安排（“四门功课战略法”）

考研复习高分四门功课时间分配方案

科目 方案	数学	英语	政治	专业基础课	
I	35%	30%	30%	15%	
II	30%	25%	20%	25%	
III	20%~30%	20%~30%	15%	20%~30%	10%~15%

考研高分难度系数控制法·目标分数控制法·四门功课战略法

项目控制 科目	数学	英语	政治	专业基础课	
难度系数分配法	1.7	1.5	1	1(1.5)	
理想的目标分数区域（分）	95-115	65-75	80-85	120-135	
单科不合格概率	35%	35%	20%	10%	

在每年的分数公布总表中，考生总分已过线，仅因一门课不合格而落榜的人不计其数。我们看到许多考生的某些单科成绩在 90 分以上，总分也已上线，但因某门单科成绩不合格而功败垂成，使一年的辛劳付诸东流。究其原因仅是没有采取五门功课均衡复习战略，加强了自己的特长科目而忽视了自己的弱项科目，使长腿更长而短腿更短所致。前车之鉴，后事之师，切望引起考生高度重视。

●高分经验关键之四：考研是必然趋势，早动手早准备多一份成功 大学生在面对就业难这一状况的同时，一个明显的趋势是在校学生选择了一条回避就业的道路——报考研究生。就连刚入校一年的新同学，也已将四年后考取研究生作为大学本科四年的终极目标。据反映，北京各高校今年准备考研的人在一些学校高达 70%~80%，相对于就业压力来讲，考研的竞争压力也着实不轻。

“考研是一个趋势，将来的社会对人才的要求高了，‘同时自己也感到本科四年学的东西太少，与其工作后七证八证地考，不如利用学校的环境多学点儿。再说，真的考上了，躲一躲现在的就业高峰也好。”北京航空航天大学材料与工程专业的一位应届考生这样说。

即便是分配形势看好的北航计算机专业，也有过一半的同学在准备考研。一位同学认为：“如果要把计算机当成工具使用，我们现在的知识足够了，但是这样的人才在社会上太多了。只有真正把计算机作为一个专业，把自己培养成一个专门人才，才能有更广阔的发展空间”。

“我们公司是技术性很强的实业公司，本科毕业的学生搞技术开发，无论是理论知识还是实际能力都还不够，所以我们公司决定招收硕士生和博士生，而减少招本科生。”珠海某公司技术经理如是说。

“现在我公司本科生很多，而硕士、博士很少，希望能招收高学历的硕士和博士来充实公司的技术力量，增强公司的竞争力。21 世纪是科技、人才竞争的世纪，我们得适应这种趋势。”深圳某公司总经理如是说。

●高分经验关键之五：资料的选择和准确的信息（参见封四排行榜和“北京考研信息快报”）

总之，信息+方法+资料+时间+计划+均衡+信心+刻苦=成功的基础，只要你做到以上八个方面，我们坚信你已成功一半（参见热门考研网站 <http://www.21ky.net>）。诚祝复习顺利，考研成功！

2004 年考研高分经验五大核心内容

——来自北京大学、清华大学、中国人民大学八位 400 分以上的高分考生的声音

● 高分经验关键之一：高分复习方法

政治 A. 高分复习方法建议：①紧扣考点、重点、难点，明晰重点章节。多年经验表明，各科的重要考点一般占其大纲的 70% 左右；②依据考试大纲，把握每门课程的特点和考点；③把记忆和理解结合起来，把重点深入和全面复习结合起来；④总体要求是：掌握重点，全面复习，联系实际，学会运用。或者说，找考试点，懂考试点，记考试点，会考试点。

B. 核心注意事项：首先，高度重视教育部社政司指定的五本考研指定新教材（地方院校教材内容过于陈旧），尤其是《邓小平理论概论》、《毛泽东思想概论》和《当代世界经济与政治》；其次，紧扣陈志良《政治复习高分核心指导》和北京权威辅导班录音磁带；再次，注重分析问题和解决问题能力的培养；还有，注重强化三种题型：辨析题、分析论述题和分析材料题；最后，遵循“多看几遍的原则”，全面类辅导书至少过三遍，以两本权威辅导书为核心，其余资料作为辅助。总之，政治复习的最大特点是需多看几遍，不少于三遍！重在理解和记忆！政治复习前期需宏观把握，中期靠微观把握，后期靠押题、靠信息！！

C. 高分考研 A 级资料：《政治考点·重点·难点复习指导及预测》（黑博士）+《政治复习高分核心指导》（陈志良、陈先奎）+《政治 7-8 月全程内部讲稿》（黑博士）+《政治理论复习指导》（学生司）+北京考研班磁带+黑博士背诵版（A、B、C）+最后 30 天冲刺预测卷（黑博士）+12 月中旬 3 套密押卷。

英语 A. 高分复习方法建议：①熟悉测试考点、重点、难点是前提；②实施分项复习是条件：词汇·阅读·听力·作文；③扩大词汇量是基础；④阅读理解是关键；⑤听力和作文要重视；⑥模拟训练是总结。

B. 核心注意事项：首先，明晰英语各项复习重点、复习方向及复习方法；其次，英语复习需保持一定的难度；再次，英语词汇量需达到 7 000~10 000；还有，大量的阅读理解专项训练是十分重要的；最后，需大量的预测模拟套题训练（30 套左右预测试卷）。总之，英语需要分项复习，需要成套预测题！

C. 高分考研 A 级资料：《英语考点·重点·难点复习指导及预测》（郭崇兴）+《阅读理解 120 篇》（郭崇兴）+词汇（李养龙/李阳）+《阅读理解 240/200 篇》（郝克琦/王建华）+听力（郝克琦/江庆心/李庆明）+《最新英语知识运用》（黑博士/曹浩轩）+《高分作文 20 天突破》（袁锡兴/常虹）+《英译汉长难句突破》（胡小平/孙瑜/黑博士）+磁带+最后 30 天冲刺预测卷（黑博士/刘启升）+12 月中旬密押试卷。

数学 A. 高分复习方法建议：①紧扣考点、重点、难点，抓典型题，全力突破重点章节是前提。具备此前提可大大提高全面复习的速度和效率，增强复习的针对性，大量节约宝贵的复习时间。②把握重点，全面复习。首先要对概念、定理和公式进行系统复习，在此基础上对重点和难点部分作重点复习。③掌握基础，灵活运用。复习时要注意掌握基本概念、基本方法，要注意定理和公式成立的条件、应用范围及变形，在理解的基础上灵活运用。近几年来综合性试题越来越多，考生要特别注意。④熟悉试题类型，并做大量有一定难度的练习题。通过做高水准预测题或模拟题来发现自己的缺点和弱项，及时调整复习方向。黑博士预测试卷，含有重要内幕信息，往往能押中题目，应届生应高度重视。

B. 核心注意事项：首先，抓住考点、重点、难点；其次，紧扣高应才、黄先开、李正元、范培华等名家所著考研辅导书；再次，突击重点章节，重点题型；最后，遵循题海战术，进行大量的预测题训练。总之，数学需要大量做题，其诀窍就是做，做，做！切勿眼高手低，只看不做！

C. 高分考研 A 级资料：《数学考点·重点·难点复习指导及预测》（铁军）+《数学高分复习速成指南》（高应才）+《考研数学新典型 1000 题》（黑博士）+《数学冲刺新典型 120 题（押题版）》（黑博士·浓缩版）+北京考研班 VCD 光盘+最后 30 天冲刺预测试卷（黑博士/铁军）+12 月中旬 3 套密押试卷。

● 高分经验关键之二：高分四轮复习方案

高分复习进展计划建议

预备复习阶段				
*3 月、4 月（启蒙期、关键期 I）	数 学(40%)	英 语(40%)	政 治(20%)	
5 月、6 月（起步期）	数 学(40%)	英 语(40%)	政 治(20%)	
正式复习阶段				
*7 月、8 月（关键期 II）	政 治(20%)	数 学(40%)	英 语(40%)	
*9 月、10 月（关键期 III）	政治(20%)	数学(30%)	英语(30%)	专业 1(10%) 专业 2(10%)
11、12、1 月（成长、整理期）	政治(20%)	专业 1(20%)	专业 2(20%)	数学(20%) 英语(20%)

2004 年全国硕士研究生入学考试
数学最后 30 天冲刺·命题预测试卷·新典型 800 题

数学(四)

试卷密码:

试卷密码:

此密码考生不得填写

考试科目 数 学 (四)

题号	得 分	评 卷 人
一		
二		
三(15)		
三(16)		
三(17)		
三(18)		
三(19)		
三(20)		
三(21)		
三(22)		
三(23)		
总分		

注意:此半页考生不得填写

准 考 证 编 号

考 试 科 目

报考学科、专业

报考研究方向

报 考 单 位

注 意 事 项

1. 以上各项除试卷密码之外必须填写清楚。
2. 答案必须写准确、清晰,必须写在试卷上。
3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
4. 草稿纸另发,考试结束,统一收回。

2004 年全国硕士研究生入学考试 数学最后 30 天冲刺·命题预测试卷·新典型 800 题

数学四 黑博士命题预测试卷(一)

——北京大学数学考研班命题预测信息及精华浓缩

黑博士考研信息工作室
2003 年 9 月于北京

高分经验警示:在当前激烈的考研竞争中,对于数学基础较好或具有中高级以上水平的同学而言,做一定数量的典型题是成功的关系,也就是说:“数学要想考高分,除过做典型题之外,再没有其它的秘诀或捷径!”

提醒特别注意:此部分题目具有一定的代表性、典型性、预测性、综合性,特别推荐!在 2003 年考研中,本书中 48 道题相似或命中考题中非客观题(大题)32 道(次),其中数学一,10 题 136 分;数学二,9 题 124 分;数学三,11 题 142 分;数学四,9 题 120 分。

黑博士锦囊妙计:命题试卷中题目前带※者为 2004 年重点预测之典型题。

此部分题目具有一定代表性、典型性、预测性、综合性,特别推荐!

得分	评卷人

一、填空题(本题共 6 小题,每题 4 分,满分 24 分.把答案填在题中横线上)

※(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1 + \frac{1}{x^2} \sin x}{\left(1 + \cos \frac{1}{x}\right) \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

※(2) 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} \int_0^{x^2} (1+t) e^{t-x^2} dt = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) $\iint_{|x|+|y| \leq 1} |xy| dx dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

※(4) 设 A, B 均是 n 阶矩阵,且 $|A|=2, |B|=-3$,则 $||A^*|B^{-1}| = \underline{\hspace{2cm}}.$

※(5) 已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 1, -1, 2, 相应特征向量为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 记 $P = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$, A^* 为 A 的伴随矩阵,则 $P^{-1}A^*P = \underline{\hspace{2cm}}.$

(6) 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布,则数学期望 $E(X + e^{-2X}) = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分	评卷人

二、选择题(本题共 8 小题,每题 4 分,满分 32 分.每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

※(7) 设 $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5, f(\pi) = 2$, 则 $f(0) = (\quad)$

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 大于 3.

(8) 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\sqrt{x+3}-2} = 2$, 则 $f'(1)$ 等于 ()

- (A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$

※(9) 设 D 是矩形域: $0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi$, 则二重积分 $\iint_D \max\{x, y\} \sin x \sin y dx dy$ 为 ()

- (A) π (B) $\frac{5}{4}\pi$ (C) $\frac{5}{3}\pi$ (D) $\frac{5}{2}\pi$

(10) 设函数在 $(-\infty, +\infty)$ 内有意义, $x_0 \neq 0$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 则 ()

- (A) x_0 必是 $f(x)$ 的驻点 (B) $-x_0$ 必是 $-f(-x)$ 的极小值点
(C) $-x_0$ 必是 $-f(x)$ 的极小值点 (D) 对一切 x 都有 $f(x) \leq f(x_0)$

(11) 设 $f(x)$ 是连续函数, 则 $\int_0^1 dx \int_0^x f(x-y) dy$ 等于 ()

- (A) $\int_0^1 dy \int_0^y f(x-y) dx$ (B) $\int_0^1 (1-x)f(x) dx$
(C) $\int_0^1 dy \int_y^0 f(x-y) dx$ (D) $\int_0^1 xf(x) dx$

(12) 设 $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, $P_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 则 $P_1 A P_2$ 等于 ()

- (A) $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} - a_{13} \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} & a_{32} & a_{31} \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} a_{13} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} - a_{13} & a_{32} - a_{12} & a_{31} - a_{11} \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} a_{13} - a_{11} & a_{12} & a_{11} \\ a_{23} - a_{21} & a_{22} & a_{21} \\ a_{33} - a_{31} & a_{32} & a_{31} \end{bmatrix}$

(13) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 X 服从参数为 λ 的泊松(Poisson)分布, 随机变量 Y 服从参数为 θ 的指数分布, 且 $E(X-1)(Y-2) = 2$, 则必不成立的是 ()

- (A) $\lambda = -1, \theta = 1$ (B) $\lambda = 2, \theta = 4$ (C) $\lambda = 1, \theta = 1$ (D) $\lambda = -2, \theta = \frac{4}{3}$

(14) 100 件产品中有 3 件优质品, 每次抽取一件, 不放回, 则第三次抽到优质品的概率 p 为 ()

- (A) $p = 0.03$ (B) $p \neq 0.03$ (C) $p > 0.03$ (D) $p < 0.03$

※三、解答题(本题共 9 小题, 满分 94 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

得分	评卷人

(15) (本题满分 8 分)

计算积分: $\int \frac{dx}{x - \sqrt{1+x^2}}$.

得分	评卷人

※(16) (本题满分 9 分)

设函数 $Z = Z(x, y)$ 是有二阶偏导数, 且

$$Z\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2}\right) = \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)^2,$$

验证当 $W = Z^2$ 时, W 也满足类似的等式, 即

$$W\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) = \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2.$$

得分	评卷人

※(17) (本题满分 9 分)

设 D 是由 $y = (2 - x)^2$ 与 $y = 2 - x$ 所围成的平面封闭区域, 试求 D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.

得分	评卷人

(18) (本题满分 8 分)

证明: (1) $x < \tan x < \frac{\pi}{4}$ ($0 < x < \frac{\pi}{4}$);

$$(2) \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 < \int_0^{\pi/4} \frac{x \cos x}{\sin x} dx < \frac{\pi}{4}.$$

得分	评卷人

※(19) (本题满分 8 分)

设 $a_0 + \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{3}a_2 + \cdots + \frac{1}{n+1}a_n = 0$, n 为自然数. 试证: 方程 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n = 0$ 在区间 $(0, 1)$ 内至少有一个实根.

得分	评卷人

(20) (本题满分 13 分)

假设 $\alpha_1 = (1 + \lambda, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 1 + \lambda, 1)^T$, $\alpha_3 = (1, 1, 1 + \lambda)^T$, $\beta = (0, \lambda, \lambda^2)^T$, 问 λ 如何取值

- (1) 可使 β 由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示, 且表达式唯一?
- (2) 可使 β 由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 不唯一表示?
- (3) β 不能被 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示?

得分	评卷人

(21) (本题满分 13 分)

设 A, B 均为 n 阶矩阵, 且有相同的 n 个互异特征值, 试证: 存在 n 阶矩阵 T 和 S , 其中 T 是可逆的, 使得 $A = TS, B = ST$.

得分	评卷人

※(22) (本题满分 13 分)

N 个人都验血, 若逐个检验就需检验 N 次, 现改用新方法, 即将检验者按每 k 个人一组, 将这 k 个人的抽取血液混合在一起进行检验, 如检验结果为阴性则说明这 k 个人的血液均为阴性, 因而对这 k 个人总共只需检验一次就够了, 如果检验结果为阳性, 则说明这 k 个人中至少有一个人的血液为阳性, 为明确哪个人的血液为阳性, 需对这 k 个人的血液再分别进行化验, 于是对这 k 个人来说, 总共要检验 $k + 1$ 次, 假定对所有检验者来说, 验血结果呈阳性的概率为 p (呈阴性的概率为 $q = 1 - p$),

求:

- (1) 采用新方法验血所需进行的检验次数 ξ 的数学期望 $E\xi$;
- (2) 对给定的 p 值, 求 k 使 $E\xi$ 达最小.