高、中等职业教育试用教材
供临床、护理、医学影像、口腔工艺技术、检验等专业用

# 数学

董朝辉 编著


辽宁大学出版社

高、中等职业教育试用教材

（供临床、护理、医学影像、
口腔工艺技术、检验等专业用）

# 数 学

董朝辉 编著

辽 宁 大 学 出 版 社

**图书在版编目（CIP）数据**

数学/董朝辉编著. 一沈阳：辽宁大学出版社，2009.4
高、中等职业教育试用教材. 供临床、护理、医学影像、口腔工艺技术、检验等专业用
ISBN 978-7-5610-5476-5

Ⅰ. 数… Ⅱ. 董… Ⅲ. 数学课—专业学校—教材 Ⅳ. G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 059287 号

---

出 版 者：辽宁大学出版社
（地址：沈阳市皇姑区崇山中路 66 号　　邮政编码：110036）
印 刷 者：沈阳航空发动机研究所印刷厂
发 行 者：辽宁大学出版社
幅面尺寸：185mm×260mm
印　　张：10
字　　数：210 千字
印　　数：1～2000 册
出版时间：2009 年 4 月第 1 版
印刷时间：2009 年 4 月第 1 次印刷
责任编辑：祝恩民
封面设计：邹本忠　徐澄玥
责任校对：李　佳　全　宇

---

书　　号：ISBN 978-7-5610-5476-5
定　　价：18.00 元

联系电话：024—86864613
邮购热线：024—86830665
网　　址：http：//press. lnu. edu. cn
电子邮件：lnupress@vip. 163. com

# 前　言

随着教育改革的不断深入，高、中等职业学校数学课的教学要求、教学内容也随之发生了变化。为了贯彻执行教育部最新颁布的高、中等职业学校数学教学大纲，编者本着“以学生发展为本”的教育思想，结合医药卫生类各专业学生的特点编写了本教材，以适合临床医学及相关医学专业中、高职班数学课的教学。

本教材在内容安排上，切实落实新大纲的认知要求和能力培养要求，注意培养学生的基本运算能力，基本计算工具的使用能力，数形结合能力，简单实际应用能力，逻辑思维能力等。教材编写上，注重与九年义务教育相衔接，努力做到深入浅出、通俗易懂；在保持数学自身的系统性、完整性和科学性的同时，减少了不必要的理论推导，注重知识的实际应用价值；列举了数学在生产、生活中和医疗卫生工作中实际应用的例子，以培养学生用数学解决实际问题的意识和能力；加强与相关学科的横向联系，为学生学习专业课程奠定坚实的数学基础。

本教材共分七章，内容包括：集合与简易逻辑；不等式；函数；三角函数；和角公式及其推论；数列及数列的极限；排列组合与概率。每节后面安排A、B两组习题，每章后面有章末复习题，并附参考答案，以满足不同层次学生学习的需要，可用于中、高职数学教学的教材或参考书。

由于编者水平有限，本书难免存在一些缺点和错误，诚恳希望教师和同学们批评指正，以便进一步修改和完善！

作　者

2008年12月

# 目 录

# 第一章　集合与简易逻辑

本章主要学习集合的初步知识与简易逻辑. 集合与简易逻辑是数学中的通用语言，学好这一章可为今后进一步学好数学打下基础，并将提高同学们运用数学语言去理解和处理问题的能力.

## 第一节　集　　合

### 一、集合及其表示法

#### 1. 集合的概念

在初中数学中，我们已经接触过“集合”一词. 在初中代数里学习数的分类时，就用到“正数的集合”“负数的集合”等.

我们来考察下面几组对象：

(1) 你所在班级的全体学生；

(2) 抛物线 $y=x^2$ 上的所有点；

(3) 组成盐酸金霉素滴眼液的药物成分；

(4) 所有的直角三角形；

(5) 大于 1 小于 10 的偶数.

它们分别是一些人、一些点、一些药物的成分、一些图形、一些数的全体.

一般地，把一些能够确定的对象看成一个整体，就形成了一个**集合**.

构成集合的每个对象都称为集合的**元素**. 例如 (1) 是由你所在班级的全体学生构成的集合，其中每个学生都是这个集合的元素；又如 (3) 是由盐酸金霉素滴眼液的药物成分构成的集合，构成这个集合的元素是盐酸金霉素、硼酸、硼砂、硫酸钠.

集合一般用大写英文字母 $A$、$B$、$C$…表示. 集合的元素一般用小写英文字母 $a$、$b$、$c$…表示.

如果 $a$ 是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ 属于 $A$，记作 $a\in A$，读作“$a$ 属于 $A$”. 如果 $a$ 不是集合 $A$ 的元素，就说 $a$ 不属于 $A$，记作 $a\notin A$，读作“$a$ 不属于 $A$”.

集合具有如下特性：

(1) **确定性** 对于一个给定的集合，集合中的元素都是确定的．例如，大于1小于10的偶数的全体构成一个集合，显然2、4、6、8都是这个集合的元素，而3、5、7、9都不是这个集合的元素．换句话说，不能确定的对象，就不能构成集合．例如，某校全科医学一班高个子同学的全体，就不能构成集合．这是由于没有规定多高才算是高个子，因而，"高个子同学"不能确定．

(2) **互异性** 对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的．这就是说，集合中的任何两个元素都是不同的对象，相同的对象归入同一个集合时只能算作这个集合的一个元素．例如，由1，2，3，4，1构成的集合，应该说这个集合有4个元素．相同的对象"1"应算一个．

由数构成的集合叫做数集．我们约定用一些大写英文字母，表示常用到的一些数集．

全体自然数的集合称为**自然数集**，记作 $N$；

全体正整数的集合称为**正整数集**，记作 $N^*$（或 $N_+$）；

全体整数的集合称为**整数集**，记作 $Z$；

全体有理数的集合称为**有理数集**，记作 $Q$；

全体实数的集合称为**实数集**，记作 $R$．

**2. 集合的表示法**

表示集合的方法，常用的有列举法和描述法．

(1) **列举法** 把集合中元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**列举法**．当集合的元素不多时，常用列举法表示．

例如，由1，2，3，4，5组成的集合，可表示为

$$\{1，2，3，4，5\}.$$

又如，由中国古代的四大发明构成的集合，可表示为

{指南针，造纸，活字印刷，火药}．

当集合中元素较多时，在不发生误解的情况下，也可以列出几个元素作为代表，其它元素用省略号表示．例如："不大于100的全体自然数构成的集合"可表示为 $\{0，1，2，3，\cdots，100\}$

**注意** $a$ 与 $\{a\}$ 的含义是完全不同的：$a$ 表示一个元素；$\{a\}$ 表示一个集合，这个集合只含有一个元素 $a$，它们之间是从属关系，即 $a \in \{a\}$．

用列举法表示集合时，不必考虑元素的前后顺序（**无序性**）．例如，集合 $\{1，2，3\}$ 与 $\{3，1，2\}$ 表示同一个集合．

(2) **描述法** 把集合中元素的共同属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做**描述法**．具体表示方法是在大括号内先写上这个集合的元素的一般形式，再画一条竖线，在竖线的右边写上这个集合的元素的共同属性．

一般写成 $\{x \mid p(x)\}$ 的形式，其中，$x$ 表示集合的元素，$p(x)$ 表示元素的共同属性．

例如，由不等式 $x-3>2$ 的所有解组成的集合（即不等式 $x-3>2$ 的解集），可表示为 $\{x \mid x-3>2，x\in R\}$．由抛物线 $y=x^2+1$ 上所有点组成的集合，可表示为

$\{(x, y) \mid y=x^2+1, x\in R\}$.

在某种约定下，$x$ 的取值集合可省略不写．例如，在实数集 $R$ 中取值，$x\in R$ 常省略不写．上述集合可分别写作 $\{x \mid x-3>2\}$ 与 $\{(x, y) \mid y=x^2+1\}$.

有时为了方便，像正偶数这样的集合，可以表示为｛正偶数｝．也就是说，可以省去竖线及其左边的部分．又如，所有的直角三角形构成的集合，可表示为｛直角三角形｝.

**例 1**　用适当的方法表示下列集合：

（1）由小于 7 的自然数构成的集合；

（2）大于 3 的实数的全体构成的集合；

（3）由直线 $y=2x+1$ 上所有点构成的集合；

（4）方程 $x^2-8=0$ 的解构成的集合.

**解**：（1）列举法 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$；

（2）描述法 $\{x \mid x>3\}$；

（3）描述法 $\{(x, y) \mid y=2x+1\}$；

（4）描述法或列举法 $\{x \mid x^2-8=0\}$ 或 $\{-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\}$.

### 3. 集合的分类

含有有限个元素的集合叫做**有限集**，如上例中的（1）、（4）；其中只含有一个元素的集合叫做**单元素集**，例如 $\{1\}$，$\{0\}$；含有无限个元素的集合叫做**无限集**，如上例中的（2）和（3）．不含任何元素的集合叫做**空集**，用符号 $\varnothing$ 表示，例如

$\{x \mid x^2+1=0\}=\varnothing$.

注意 0，$\{0\}$，$\varnothing$ 三者的区别.

## 二、集合之间的关系

### 1. 子集

观察集合

$A=$｛数学，语文，解剖｝，$B=$｛数学，语文，政治，解剖｝；

$M=\{1, 2, 3\}$，$N=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

容易看出，集合 $A$ 的任一元素都是集合 $B$ 的元素，集合 $M$ 的任一元素都是集合 $N$ 的元素.

一般地，对于两个集合 $A$ 与 $B$，如果集合 $A$ 的任一元素都是集合 $B$ 的元素，那么，集合 $A$ 叫做集合 $B$ 的**子集**，记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作“$A$ 包含于 $B$”（或“$B$ 包含 $A$”）.

当集合 $A$ 不是集合 $B$ 的子集时，记作 $A\nsubseteq B$（或 $B\nsupseteq A$）.

对于任何一个集合 $A$，显然有 $A\subseteq A$．即任何一个集合都是其本身的子集.

我们规定：空集是任一集合的子集，也就是说，对于任何集合 $A$，都有 $\varnothing\subseteq A$.

如果集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集，并且 $B$ 中至少有一个元素不属于 $A$，那么集合 $A$ 叫做

集合 $B$ 的**真子集**. 记作 $A \subsetneqq B$（或 $B \supsetneqq A$），读作"$A$ 真包含于 $B$，（或"$B$ 真包含 $A$"）.

例如，观察 $A=\{1, 2\}$，$B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，显然，集合 $A$ 是集合 $B$ 的子集，但 $3 \in B$，$3 \notin A$，所以集合 $A$ 是集合 $B$ 的真子集. 即 $A \subsetneqq B$.

根据真子集的定义，可以知道，空集是任一非空集合的真子集.

为了形象地说明集合之间的包含关系，我们常用封闭曲线的内部表示一个集合. 如果集合 $A$ 是集合 $B$ 的真子集，那么把表示 $A$ 的区域画在表示 $B$ 的区域的内部（图 1—1).

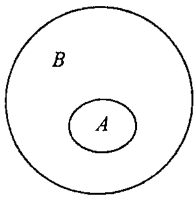



图 1—1

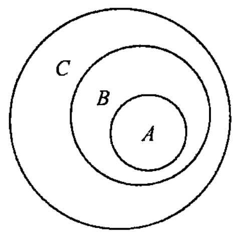



图 1—2

根据子集、真子集的定义可推知：

对于集合 $A$，$B$，$C$，如果 $A \subseteq B$，$B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$

同样，对于集合 $A$，$B$，$C$，如果 $A \subsetneqq B$，$B \subsetneqq C$，则 $A \subsetneqq C$（图 1—2).

### 2. 集合的相等

对于两个集合 $A$ 和 $B$，如果 $A \subseteq B$，且 $B \subseteq A$，那么我们就说这两个**集合相等**，记作 $A=B$，读作"$A$ 等于 $B$".

例如，设 $A=\{x \mid x^2-5x+6=0\}$，$B=\{2, 3\}$，则 $A=B$.

**例 2**　写出集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 的所有子集和真子集.

**解**：集合 $A$ 的所有子集是：$\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{1, 2\}$，$\{1, 3\}$，$\{2, 3\}$，$\{1, 2, 3\}$；在上述子集中，除去集合 $A$ 本身，即 $\{1, 2, 3\}$ 外，其余都是 $A$ 的真子集.

**例 3**　判断以下两个集合之间的关系：

(1) $A=\{1, 2, 4, 5, 7, 9\}$，$B=\{1, 2, 5\}$；

(2) $C=\{1, -1\}$，$D=\{x \mid x^2-1=0\}$；

(3) $M=\{$偶数$\}$，$N=\{$整数$\}$.

**解**：(1) $B \subsetneqq A$；(2) $C=D$；(3) $M \subsetneqq N$.

## 三、集合的运算

### 1. 交集

设集合 $A=\{a, b, c, d\}$，$B=\{c, d, e, f\}$，$C=\{c, d\}$，显然集合 $C$ 是由 $A$ 与 $B$ 两个集合的公共元素所组成的.

一般地，对于两个集合 $A$ 与 $B$，由既属于 $A$ 又属于 $B$ 的所有公共元素组成的集合，

叫做 $A$、$B$ 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作“$A$ 交 $B$”.

可用图 1—3 的阴影部分表示 $A$ 与 $B$ 的交集.

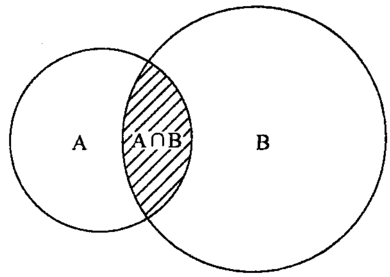



图 1—3

由交集的定义容易推出，对于任何集合 $A$、$B$，都有

(1) $A\cap A=A$　　(2) $A\cap\varnothing=\varnothing$

(3) $A\cap B=B\cap A$　　(4) 若 $A\subseteq B$，则 $A\cap B=A$

**例 4**　已知 $A=\{6$ 的正约数$\}$，$B=\{10$ 的正约数$\}$. 求 $A\cap B$.

**解**：$\because A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{1,2,5,10\}$，

$\therefore A\cap B=\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,5,10\}$

$=\{1,2\}$.

**例 5**　$A=\{$等腰三角形$\}$，$B=\{$直角三角形$\}$，求 $A\cap B$.

**解**：$A\cap B=\{$等腰三角形$\}\cap\{$直角三角形$\}=\{$等腰直角三角形$\}$.

**例 6**　设 $A=\{x\mid x<3\}$，$B=\{x\mid x>-1\}$，求 $A\cap B$.

**解**：$A\cap B=\{x\mid x<3\}\cap\{x\mid x>-1\}=\{x\mid -1<x<3\}$.

**例 7**　设 $A=\{(x,y)\mid x+2y=1\}$，$B=\{(x,y)\mid 4x+y=-3\}$，求 $A\cap B$.

**解**：$A\cap B=\{(x,y)\mid x+2y=1\}\cap\{(x,y)\mid 4x+y=-3\}$

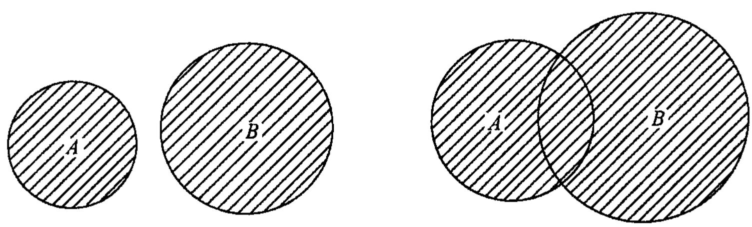
$$=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+2y=1\\4x+y=-3\end{cases}\right\}=\{(-1,1)\}$$

**2. 并集**

设集合 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{c,d,e,f\}$，集合 $C=\{a,b,c,d,e,f\}$，显然集合 $C$ 是由集合 $A$ 与集合 $B$ 的所有元素合在一起组成的.

一般地，对于两个集合 $A$ 与 $B$，由所有属于集合 $A$ 或属于集合 $B$ 的元素组成的集合，叫做 $A$ 与 $B$ 的**并集**，记作 $A\cup B$，读作“$A$ 并 $B$”.

可用图 1—4 中的阴影部分表示 $A$ 与 $B$ 的并集.




(1)　　(2)

图 1—4

**注**　在求集合的并集时，同时属于 $A$ 和 $B$ 的公共元素，在并集中只列举一次.

由并集的定义容易推出，对于任何集合 $A$、$B$，都有

(1) $A\cup A=A$　　(2) $A\cup\varnothing=A$，

(3) $A\cup B=B\cup A$　　(4) 若 $A\subseteq B$，则 $A\cup B=B$

**例 8**　$A=\{有理数\}$，$B=\{无理数\}$，求 $A\cup B$.

**解**：$A\cup B=\{有理数\}\cup\{无理数\}=R$

**例 9**　设 $A=\{x\mid -3<x<4\}$，$B=\{x\mid 0<x<5\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

**解**：$A\cap B=\{x\mid -3<x<4\}\cap\{x\mid 0<x<5\}=\{x\mid 0<x<4\}$，

$A\cup B=\{x\mid -3<x<4\}\cup\{x\mid 0<x<5\}=\{x\mid -3<x<5\}$.

**3. 补集**

在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常都是某一个给定集合的子集，这个给定的集合可以看作**全集**，通常用 $U$ 表示．也就是说，全集包含了我们所要研究的各个集合的全部元素．例如，我们在研究数集时，常常把实数集 $R$ 作为全集．

一般地，设 $U$ 是全集，$A$ 是 $U$ 的一个子集（即 $A\subseteq U$），由 $U$ 中所有不属于 $A$ 的元素组成的集合，叫做集合 $A$ 在 $U$ 中的**补集**，记作 $\complement_U A$，读作“$A$ 在 $U$ 中的补集”.

集合 $A$ 在 $U$ 中的补集 $\complement_U A$，可用图 1—5 中的阴影部分表示.

图中的矩形表示全集 $U$，圆表示它的子集 $A$，阴影部分表示 $\complement_U A$.

由补集的定义容易推出，对于全集 $U$ 的任何子集 $A$ 都有

(1) $A\cup\complement_U A=U$　　(2) $A\cap\complement_U A=\varnothing$　　(3) $\complement_U(\complement_U A)=A$.

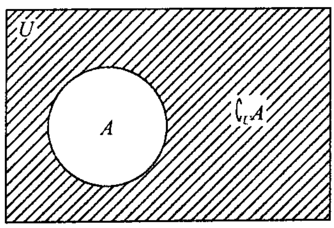



图 1—5

**例 10**　设全集 $U=\{a, b, c, d, e, f\}$，$A=\{a, c, f\}$，求 $\complement_U A$.

**解**：$\complement_U A=\{b, d, e\}$.

**例 11**　设 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，$A=\{2, 4, 6\}$，求 $\complement_U A$，$A\cap\complement_U A$，$A\cup\complement_U A$.

**解**：$\complement_U A=\{1, 3, 5\}$，$A\cap\complement_U A=\varnothing$，$A\cup\complement_U A=U$

**例 12**　已知 $U=\{实数\}$，$Q=\{有理数\}$，求 $\complement_U A$

**解**：$\complement_U Q=\{无理数\}$

**例 13**　已知 $U=R$，$A=\{x\mid x>3\}$，求 $\complement_U A$.

**解**：$\complement_U A=\{x\mid x\leqslant 3\}$

## 习题 1—1　A

1. 下列各题中的对象能否确定一个集合？

(1) 某学校的体育教师；

(2) 世界上最高的山峰；
(3) 充分接近点 $P$（2，3）的点；
(4) 大于 100 的自然数；
(5) 学习好的同学.

2. 用适当的符号（$\in$、$\notin$）填空：

(1) 4 ______ $N$　(2) 3.14 ______ $Z$　(3) $-\frac{3}{2}$ ______ $Q$

(4) $\sqrt{2}$ ______ $R$　(5) $a$ ______ $\{a\}$　(6) 0 ______ $\varnothing$

(7) $-3$ ______ $N$　(8) 0 ______ $N$

3. 用适当的方法表示下列集合：
(1) 大于 2 小于 10 的奇数的全体；
(2) 组成中国国旗图案的颜色的全体；
(3) 小于 5 的实数的全体；
(4) 一年中恰有 30 天的月份的全体；
(5) 方程 $x^2=1$ 的解集；
(6) 抛物线 $y=2x^2-3$ 上的所有点的全体；
(7) 梯形的全体；
(8) 动物细胞的三大部结构；
(9) 绝对值等于 3 的实数的全体；
(10) 大于 0 小于 5 的实数的全体.

4. 用适当的符号填空：

(1) $\{a\}$ ______ $\{a, b, c\}$；　(2) $\{a, b, c\}$ ______ $\{b, c\}$；

(3) $\varnothing$ ______ $\{a, b\}$；　(4) {菱形} ______ {平行四边形}；

(5) $\{2, 3\}$ ______ $\{3, 2\}$；　(6) $\{3, 5, 7, 9\}$ ______ $\{5, 9\}$.

5. 写出 $S=\{a, b, c, d\}$ 的所有子集，并指出其中哪些是真子集.
6. 已知 $A=\{1, 2, 3, 4\}$，$B=\{3, 4, 5, 6\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
7. 已知 $A=\{x \mid x-4=0\}$，$B=\{x \mid x^2=16\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
8. 已知 $A=\{x \mid x-6<0\}$，$B=\{x \mid 2x-3>0\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.
9. 设全集 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$，$A=\{3, 4, 5\}$，$B=\{4, 7, 8\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$，$\complement_U A\cap\complement_U B$，$\complement_U A\cup\complement_U B$.

## 习题 1—1　B

1. 判定下列语句是否正确：
(1) 由 1，2，3，3，3 组成一个集合，这个集合共有 5 个元素；
(2) 所有三角形组成的集合是无限集；
(3) 周长为 15cm 的三角形组成的集合是有限集；
(4) 空集是任一集合的真子集.

2. 用列举法写出方程 $x^2+2x+1=0$ 的解集.

3. 解不等式 $5x-3<7x+4$，并用描述法表示其解集.

4. 求满足 $\{1, 2\}\subseteq A\subseteq\{1, 2, 3, 4\}$ 的所有集合 $A$.

5. 指出下列各对集合之间的关系：

(1) $A=$｛等腰三角形｝，$B=$｛等边三角形｝；

(2) $C=$｛等腰直角三角形｝，$D=$｛有一个角是 $45^\circ$ 的直角三角形｝；

(3) $E=$｛矩形｝，$F=$｛正方形｝；

(4) $G=$｛奇数｝，$H=$｛整数｝.

6. 用图示说明：如果 $A\subseteq B$，那么 $A\cap B=A$，$A\cup B=B$.

7. 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$\subseteq$，$\supseteq$，$=$）填空：

(1) 2 ______ ｛质数｝；　(2) $\varnothing$ ______ $\{0\}$；　(3) $\{2, -2\}$ ______ $\{x \mid x^2=4\}$；

(4) $\{0\}$ ______ $Z$；　(5) $\sqrt{5}$ ______ $R$；　(6) $Q$ ______ $N$.

8. 已知 $A=$｛锐角三角形｝，$B=$｛钝角三角形｝，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

9. 设 $A=\{(x, y) \mid 3x+2y=4\}$，$B=\{(x, y) \mid 2x+3y=1\}$，求 $A\cap B$.

10. 已知全集 $U=R$，$A=\{x \mid -3<x<3\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U A\cap A$，$\complement_U A\cup A$.

# 第二节 简易逻辑

## 一、命题及量词

能够判断真假的语句叫做**命题**. 例如：

(1) 在第 29 届北京奥运会上中国赢得 51 枚金牌；

(2) 世界贸易组织是 1995 年 1 月成立的；

(3) $8<5$；

(4) 三角形的三个内角和等于 $180^\circ$；

(5) 0 不是自然数.

等都是命题，其中 (1)、(2)、(4) 是真的，叫做**真命题**；(3)、(5) 是假的，叫做**假命题**. 又如：

(1) 祝你生日快乐！

(2) 你去商场吗？

(3) 你快离开！

(4) $x-3=0$.

等都不是命题.

一般来说，感叹句、疑问句、祈使句等都不能成为命题. (4) 是一个含有变量的等式，因不知 $x$ 代表什么数，也无法判断真假，所以也不是命题.

像（4）这种含有变量、不能判断真假的语句一般称为**开句**或**条件命题**. 在条件命题前加上含有量词的语句，就可使之变为可判断真假的命题.

例如，存在一个数 $x$，使 $x-3=0$，就是一个真命题. 对任意实数 $x$，都有 $x-3=0$，就是一个假命题.

**“存在”**和**“任意”**就是两个常用的**量词**.

量词“存在”用符号“$\exists$”表示；量词“任意”用符号“$\forall$”表示.

**例 1** 判断下列命题的真假：

(1) 对任意实数 $x$，$x^2<0$；

(2) 存在一个实数 $x$，$x^2>4$.

**解**：(1) 令 $x=1$，则 $x^2=1$，而 $1>0$，所以这个命题是假命题；

(2) 令 $x=3$，则 $x^2=9$，而 $9>4$，所以这个命题是真命题.

命题的真假称为命题的**真值**. 命题常用小写字母 $p$，$g$，$r$…来表示.

## 二、命题联结词

一些命题或条件命题可用联结词联结起来，构成一个新命题或条件命题. 常用的命题联结词有“且”、“或”、“非”、“如果…，那么（则）…”等.

### 1. 且

设 $p$、$q$ 是两个命题，则“$p$ 且 $q$”构成一个新命题，记作 $p\wedge q$，读作“$p$ 且 $q$”.

它的真值表为：

| $p$ | $q$ | $p\wedge q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 假 |
| 假 | 真 | 假 |
| 假 | 假 | 假 |

根据此表，可由 $p$、$q$ 的真假，判断 $p\wedge q$ 的真假，其规律是只有当 $p$ 和 $q$ 都是真命题时，新命题 $p\wedge q$ 才是真命题，如果 $p$ 和 $q$ 中有一个是假命题，那么新命题 $p\wedge q$ 就是假命题，口诀：**“真真才真”**

例如，设命题 $p$：6 是 2 的倍数，$q$：6 是 3 的倍数，用联结词“且”联结得新命题

$p\wedge q$：6 是 2 的倍数且是 3 的倍数.

因为 $p$、$q$ 都是真命题，根据 $p\wedge q$ 的真值表可知，命题“6 是 2 的倍数且是 3 的倍数”是真命题.

### 2. 或

设 $p$、$q$ 是两个命题，则“$p$ 或 $q$”构成一个新命题，记作 $p\vee q$，读作“$p$ 或 $q$”.

它的真值表为：

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 真 |
| 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 假 |

根据此表，可由 $p$、$q$ 的真假，判断 $p \vee q$ 的真假. 其规律是只有当 $p$ 和 $q$ 都是假命题时，新命题 $p \vee q$ 才是假命题，如果 $p$ 和 $q$ 中有一个是真命题，那么新命题 $p \vee q$ 就是真命题. 口诀：**"假假才假"**

例如，设命题 $p$：$5>3$，$q$：$5=3$，用联结词"或"联结得新命题 $p \vee q$：

$$5>3 \text{ 或 } 5=3.$$

上式又通常记作 $5 \geqslant 3$.

因为 $p$ 是真命题，$q$ 是假命题，根据 $p \vee q$ 的真值表可知，命题"$5 \geqslant 3$"是真命题.

又如，设命题

$p$：明天刮风，$q$：明天下雨.

用"或"联结构成一个新命题

明天刮风或明天下雨.

根据 $p \vee q$ 的真值表知，这个新命题当"明天刮风不下雨"，"明天下雨不刮风"，"明天刮风又下雨"三种情况中，有一种情况出现时，都是真命题，只有当"明天既不刮风又不下雨"时，才是假命题.

**例 2** 判断下列命题中，"$p \wedge q$"和"$p \vee q$"的真假：

(1) $p$：$2+3=6$，$q$：$3>2$

(2) $p$：27 是 3 的倍数，$q$：27 是 9 的倍数.

**解**：(1) 因为 $p$ 假 $q$ 真，所以由 $p \wedge q$、$p \vee q$ 的真值表可知

命题"$2+3=6$ 且 $3>2$"是假命题，

命题"$2+3=6$ 或 $3>2$"是真命题；

(2) 因为 $p$ 真 $q$ 真，所以由 $p \wedge q$、$p \vee q$ 的真值表可知

命题"27 是 3 的倍数且是 9 的倍数"是真命题，

命题"27 是 3 的倍数或是 9 的倍数"也是真命题.

**例 3** 判断下列命题的真假：

(1) $5 \geqslant 5$；　　(2) $4 \leqslant 2$.

**解**：(1) $5 \geqslant 5$ 的含义是 $5>5$ 或 $5=5$，因为 $5=5$ 是真命题，所以 $5 \geqslant 5$ 是真命题.

(2) $4 \leqslant 2$ 的含义是 $4<2$ 或 $4=2$，因为这两个命题都是假命题，所以 $4 \leqslant 2$ 是假命题.

**3. 非**

设 $p$ 是一个命题，则命题 $p$ 的非（或否定）构成一个新命题，记作 $\neg p$，读作"非 $p$"（或 $p$ 的否定）

$P$ 与 $\neg p$ 的关系，可用如下真值表表示.

| $p$ | $\neg p$ |
|---|---|
| 真 | 假 |
| 假 | 真 |

根据此表，可由 $p$ 的真假，判断 $\neg p$ 的真假. 易知，$p$ 与 $\neg p$ 不能同真、同假，其中一个为真，另一个必为假.

**例 4**　写出下列命题的非，并判断它们的真假：

(1) $p$：8 是偶数；

(2) $q$：对任意实数 $x$，都有 $x^2+2x+1\geqslant 0$；

(3) 存在一个实数 $x$，使 $x^2-4=0$.

**解**：(1) $\neg p$：8 不是偶数. $\neg p$ 为假命题.

(2) $\neg q$：存在一个实数 $x$，使 $x^2+2x+1<0$.

因为对任意实数 $x$，都有 $x^2+2x+1=(x+1)^2\geqslant 0$，

所以不存在一个实数 $x$，使 $x^2+2x+1<0$ 成立. 即 $\neg q$ 为假命题.

(3) $\neg r$：对任意实数 $x$，$x^2-4\neq 0$.

因为存在 $x=2$，使 $2^2-4=0$ 成立，所以 $\neg r$ 是假命题.

**注**　①在例 4 (3) 中，我们证明 $\neg r$ 是假命题的方法，叫做举反例. 因为 $\neg r$ 表述的是对所有实数 $x$，$x^2-4\neq 0$，所以我们只要找到一个实数 $x$，使 $x^2-4=0$，就可判定 $\neg r$ 是假命题. 另外我们还经常通过判断 $\neg p$、$\neg q$、$\neg r$ 的真假来判断 $p$、$q$、$r$ 的真假.

②在例 4 中，可发现“存在一个实数”，在命题的非中，变为“对任意实数”，反之，也是如此.

以上我们学习了数理逻辑中的三个主要命题联结词：且、或、非. 这三个联结词同样可用来联结开句. 用联结词联结开句，得到的新语句，一般仍为开句，它的真假要根据开句中的变量来确定.

#### 4. 如果…那么（则）…

设 $p$、$q$ 是两个命题，用“如果…，那么（则）…”联结这两个命题可得一个新命题

如果 $p$，那么 $q$.

记作 $p\rightarrow q$，读作“如果 $p$，那么 $q$”或“$p$ 蕴含 $q$”. 其中 $p$ 称为命题的条件，$q$ 称为命题的结论.

它的真值表为：

| $p$ | $q$ | $p\rightarrow q$ |
|---|---|---|
| 真 | 真 | 真 |
| 真 | 假 | 假 |
| 假 | 真 | 真 |
| 假 | 假 | 真 |

根据上表，当 $p$、$q$ 是相互独立的命题时，可由 $p$、$q$ 的真假，来判断 $p\rightarrow q$ 的真假；